# RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE CENTRE UNIVERSITAIRE SALHI AHMED – NAAMA



## Institut des Sciences et Technologies Département de Technologie

## **MÉMOIRE**

En vue de l'obtention du diplôme de **Master** en :

Génie Mécanique

Option : Énergétique

#### Intitulé:

### ANALYSE MODALE EXPÉRIMENTALE D'UNE STRUCTURE (POUTRE LIBRE-LIBRE)

#### Présenté par :

- > KHELOUATI Hemza
- > MEDJAHED Slimane.

Soutenu le : 22/06/2020..... devant le Jury :

M. BELABED ZakariaMCACentre Universitaire NaâmaPrésidentM. KHATIR TawfiqMCACentre Universitaire NaâmaEncadreurM.MEDJAHED Driss MeddahMCBCentre Universitaire NaâmaExaminateur

## Remerciements

Nous rendons grâce à Dieu de nous avoir donné la foi, la volonté et la confiance pour pouvoir continuer nos études,

Nous remercions notre encadreur M. KHATIR Tawfiq qui par son soutien, son suivi, son enthousiasme, ses conseils et ses encouragements que nous avons pu réaliser ce travail,

Nous remercions aussi toute personne ayant contribué à notre aide et soutien moral ainsi que nos familles respectives,

A tous les enseignants pour le savoir qu'ils nous ont prédiqué durant le cycle d'étude.

Enfin, Nous remercions toute personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

«A VOUS TOUS MERCI»

## <u>Dédicace</u>

Grâce à dieu tout puissant, nous dédions ce modeste travail à toutes les personnes qui nous ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce Mémoire plus particulièrement :

A nos très chers parents, tout notre respect et affection en témoignage de leurs soutien, sacrifice, patience, ainsi que pour leurs conseils et orientations dans notre vie.

A toutes nos familles et nos très chers frères et chère sœur Dr. Hafida,

A tous nos enseignants et à notre promotion de Génie Mécanique,

A tous nos amies (Moatassim, Mohammed ...),

A tous ceux qui nous sont chers et à ceux qui ont contribué à notre formation.

KHELOUATI HEMZA

## *Dédicace*

Grâce à dieu tout puissant, nous dédions ce modeste travail à toutes les personnes qui nous ont aidés de près ou de loin à la réalisation de ce Mémoire plus particulièrement :

A nos très chers parents et ma famme, tout notre respect et affection en témoignage de leurs soutiens, sacrifice, patience, ainsi que pour leurs conseils et orientations dans notre vie.

A toutes nos familles et nos très chers frères et chère sœur.

A tous nos enseignants et à notre promotion de Génie Mécanique,

A tous nos amies (Zekria, slimane, Amine....),

A tous ceux qui nous sont chers et à ceux qui ont contribué à notre formation.

MEDJAHED SLIMANE

Remerciements					
Dédicace					
Liste des figures					
Liste des tableaux					
Nomenclature					
Introduction générale.					
muoduction generale	04				
CHAPITRE I : Synthèse bibliographique sur les poutres					
I.1. Introduction	09				
I.2. Poutre	09				
1.2.1. Principe fondamental de la dynamique	11				
1.3. L'Équations d'équilibre	11				
I.3.1. Flexion simple d'une poutre encastrée et chargée en son extrémité	12				
I.4. Vibration des poutres	14				
I.4.1. Vibrations longitudinales	15				
I.4.2. Vibrations de flexion	16				
I.4.2.1.Champ de déplacement					
I.4.3. Modes et fréquences propres	16 18				
T 4 2 1 M 1 12 1 / '					
I.4.4. Modes et fréquences propres de vibration, cas libre-libre	19				
1.4.4. Modes et frequences propres de vibration, cas libre-libre					
CHAPITRE II : Analyse Modale Expérimentale					
CHAPITRE II : Analyse Modale Expérimentale  II.1. Introduction	<b>-</b> - 21				
II.1. Introduction					
II.1. Introduction	21				
II.1. Introduction	21 22				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre	21 22 22				
II.1. Introduction  II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale:  II.3. Analyse modale expérimentale  II.4. Déformée propre  II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF)	21 22 22 22				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF?	21 22 22 22 22 22				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II. 6. Système de mesure	21 22 22 22 22 24				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II. 6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses	21 22 22 22 22 24 25				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II.6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses II.8. L'analyseur bicanal FFT	21 22 22 22 22 24 25 25				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II. 6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses II.8. L'analyseur bicanal FFT II.8.1. Fonction de Fourier transfert (FFT)	21 22 22 22 22 24 25 25 26				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF? II.6.Système de mesure II.7.Bruit dans la mesure des réponses II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système	21 22 22 22 22 24 25 25 26 26				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II. 6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses II.8. L'analyseur bicanal FFT II.8.1. Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9. Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation	21 22 22 22 22 24 25 25 26 26				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF? II.6.Système de mesure II.7.Bruit dans la mesure des réponses II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système	21 22 22 22 24 25 26 26 26 27				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II. 6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses II.8. L'analyseur bicanal FFT II.8.1. Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9. Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation	21 22 22 22 24 25 25 26 26 26 27 28				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3. Analyse modale expérimentale II.4. Déformée propre II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1. C'est quoi les FRF? II.6. Système de mesure II.7. Bruit dans la mesure des réponses II.8. L'analyseur bicanal FFT II.8.1. Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9. Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation II. 10.1. Forme de l'onde d'excitation	21 22 22 22 24 25 25 26 26 26 27 28 28				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF ? II.6.Système de mesure. II.7.Bruit dans la mesure des réponses. II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation. II. 10.1.Forme de l'onde d'excitation II. 10.1.a.Excitation aléatoire II.10.1.b.Excitation pseudo-aléatoire II.10.1.c.Excitation périodique aléatoire	21 22 22 22 24 25 26 26 26 27 28 30				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF ? II.6.Système de mesure II.7.Bruit dans la mesure des réponses II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation II. 10.1.Forme de l'onde d'excitation II. 10.1.a.Excitation aléatoire II.10.1.b.Excitation pseudo-aléatoire	21 22 22 22 24 25 25 26 26 26 27 28 30 31				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF ? II.6.Système de mesure II.7.Bruit dans la mesure des réponses II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation II. 10.1.Forme de l'onde d'excitation II. 10.1.a.Excitation pseudo-aléatoire II.10.1.c.Excitation périodique aléatoire II.10.1.d.Excitation par impact II.11.Fréquence modales	21 22 22 22 24 25 25 26 26 27 28 30 31 31				
II.1. Introduction II.2 Les domaines d'application de l'analyse modale: II.3.Analyse modale expérimentale II.4.Déformée propre II.5.Fonction de réponse fréquentielle (FRF) II. 5.1.C'est quoi les FRF? II.6.Système de mesure II.7.Bruit dans la mesure des réponses II.8.L'analyseur bicanal FFT II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT) II.9.Analyse du signal et analyse de système II.9.1. Analyse du signal II.9.2. analyse de système II.10. L'excitation II. 10.1.Forme de l'onde d'excitation II. 10.1.a.Excitation pseudo-aléatoire II.10.1.c.Excitation périodique aléatoire II.10.1.c.Excitation par impact	21 22 22 22 24 25 26 26 26 27 28 30 31 31 32				

#### **CHAPITRE III : Analyse Modale Expérimentale et Résultats Numérique**

III.1. Introduction	37
III.2. Aspect expérimentale	37
III.2.1.Dispositive expérimentale	37
III.3. Matériel utilisé	38
III. 3.1. La structure d'essai	38
III. 3.2. Les accéléromètres	38
III.3.3.logiciel Analyzer	39
III.3.4. L'Amplificateur de puissance	40
III.3.5. Le châssis	41
III.4. Mode d'excitation	41
III.4.1. Test d'impact - Marteau de choc	42
III.5. Description d'une poutre et du dispositif expérimental	43
III.6. Analyse modale expérimentale	44
III.6.1. Le choix du type d'analyse	44
III.6.1.1. Le Mode d'analyse	44
III.6.1.2.les directions de mesures	45
III.6.1.3.le temps de mesures	45
III.6.1.4.La bande de fréquences de l'analyse	45
III.6.1.5.le choix de fréquences de la base modale	46
III.6.2. Résultats et discussion	46
III.7. Présentation des logiciels RDM6	47
III.7.1. Analyse statique	48
III.7.2. Mode opératoire	48
III.7.3. Analyse dynamique : modes propres	48
III.8. Application (poutre libre - libre)	48
III.8.1.La géométrie	49
III.9.Résultat numérique	50
III.9.1. Analyse modale	50
III.9.2.Rigidités et masses généralisées	50
III.9.3.Déformé modale	51
III.10. Etude comparative	53
Conclusion générale.	54
Références bibliographiques	

#### CHAPITRE I : Synthèse bibliographique sur les poutres

Fig.I.1.Poutre non amortie	09					
Fig.I.2.Plan $\Sigma$	10					
Fig.I.3.Représentation d'une poutre droite dans le repère (0, 1, 2, 3)	10					
Fig. I.4 .Poutre libre libre Fig .I.5.Equilibre d'une tranche infinitésimale de poutre						
				Fig .I.6.Cas d'étude d'une poutre droite simplement encastrée et chargée en son extrémité Fig .I.7. Définition des réactions d'appuis Fig .I.8. Définition des conventions pour l'écriture de l'équilibre local		
Fig .I.9 . Synthèse du calcul des efforts intérieurs	13					
Fig .I.10.Allure de la déformée.	14					
Fig. I.11.Le déplacement dans les directions 1, 2, 3	15					
Fig. I.12.Modes longitudinaux de la poutre Libre-Libre.	16					
Fig. I.13. Fréquences et modes de vibration pour les CL homogéne simple	17					
Fig. I.14. Poutre Libre – Libre	18					
Fig. I.15.Les déformées des différents modes propres de vibration libre.	19					
CHAPITRE II : Analyse Modale Expérimentale						
Fig.II.1. Le montage experimental d'une analyse modale.	21					
Fig.II.2.FRF magnitude et phase	23					
Fig.II.3. Pièces réelles et imaginaires du point de commande FRF.	23					
Fig.II.4. Formes de la FRF:compliance	24					
Fig. II.5. Formes de la FRF: Mobilité	24					
Fig. II.6. Formes de la FRF: Accélérance	24					
Fig.II.7. Schéma bloc d'une réponse bruitée	25					
Fig.II.8. Fonction transforme le signal temporel à un signal fréquentiel	26					
Fig.II.9. Analyse de signal	27					
Fig.II.10. Analyse de système						
Fig.II.11 : Signal d'excitation aléatoire	27					
Fig II.12: Signal d'excitation pseudo aléatoire	30					
Fig.II.13: Signal d'excitation périodique aléatoire	31					
Fig.II.14.L'excitation par impact	32					
Fig.II.15. Exécution d'une excitation sur 4 points (n en vert 1, 2, 3,4)	33					
Fig.II.16.Démarche théorique de l'analyse vibratoire	35					
Fig.II.17.Démarche expérimentale de l'analyse vibratoire	36					
	36					
CHAPITRE III : Analyse Modale Expérimentale et Résultats Numérique						
Fig III.1.Dispositif expérimental d'un essai au marteau de choc	38					
Fig III.2. Accéléromètres	38 40					
Fig III.3. Visualisation et acquisition	40					
Fig. III.4. L'implifiercateur	40					
Fig. III.5. châssis	41					
Fig. III.6: Marteau d'impact	42					
Fig. III.7: Montage expérimental	43 44					
Fig.III.8. Les fonctions de réponses fréquentielles FRF en forme cascades.	44					
Fig. III.9.Choix du mode d'analyse	77					

#### Liste des figures

Fig III.10. Choix de la direction de mesure suivant z.	45
Fig III.11. Limitation de la date et du temps des essais	30
Fig.III.12. Limitation de la bande de fréquences entre 5 Hz et 100 Hz	45
Fig.III.13. Choix des fréquences suivant les piques des spectres	45
Fig III.14. FRF et fréquence	46
Fig.III.15. Géométrie de la poutre.	47
Fig.III.16. Le maillage de la poutre par élément finis	49
Fig.III.17. déformé modale du mode 1 en flexion	49
Fig.III.18. déformé modale du mode 2 en flexion	51
Fig.III.19. déformé modale du mode 3 en flexion	51
Fig.III.20. déformé modale du mode 4 en flexion	52
	52

Tableau.I.1.Résultat pour les 3 combinaisons de C.L (Vibration longitudinale libre).	16
Tableau.I.2.principale condition au limite pour une poutre extrémité libre.	20
Tableau.II.1. Classification des sources d'erreurs.	28
Tableau.III.1 Caractéristique géométriques de la poutre.	46
Tableau.III.2:Tableau des valeurs de fréquence expérimentale	47
Tableau.III.3. Les caractéristiques de poutre	49
Tableau III.4. Les propriétés de la plaque	50
Tableau III.5. Tableau des valeurs de fréquence extraites par le programme	50
Tableau III 6 L'écart entre les résultats numériques et expérimentaux (marteau choc)	53

	<u>Nomenclature</u>	
G	Centre de gravité	
S	Aires de la section droite,	$m^2$
L	Longueur de poutre,	m
E	module de Young,	$N/m^2$
I	moment quadratique	
T	effort tranchant,	N
M	moment fléchissant,	Nm
t	temps	S
X	coordonnées axiales de la poutre,	m
K	constantes	
a	nombre d'onde	
Wn	fréquences propres,	rad/s
r	rayon de giration de la section I/A,	m
(EI)A	la rigidité en flexion de la section A	
f	flèche	
V	vecteur nodal	
ã	fonctions trigonométriques de la fréquence adimensionnelle	
Imax	l'intensité crête	
Vmax	tension crête	
Fm, Wcm	valeurs crêtes	
Ke	la matrice de rigidité élastique	
kg	la matrice de rigidité géométrique	
	Notations Grecques	
Ψ	coefficient d'amortissement	
ρ	masse volumique,	kg/m³
η	facteur de perte	
Γ	facteur de sensibilité de l'excitation	d
λ	longueur de l'onde de flexion	f
δΓ	déformation virtuelle	
λ	pulsation propre	

#### **Résumé**

L'étude des vibrations est un domaine qui se développe considérablement, mais reste très complexe. Ce document présente l'étude de la réponse vibratoire d'une poutre en acier libre à l'un de ses extrémités et libre à l'autre soumise à des excitations harmoniques. À partir d'une série de mesures de réponse en fréquence effectuées sur des points bien définis sur cette structure, nous pouvons commencer à concevoir une image de sa réponse. La technique utilisée pour faire cela est l'analyse modale expérimentale. Elle permet d'identifier les paramètres structuraux dynamiques ou paramètres modaux tels que les fréquences propres, 1' amortissement et les déformées modales, elle se base sur l'application d'une excitation connue (généralement fournie par un marteau d'impact ou un pot vibrant) à partir de mesures sur la structure. La détermination de la réponse dynamique est alors traitée par l'approche d'Euler Bernoulli. Des résultats expérimentaux sont comparés à les résultats numériques (Logiciel RDM 6) et la plus proche aux ces derniers c'est la meilleure mode utilisée.

**Mots clés:** Vibrations, L'analyse modale expérimentale, Déformées modales, Marteau d'impact.

#### **Abstract**

The study of vibrations is a field which is developing considerably, but remains very complex. This document presents the study of the vibrational response of a free steel beam at one of its ends and free at the other subjected to harmonic excitations. From a series of frequency response measurements made on well-defined points on this structure, we can begin to design an image of its response. The technique used to do this is experimental modal analysis. It makes it possible to identify the dynamic structural parameters or modal parameters such as the natural frequencies, damping and the modal deformations, it is based on the application of a known excitation (generally provided by an impact hammer or a pot vibrating) from measurements on the structure. The determination of the dynamic response is then treated by Euler Bernoulli's approach. Experimental results are compared to numerical results (RDM 6 software) and the closest to these is the best mode used.

**Keywords:** Vibrations, Experimental modal analysis, Mode shapes, Impact hammer.

#### ملخص

دراسة الاهتزازات مجال يتطور بشكل كبير، لكنه لا يزال معقدًا للغاية. تعرض هذه الوثيقة دراسة الاستجابة الاهتزازية لحزمة فولاذية حرة في أحد نهاياتها وخالية في الطرف الآخر المعرضة للإثارة التوافقية. من سلسلة من قياسات استجابة التردد التي تم إجراؤها على نقاط محددة جيدًا على هذا الهيكل، يمكننا البدء في تصميم صورة لاستجابتها. التقنية المستخدمة للقيام بذلك هي التحليل النموذجي التجريبي. يجعل من الممكن تحديد المعلمات الهيكلية الديناميكية أو المعلمات الشكلية مثل الترددات الطبيعية ، التخميد والتشوهات الشكلية ، وهو يعتمد على تطبيق إثارة مثيرة (يتم توفيرها عمومًا بواسطة مطرقة ارتطام أو وعاء بالاهتزاز) من القياسات على الهيكل. ثم يتم التعامل مع تحديد الاستجابة الديناميكية من خلال نهج أويلر برنولي. تتم مقارنة النتائج التجريبية بالنتائج العددية (برنامج 6 RDM) ، والأقرب منها هو أفضل وضع مستخدم.

الكلمات المفتاحية: الاهتزازات ، التحليل النموذجي التجريبي ، التشوهات الشكلية ، المطرقة الصدمية.

#### Introduction générale

La dynamique des structures est le domaine qui étudie la réponse de structures mécaniques à des environnements dynamiques. Le but est d'étudier d'une part les contraintes dans la structure elle-même pour déterminer si elle peut être endommagée par un environnement dynamique et d'autre part d'étudier l'environnement dynamique transmis par la structure à des passagers matériels ou humains ou encore au matériel électronique embarqué pour évaluer les dommages qu'ils peuvent subir.

Pour étudier la réponse d'une structure à une excitation sinusoïdale, la méthode la plus répandue dans le monde scientifique et industriel est l'analyse modale et le calcul de fonctions de réponse en fréquence. Cette méthode, qui sera détaillée dans le chapitre 2 de cette mémoire, permet de déterminer les fréquences et les niveaux maximum de résonance d'une structure expérimentale ou d'un modèle numérique pour une sollicitation donnée, ainsi que les déformations associées.[1]

#### Synthèse bibliographique:

Des nombreux travaux de recherche ont été réalisés dans le domaine de l'analyse modale

M. LEVINSON[02] est développé une nouvelle théorie pour les poutres de section transversale rectangulaire qui comprend la déformation des sections transversales. En satisfaisant les conditions de cisaillement sur les surfaces latérales de la poutre sont assimilées à une paire d'équations de mouvement couplées telles que aucun coefficient de cisaillement arbitraire n'est requis. Il est montré que l'équation désaccouplée pour une nouvelle théorie autonome pour la statique et la dynamique des poutres de rectangulaire. Dans le cas des vibrations libres, il a été démontré que la théorie de la poutre de Timoshenko est équivalente à la nouvelle théorie à condition que le Timochenko le coefficient de cisaillement ait une valeur de 5/6.C'est une valeur qui n'est pas significativement différente de celle de diverses valeurs données dans la littérature pour la poutre rectangulaire étroite.

P. F. Rizos et al[3] est étudié le mesure des vibrations de flexion d'une poutre en porte-à-faux avec une section transversale rectangulaire ayant une fissure de surface

transversale s'étendant uniformément le long de la largeur de la poutre et des résultats analytiques sont utilisés pour relier les modes de vibration mesurés à l'emplacement de la fissure et la profondeur. A partir des amplitudes mesurées à deux points de la structure qui vibrent à l'un de ses modes naturels, de la fréquence de vibration respective et d'une solution analytique de la réponse dynamique, l'emplacement de la fissure peut être trouvé et la profondeur peut être estimée avec la méthode d'identification était basée sur l'hypothèse d'une fissure de surface transversale, S'étendant uniformément sur la largeur de la structure.

Ömer Civalek et al.[4] a présenté une nouvelle approche pour obtenir des moments précis de flexion et des déplacements. L'analyse de flexion des microtubules soumis à une uniformité des charges distribuées et concentrées sont données. Une simulation numérique est effectuée pour vérifier les prédictions analytiques et pour étudier la détérioration statique et le moment de flexion pour différentes conditions aux limites. Le problème est analysé pour l'étude de la flexion des microtubules. Les résultats numériques montrent que le paramètre non local a un effet important sur le comportement Également utile pour fournir des solutions de vibration et de flambage des microtubules en utilisant la théorie du poutre non local. Même si l'analyse présentée concerne uniquement le boîtier de déformation statique linéaire, la statique non linéaire et la vibration des microtubules basés sur la théorie de la poutre Timoshenko non local peut également être analysée en utilisant la méthode numérique présentée dans cette étude. La détection de la présence de fissures sur la surface du type de poutre l'élément structurel utilisant la fréquence naturelle est présenté.

Kaushar H. Barad et al[5]. Les deux premières fréquences naturelles de la poutre fissurée ont été obtenues expérimentalement et utilisés pour la détection de l'emplacement et de la taille des fissures. Les endroits et la taille des fissures détectés sont comparés aux résultats réels et a été jugé en bon accord. En outre, l'effet de l'emplacement de la fissure et de la profondeur de fissure sur la fréquence naturelle est présenté. En utilisant cette approche, la détection des dommages peut être effectuée en utilisant la fréquence naturelle. La méthode actuelle pour détecter l'emplacement et la taille des fissures est rapide et efficace. La fissure avec un plus grand rapport de profondeur de fissure (a / h) donne des réductions plus

importantes de la fréquence naturelle que celle du plus petit ratio de fissure. Par conséquent, la précision des résultats s'améliore à mesure que la profondeur de fissure augmente.

Labuschagne et al [6] est considéré trois modèles pour une poutre en porte-à-faux basé sur différentes théories: Euler-Bernoulli, trois lignes par Timoshenko et élasticité bidimensionnelle. Ils utilisent les fréquences propres et les modes comme un critère, ils ont trouvé que la théorie de Timoshenko est proche de la théorie bidimensionnelle pour des modes d'importance pratique, mais que l'applicabilité de la théorie Euler-Bernoulli est limitée. Les résultats montrent que le modèle de Timoshenko est remarquablement précis par rapport au modèle bidimensionnel, à condition que la demande soit une pour laquelle la théorie de la poutre est destinée. Cependant, la comparaison à un modèle tridimensionnel mais comme mentionné précédemment, une comparaison d'un modèle bidimensionnel avec un modèle tridimensionnel est indiquée. Ils prévoient qu'une comparaison des valeurs propres et des fonctions propres sera réalisable.

Luca Luschi et al [07] est étudié les propriétés de flexion des poutres avec perforations rectangulaires périodiques. À partir de l'équation standard de la poutre d'Euler-Bernoulli, des expressions analytiques compactes pour la rigidité de flexion équivalente dans des sections remplies et perforées sont développées et utilisées pour calculer les fréquences de résonance de la poutre perforée. Les résultats sont en accord avec les simulations FEM pour la plupart des conceptions pratiques, tant que les effets de contraintes de cisaillement peuvent être considéré comme négligeables. Tandis que les résultats présentés impliquent uniquement des fréquences de résonance, le modèle peut également être utilisé pour évaluer la statique La déviation et les constantes élastiques statiques des poutres perforées.

Salvatore Caddemi et al.[08] a utilisé La rigidité supplémentaire de la matrice de rigidité élémentaires de poutre pour dériver un linéaire homogène élément fini à poutre élastique. L'assemblage de la matrice de rigidité totale obtenue permet d'analyser l'effet de la fissure caractéristique sur les premières fréquences de résonance de la poutre. La solution d'un problème inverse a été effectuée en utilisant cette information et a permis d'évaluer l'effet du bruit sur la profondeur de fissure prédite. Ils ont trouvé que la méthode proposée peut être

utilisé pour concevoir un système intelligent pour la détection des fissures dans les poutres. La performance de cette méthode est élevée pour de grandes valeurs de ratio de fissure et faible bruit.

Mahdi Heydariet al [09] Dans cet article, la vibration flexible forcée d'une poutre fissurée est étudiée en utilisant un modèle bilinéaire continu pour le champ de déplacement. Les effets de la déformation du cisaillement et de l'inertie rotative sont pris en considération maquette de vibration fixable forcée d'une poutre de Timoshenko avec une ouverture le fissure de bord est étudié dans cette recherche en utilisant un bilinéaire continu modèle pour le champ de déplacement. La contrainte et les champs de stress sont calculés par dérivation directe du champ de déplacement et utilisant le modèle de matériau élastique linéaire. Ensuite, l'équation différentielle partielle du mouvement pour une distribution de force générale a été obtenue. Par utilisant le principe de Hamilton Les diagrammes de réponses ont été comparés aux résultats des éléments finis et un excellent accord a été observé. Ils ont également comparés les résultats à celles de la poutre Euler et Bernoulli pour montrer l'importance d'utiliser le modèle Timoshenko dans le cas de poutres courtes. Les résultats ont également été utilisés pour étudier l'effet des sur les diagrammes de réponse en fréquence. L'étude présentée peut être utilisée dans la détection des fissures des algorithmes afin d'identifier l'emplacement et la taille de la fissure.

Dans ce contexte une méthode utilisant des excitations harmoniques; est celle de l'appropriation qu'est apparue dans les années 1960, elle consiste à appliquer des configurations de force particulières "appropriées" permettant d'exciter un mode du système conservatif associé à la structure. La déformée modale peut alors être directement mesurée (on "voit" le mode) et les paramètres modaux sont identifiées par une technique de micro-balayage. Cette méthode est particulièrement adaptée aux structures présentant des modes couples.

Une technique particulière est apparue dans les années 1970 et connaît depuis un succès important principalement dû à sa rapidité de mise en œuvre: l'excitation aléatoire. Le signal de référence appelé bruit blanc peut être décrit comme une superposition de sinusoïde à

toutes les fréquences de la bande choisie [10].

Ce travail consacré à ce sujet est divisé en trois chapitres :

- Le premier chapitre consacré d'une part à des notions et définitions des hypothèses, et d'autre part à la formulation et d'équation d'équilibre relatives à la description du mouvement des vibrations des poutres (longitudinale, flexion), et mode et fréquence propres.
- la deuxième partie est concret à l'analyse modale expérimentale, qui caractérise le comportement dynamique d'une structure, cette résolution se baser sur des acquisitions réelles qui intègrent entièrement la contexte de l'installation et on particulier certaines particularités que l'on peut difficilement appréhender dans d'autre méthodes analytique, telles que conditions limites ou amortissements internes.
- En fin, dans la troisième chapitre nous avons étudié les vibrations des poutres libre libre, elle est libre dans les deux extrémités. On a conduire l'analyse dynamique en projection sur une base modale réduite, nous commençons par construire la base modale de la structure pour le type d'excitation 'marteau de choc'" et l'application de la méthode modale par logiciel m+p SO analyzer, Les fréquences propres qui sont déterminées pour but de obtenir des résultats et présentant des formes propres de la poutre simple.

#### I.1.Introduction

Les vibrations dans un système mécanique résultent d'un transfert alternatif entre énergies cinétique et potentielle qui, sans dissipation, perdure figure (I.1). En présence de dissipation, et c'est le cas de tout système réel, les amplitudes du mouvement convergent jusqu'à l'équilibre dynamique dans le cas d'un système forcé, jusqu'à l'équilibre statique dans le cas d'un système libre.

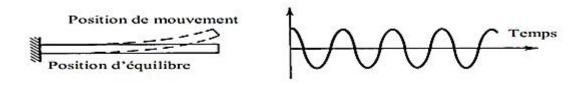


Figure.I.1.Poutre non amortie

L'étude et l'analyse des vibrations (ou signaux) ont pris, au cours des dernières années, un essor considérable en raison du développement de techniques de plus en plus sophistiquées et de besoins les plus variés dans différents domaines : mécanique (transports, machines...), acoustique, optique, transmissions, etc.

L'analyse vibratoire des poutres est d'une grande importance dans la conception de nombreux systèmes mécaniques [11] ainsi que pour l'évaluation de leur performance. On peut citer par exemple, les aubes de turbomachines, les pales des hélicoptères ou d'éoliennes mais également les panneaux flexibles des satellites .... Ce chapitre est dédié à une généralité sur les vibrations des poutres (Libre-Libre), et un partie consacré d'une part aux notions et définition des hypothèses, et d'autre part à la formulation mixte relatives à la description des vibrations de flexion des poutres.

#### I.2.Poutre

On appelle poutre un solide engendré par une surface plane  $(\Sigma)$  qui peut être variable et dont le centre de gravité G décrit un segment [AB], le plan de  $(\Sigma)$  restant perpendiculaire à cette courbe. Il faut également que la longueur AB soit grande devant les dimensions des sections transverses [12].

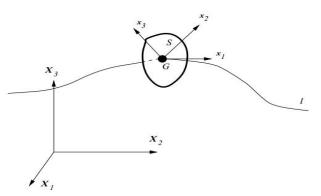
Une poutre est une membrure mince soumise à des charges transversales généralement normales à son axe. La poutre est l'élément structural le plus répandu, puisqu'elle fait partie intégrante de la plupart des ouvrages de construction ou des pièces

machines. Une poutre est un solide engendré par une aire plane S qui est déplacée dans l'espace de manière que durant son mouvement, le centre de gravité G de la section S parcourt une ligne donnée L, et que l'aire se maintienne constamment normale à cette surface.

La ligne L est appelée fibre moyenne de la poutre. Une poutre est caractérisée géométriquement par :

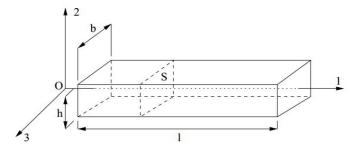
- Une section S suffisamment massive,
- Une longueur selon L grande devant les dimensions transversales,
- Un rayon de courbure de L grand devant les dimensions transversales,
- Un profil sans discontinuité.

La théorie élastique des poutres est basée sur celle des milieux curvilignes. Une position sur la poutre sera caractérisée uniquement par l'abscisse curviligne l d'un point sur la fibre moyenne  ${\cal L}$ 



**Figure.I.2**: Plan  $\Sigma$ 

Une poutre est donc un milieu continu ayant une dimension très grande par rapport aux deux autres figures (I.3). Pour que la théorème du poutre soit applicable il faut que les sections droites soient lentement variables ou constantes en fonction de l'abscisse curviligne, et que la plus grande dimension de la section droite soit petite devant le rayon de courbure et la longueur de la poutre.



**Figure.I.3.** Représentation d'une poutre droite dans le repère (0, 1, 2, 3)

Ici, nous étudions la poutre libre libre figure (I.4) : C'est une poutre libre dans les deux extrémités. [13].

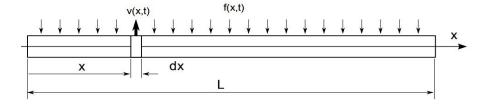


Figure.I.4.Poutre libre libre

#### I.2.1.Principe fondamental de la dynamique

Voici une poutre encastrée libre [12]. Elle est de longueur L et chargée à une distance l de leur encastrement.

$$\begin{cases}
R_{Ax} = 0 \\
R_{Ay} - F = 0 \\
M_{AZ} - F_1 = 0
\end{cases}$$
(I.1)

Trois équations indépendantes linéaires, trois inconnues : Les réactions d'appui peuvent être calculées.

Poutre en flexion dans le plan  $(0, X_0, Y_0)$  Équation locale :  $\forall x \in ]0,1$  [  $\rho S \vec{v} + E I v_{,x^4} = 0$  Avec des C.L. homogènes :  $\begin{cases} v(.,t) & ou \\ v_{,x}(.,t) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} E I v_{,x^2}(.,t) = 0 & ou \\ E I v_{,x^3}(.,t) = 0 \end{cases}$  (I.2)

#### I.3. L'Équations d'équilibre

Soit **R** une poutre droite orientée selon x et soumise à une force répartie donnée figure (I.5). Soit une section droite d'abscisse x et une section infinitésimalement voisine d'abscisse x+dx. Considérons la portion de poutre délimitée par ces deux sections droites [12].

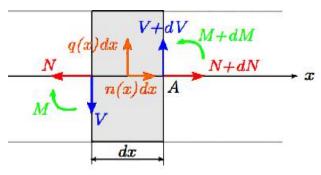


Figure.I.5. Equilibre d'une tranche infinitésimale de poutre

L'équation d'équilibre local d'une poutre droite est :

$$\frac{dN}{dx} = -n(x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = q(x)$$
(I.3)

#### I.3.1. Flexion simple d'une poutre encastrée et chargée en son extrémité

Soit une poutre droite de longueur L encastrée à une extrémité (on parle de poutre encastrée-libre) et chargée ponctuellement à l'autre extrémité d'une force F comme indiqué à la figure (I.6) [12]. L'étude se fait dans le cadre des hypothèses des différents cas de charge seront traités tableau (I).

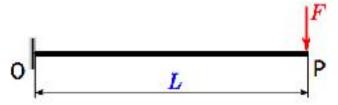


Figure.I.6.Cas d'étude d'une poutre droite simplement encastrée et chargée en son extrémité

**Écriture de l'équilibre global :** On vérifie que la poutre est bien isostatique (l'ajout d'un degré de liberté la rend mobile). On est donc assuré que l'écriture du principe fondamental de la statique va permettre de déterminer les trois réactions d'appuis $R_{0X}$ ,  $R_{0y}$ , et  $M_{0z}$  définies sur la figure (I.7).



Figure.I.7. Définition des réactions d'appuis

Il vient en écrivant le principe fondamental de la statique en O (pour le moment  $M_{Oz}$ ):

$$\begin{cases} R_{Ox} = 0 \\ R_{Oy} - F = 0 \\ M_{OZ} - F_L = 0 \end{cases}$$
 ou encore : 
$$\begin{cases} R_{Ox} = 0 \\ R_{Oy} = F \\ M_{OZ} = F_L \end{cases}$$

➤ Écriture de l'équilibre local : On définit une abscisse curviligne s et l'on écrit l'équilibre d'un tronçon de poutre pour chaque partie (ici, il n'y a qu'une partie) en précisant la convention adoptée ,voir figure (I.8).

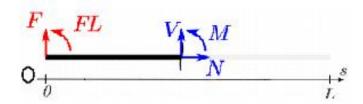


Figure.I.8. Définition des conventions pour l'écriture de l'équilibre local

L'équilibre du tronçon écrit en O (par exemple) fournit alors pour s [0, L]:

$$\begin{cases} N=0 \\ F+V=0 \\ F_L+M+V_S=0 \end{cases}$$
 ou encore : 
$$\begin{cases} N(s)=0 \\ V(s)=-F \\ M(s)=-F(L-s) \end{cases}$$

On vérifie la pertinence de ces résultats :

- L'effort tranchant V est constant sur le (seul) morceau qui n'est pas chargé ;
- La dérivée du moment M est égale à l'opposé de l'effort tranchant V (pour notre convention);
- Le moment est linéaire (conséquence des deux points précédents) ;
- Le moment est négatif (fibre supérieure tendue si F > 0, dans notre convention);
- Le moment est nul à l'extrémité libre.
   On récapitule ces résultats dans le schéma, figure (I.9)

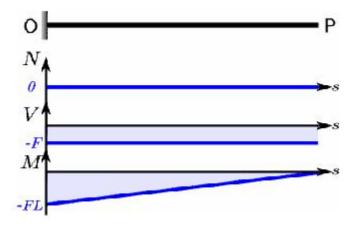


Figure.I.9. Synthèse du calcul des efforts intérieurs

#### ✓ Calcul des contraintes

Le calcul donne:

$$\sigma_{11}(s) = \frac{N(s)}{s} - \frac{M(s)}{l} y = \frac{F(L-s)}{l} y$$
 (I.4)

#### ✓ Calcul de la flèche :

 $M(s) = EI f^{2}(s)$  d'où par double intégration :

$$f(s) = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{6} F s^2 - \frac{1}{2} F L s^2 + c_1 s + c_2 \right)$$
 (I.5)

On détermine les constantes d'intégrations  $c_1$  et  $c_2$  avec les conditions limites :

$$f(0) = 0$$
  $c_1 = 0$  ,  $f_0(0) = 0$   $c_2 = 0$ 

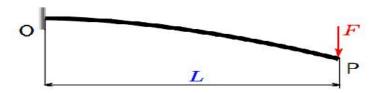


Figure.I.10. Allure de la déformée

Soit finalement:

$$f(s) = \frac{1F}{FI} \left( \frac{1}{6} s^2 - \frac{1}{2} L s^2 \right) \tag{I.6}$$

#### I.4. Vibration des poutres

Les hypothèses de condensation [14] pour les poutres consistent à effectuer un développement en série de Taylor de  $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$  par rapport à  $x_2$  et  $x_3$ :

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) = u_i(x_1, 0, 0, t) + x_2 \frac{\partial u_i}{\partial x_2}(x_1, 0, 0, t) + x_3 \frac{\partial u_i}{\partial x_3}(x_1, 0, 0, t) + \frac{x_2^2}{2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2}(x_1, 0, 0, t)$$

$$+\frac{x_3^2}{2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3^2} (x_1, 0, 0, t) + x_2 \cdot x_3 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2 \partial x_3} + \dots$$
 (I.7)

La théorie des poutres minces consiste à négliger les termes du 2 ordre et d'ordres supérieurs dans ce développement :

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) \approx u_i(x_1, 0, 0, t) + x_2 \frac{\partial u_i}{\partial x_2}(x_1, 0, 0, t) + x_3 \frac{\partial u_i}{\partial x_3}(x_1, 0, 0, t)$$
 (I.8)

On notera par la suite :

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) \approx u_i^0(x_1, t) + x_2 u_i^2(x_1, t) + x_3 u_i^3(x_1, t)$$
 (I.9)

$$\begin{cases} u_1(x_1, x_2, x_3, t) \simeq u_1^0(x_1, t) + x_2 u_1^2(x_1, t) + x_3 u_1^3(x_1, t) \\ u_2(x_1, x_2, x_3, t) \simeq u_2^0(x_1, t) + x_2 u_2^2(x_1, t) + x_3 u_2^3(x_1, t) \\ u_3(x_1, x_2, x_3, t) \simeq u_3^0(x_1, t) + \underbrace{x_2 u_3^2(x_1, t) + x_3 u_3^3(x_1, t)}_{rotations} \end{cases}$$
(I.10)

Le déplacement dans chaque direction 1, 2 ou 3 se compose d'un mouvement d'ensemble ( $u_i^0$ ) et ide deux rotations ( $x_2u_{2i}, x_3u_{3i}$ )

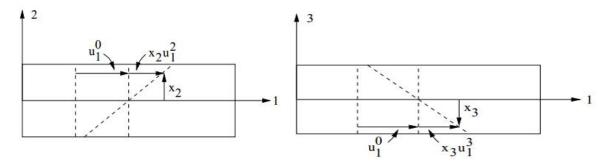


Figure.I.11.Le déplacement dans les directions 1, 2, 3

La théorie des poutres minces suppose que les sections droites restent planes après la déformation : c'est l'hypothèse de Bernoulli. L'ensemble du champ de déplacement est connu si les déplacements et les rotations sont connus le long d'un axe moyen de la poutre : cet axe est appelé axe neutre, ou fibre neutre. L'hypothèse de condensation, pour une poutre mince consiste à réduire le milieu tridimensionnel en un milieu unidimensionnel équivalent. Les inconnues du problème après condensation sont les neuves fonctions  $u_1^0$ ,  $u_2^0$ ,  $u_3^0$ ,  $u_1^2$ ,  $u_2^2$ ,  $u_3^2$ ,  $u_1^3$ ,  $u_1^3$ ,  $u_2^3$ ,  $u_3^3$ . Les neuf fonctions ne dépendent que d'une seule variable d'espace  $x_1$  et du temps t [14].

#### I.4.1. Vibrations longitudinales

Pour les vibrations longitudinales, on suppose que les déplacements se font de façon privilégiée le long de l'axe neutre de la poutre [14], ce qui correspond à une excitation dans l'axe de la poutre.

On peut alors simplifier le champ de déplacement général (éq.I.11) en imposant :

$$\begin{cases}
 u_1(x_1, x_2, x_3, t) \approx u_1^0(x_1, t) \\
 u_2(x_1, x_2, x_3, t) \approx 0 \\
 u_3(x_1, x_2, x_3, t) \approx 0
\end{cases}$$
(I.11)

La seule fonction inconnue  $u_1^0(x_1,t)$  correspond au déplacement d'ensemble dans la direction 1 de chaque section droite. Ici, négliger l'effet de Poisson (contraction de la section droite) consécutif à la déformation axiale. L'effet de Poisson correspond aux termes  $x_2 u_2^2(x_1,t)$  et  $x_3 u_3^3(x_1,t)$  de (éq1).

C.L.	Poutre L-L	Poutre E-L	Poutre E-E
Modes propres	$\cos n \frac{\pi x}{L}$	$\sin(2n+1)\frac{\pi x}{2L}$	$\sin n \frac{\pi x}{L}$
Pulsations propres	$\frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{E}{ ho}}$	$\frac{(2n+1)\pi}{2L}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{E}{ ho}}$
$f_{acier}(L=1m)$	$f_1=2500Hz$	$f_0=1250Hz$	$f_1=2500Hz$
$X_1(x) = \cos \frac{\pi x}{L}$			

**Tab.I.1.**Résultat pour les 3 combinaisons de C.L(Vibration longitudinale libre).

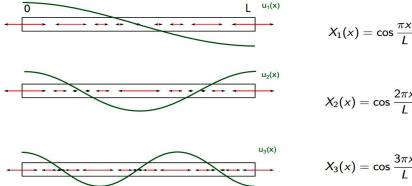


Figure.I.12.Modes longitudinaux de la poutre Libre-Libre.

#### I.4.2. Vibrations de flexion

#### I.4.2.1.Champ de déplacement

Pour l'étude du rayonnement acoustique de structures vibrantes, les vibrations de flexion sont généralement les plus importantes, ce sont elles qui, dans la plupart des cas, font du bruit (les vibrations longitudinales peuvent également produire un rayonnement acoustique par le biais de l'effet de Poisson il faut alors le prendre en compte dans la modélisation).

En repartant de l'expression générale du champ de déplacement linéaire (sans les termes d'ordre strictement supérieurs à 1), (éq1), on émet de nouvelles hypothèses en considérant l'excitation.

L'excitation est maintenant une force agissant dans le plan (1,2) qui va induire un déplacement privilégié suivant l'axe 2. Le champ de déplacement pour la flexion des poutres est [14]:

$$\begin{cases}
 u_1(x_1, x_2, x_3, t) \approx x_2 u_1^2(x_1, t) \\
 u_2(x_1, x_2, x_3, t) \approx u_2^0(x_1, t) \equiv w(x_1, t) \\
 u_3(x_1, x_2, x_3, t) \approx 0
\end{cases}$$
(I.12)

Ce champ de déplacement (éq.I.12) correspond aux hypothèses de Timoshenko. Deux fonctions cinématiques sont inconnues : la flèche w et les rotations des sections droites u21. Plus simplement, la description de Bernoulli fait l'hypothèse supplémentaire que les sections droites restent perpendiculaires à l'axe neutre après la déformation, ce qui impose :

$$\frac{\partial w}{\partial x_1}(x_1, t) = \frac{\partial u_1}{\partial x_2}(x_1, t) \tag{I.13}$$

Les hypothèses de Bernoulli conduisent au champ de déplacement :

$$\begin{cases}
 u_{1}(x_{1}, x_{2}, x_{3}, t) \approx -x_{2} \frac{\partial w}{\partial x_{1}}(x_{1}, t) \\
 u_{2}(x_{1}, x_{2}, x_{3}, t) \approx w(x_{1}, t) \\
 u_{3}(x_{1}, x_{2}, x_{3}, t) \approx 0
\end{cases}$$
(I.14)

L'hypothèse de Bernoulli (dont le champ de déplacement ne possède plus qu'une fonction inconnue : w) revient à négliger le cisaillement transversal  $\varepsilon$  des sections droites. Cette hypothèse est légitime pour un matériau homogène et pour les premiers modes de vibration.

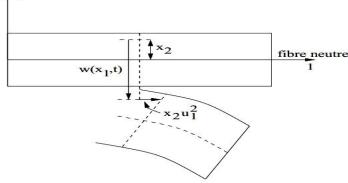


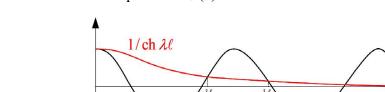
Figure.I.13.Fréquences et modes de vibration pour les CL homogènes simples.

❖ Équation caractéristique :  $\cosh \lambda l - 1 = 0$ 

#### Figure.I.14. Poutre Libre - Libre

Deux modes rigides

Translation de la poutre : V<sub>0</sub> (x) = A<sub>0</sub>
 Rotation de la poutre : V<sub>0</sub> (x) = A<sub>1</sub> x



$$\lambda_1 1 = 4,73004$$

 $\lambda_2 1 = 7.85320$ 

Puis i>2 : 
$$\lambda_i 1 = (2i+1)\frac{\pi}{2}$$

$$V_{i}(x) = \cos \lambda_{i} x + \cosh \lambda_{i} x - \frac{\cos \lambda_{i} x - \cosh \lambda_{i} x}{\sin \lambda_{i} x - \sinh \lambda_{i} x} (\sin \lambda_{i} x - \sinh \lambda_{i} x)$$
(I.15)

#### I.4.3. Modes et fréquences propres

Les valeurs admissibles de la quantité k valeurs seront données par les racines  $k_i L = \alpha_i$  d'une équation f(kL) = 0.

La fonction f étant elle-même définie par les quatres conditions aux limites nécessaires pour déterminer les relations entre les 4 constantes d'intégration a,b,c,d.

Il en résulte que seule une série de pulsations discrètes  $\omega$  (fréquences propres de vibration) sera autorisée, ces pulsations étant obtenues sous la forme générale :

$$w_i = \alpha_i^2 \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{I}{S}}$$
 (I.16)

A chacune de ces fréquences sera associé un profil d'amplitude de déformée  $Y(\omega_i, x) = Y_i(x)$  appelé mode propre de vibration.

Les fréquences propres (fréquences de résonance) résultent dans ce modèle de la compétition entre les forces d'inertie et les forces de rappel élastique.

L'équation aux vibrations ne contient aucun terme susceptible de limiter l'amplitude des oscillations de sorte que la solution en amplitude ne sera définie qu'à une constante multiplicative arbitraire près.

Les Fréquences propres sont la combinaison d'un terme  $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$  caractérisant les propriétés intrinsèque du matériau (élasticité E, inertie  $\rho$ ) qui s'identifie à la vitesse de propagation du son dans la poutre et d'un terme géométrique  $\frac{1}{L^2}\sqrt{\frac{I}{S}}$  qui caractérise la géométrie de la structure.

#### I.4.3.1. Modes d'ordre supérieur

Le nombre de nœuds est égal à l'ordre du mode. La figure ci-dessous schématise l'allure des premiers modes. Le mode fondamental est le plus facile à exciter.

La théorie des modes propres montre que la déformée statique peut être obtenue par la somme pondérée (les facteurs de pondération étant fonction du chargement statique imposé) des déformées des différents modes propres de vibration libre.

Cependant, plus l'ordre du mode est élevé et plus faible est son coefficient pondérateur.

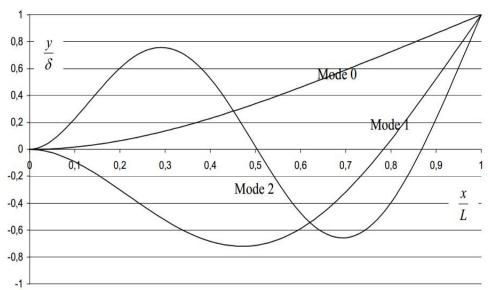


Figure.I.15.Les déformées des différents modes propres de vibration libre

#### I.4.4. Modes et fréquences propres de vibration, cas libre-libre

Le calcul des modes et fréquences propres d'une poutre est très utilisés dans l'analyse vibratoire de ces éléments de structure. Il permet de déterminer la réponse intrinsèque à la structure, c'est à dire qui ne dépend pas des sollicitations extérieures, et qui définit le spectre des fréquences et déformées (modes) qu'il faudra éviter de solliciter si l'on veut que la structure n'ait pas un comportement critique.

De plus, la résolution dans la base modale réduit considérablement la taille du problème du fait des *K* et *M*-orthogonalités des modes propres.

Le calcul de modes propres est notamment utilise dans le domaine de l'analyse modale qui consiste à exprimer le déplacement quelconque d'un structure dans la base, (infinie dans le cas des milieux continus) formée par ses vecteurs propres. C'est une technique couramment employée au niveau analytique aussi bien que dans les codes de calculs par éléments finis par exemple.

La connaissance de cette base modale permet également d'étudier la stabilité d'une structure soumise à une excitation proportionnelle à un ou plusieurs modes propres. Pour simplifier la résolution analytique, considérons un poutre de section constante, de matériau constitutif possédant des propriétés également constantes, la solution du problème sous la forme d'une fonction de l'espace en produit avec une harmonique de pulsation ω à déterminer :

$$u(x,t) = u(x)\cos(\omega t) \tag{I.17}$$

L'équilibre de cette poutre s'écrit alors :

$$EI\frac{d^{2}u}{dx^{2}} + w^{2}\rho Su(x) = 0 (I.18)$$

Considérons le cas libre en x = 0 et libre en x = l. Les conditions aux limites associées impliquent:

Tab.I.2.principale condition au limite pour une poutre extrémité libre.

	pas de contraintes sur le	22-1(1)
extrémité libre	déplacement et la rotation $\Rightarrow$	$M(x_0 t) = EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \bigg _{x=x} = 0$
	le moment de flexion et la	$\left. \frac{\partial x}{\partial x} \right _{x=x_0}$
	force de cisaillement	$Q(x_0t) = -EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} = 0$
$x_0$	s'annulent en $x_0$	$\frac{\partial (x_0 t) - DT}{\partial x^3} \Big _{x=x_0} = 0$

#### II.1.Introduction

L'analyse modale permet la détermination des caractéristiques dynamiques des structures. La connaissance de ces paramètres structuraux est essentielle à la résolution de plusieurs problèmes de vibration.

Généralement la mesure simultanée de la réponse vibratoire de la structure basée sur la force d'excitation en différents points permettant ainsi le calcul de la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF). Certaines méthodes appelées SISO (Single Input Single Output) peuvent être réalisées en mesurant une FRF à la fois. D'autres méthodes appelées SIMO (Single Input Multiple Outputs) mesurent simultanément plusieurs FRF permettant ainsi d'accélérer le processus de mesures.

Finalement, il y a aussi des méthodes à références multiples appelées MISO (Multiple Inputs Single Output) ou MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs) utilisant une ou plusieurs réponses simultanément. Le calcul et la visualisation des paramètres modaux sont possibles à l'aide d'une analyse mathématique des signaux d'excitation et des réponses de la structure [15].Le montage expérimental typique peuvent comporter les éléments comme montre la figure II.1

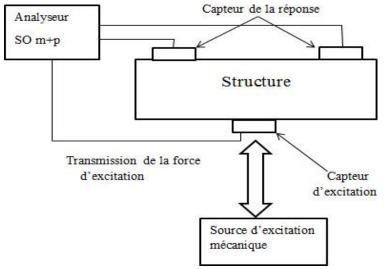


Figure.II.1.Le montage expérimental d'une analyse modale.

#### II.2.Les domaines d'application de l'analyse modale:

Une compréhension détaillée de la dynamique des structures est essentielle pour la conception, le développement de nouvelles structures et la résolution des problèmes de bruit et de vibration sur des structures existantes (machines tournantes, conduites, etc....)

Cette compréhension passe par l'étude de l'analyse modale expérimentale ou théorique, outil efficace qui permet de décrire, comprendre et modéliser le comportement dynamique des structures.

Qui est responsable des niveaux de bruit ou de vibration au-dessus des limites spécifiées? Dans tous les cas, trois facteurs sont prédominants:

- La source, où sont générées les forces dynamiques
- Le chemin de propagation qui transmet l'énergie
- Le récepteur et sa limite acceptable de bruit et de vibrations.
   La clé du problème réside dans l'un de ces facteurs qui peuvent être étudiés de façon à trouver la solution optimale

#### II.3. Analyse modale expérimentale

L'analyse modale des données obtenues à partir des essais structuraux, nous fournit une description définitive de la réponse d'une structure, que l'on peut comparer à des caractéristiques de conception.

Elle nous permet également de construire un outil efficace, le modèle modal, avec lequel nous pouvons étudier les effets des modifications structurelles, ou prévoir les performances de la structure dans des conditions de fonctionnement modifiées.

#### II.4.Déformée propre

Une déformée propre est une allure de déformation associée à une fréquence modale particulière ou emplacement des pôles. Elle n'est ni concrète ni facile à observer. C'est un paramètre mathématique abstrait qui définit une allure de déformation comme si ce mode existait isolément de tous les autres dans la structure.

Le déplacement physique réel en tout point est toujours une combinaison de toutes les déformées propres de la structure. Avec une excitation harmonique proche de la fréquence modale, 95% du déplacement peut être dû à cette déformée particulière, tandis que l'excitation aléatoire tend à produire un « mélange » arbitraire de toutes les déformées.

#### II.5. Fonction de réponse fréquentielle (FRF) :

#### II.5.1.C'est quoi les FRF?

Les fonctions de réponse en fréquence (FRF) sont fonction des caractéristiques du système et sont indépendantes des forces d'entrée. Nous supposons la linéarité, l'invariance

temporelle, l'observabilité et la réciprocité lorsque nous calculons les FRF.

Nous mesurons FRF entre un transducteur de référence et des transducteurs de réponse. Les FRF contiennent des informations d'amplitude et de phase.

La condition de fonctionnement doit être stable, car nous classons les données pour obtenir des FRF. Nous mesurons les FRF en utilisant l'estimateur H1, H2 ou H3. Lorsque vous configurez une exécution de test, à partir de test on peut estimer la mesure utilisée. Pour plus d'informations sur les estimateurs FRF, voir figure II.2, Les grandeurs de FRF ont des pics aux résonances du système et des creux aux antirésonances du système. La phase FRF diminue de 180 degrés par une résonance et s'élève à 180 degrés par une antirésonance.

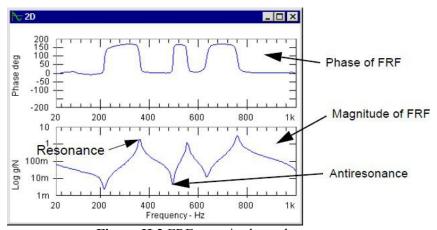


Figure.II.2.FRF magnitude et phase

Une mesure du point de conduite est une mesure où l'emplacement et la direction d'entrée sont identiques à ceux de l'emplacement et de la direction de sortie. La partie imaginaire d'un point de commande FRF doit être complètement positive ou complètement négative, en fonction de l'orientation positive ou négative des signaux d'entrée et de sortie. Les pics ou les creux de la partie imaginaire d'un point d'entraînement FRF correspondent aux résonances du système, voir figure II.3.

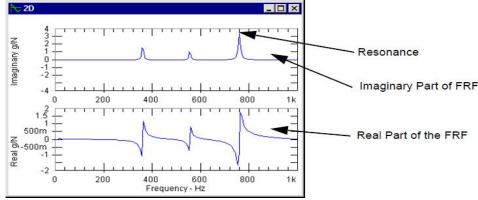


Figure.II.3. Pièces réelles et imaginaires du point de commande FRF.

#### II.6.Système de mesure

L'analyse modale est basée sur la mesure d'un ensemble de fonctions de réponse en fréquence (FRF).le mouvement est décrit en termes de déplacement (compliance), de vitesse (mobilité), ou d'accélération (accélérance).dans le sens général, le terme mesure de mobilité est utilisé pour décrire toute les formes de FRF.

Pour la modélisation, la FRF la plus souvent utilisée est la compliance .la FRF utilisée, en général, pour les mesures est l'accélérance et le capteur le plus adapté étant un accéléromètre. La compliance, la mobilité et l'accélérance sont algébriquement liées, la mesure de l'une de ces valeurs peut être utilisée pour calculer les autres.

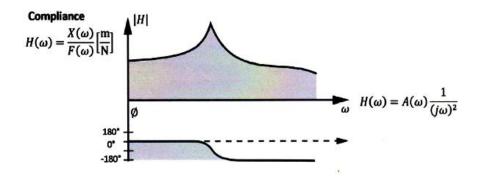


Figure.II.4. Formes de la FRF: compliance

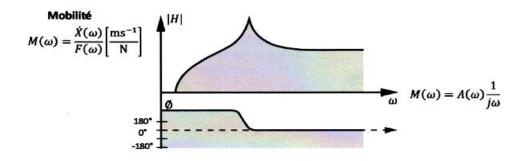


Figure.II.5. Formes de la FRF: Mobilité

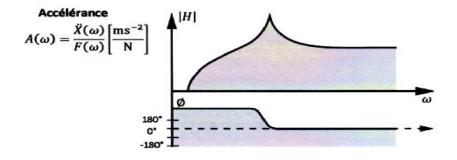


Figure.II.6.Formes de la FRF: Accélérance

#### II.7.Bruit dans la mesure des réponses

Pour la mesure, la structure à l'essai est suspendue par un moyen quelconque. Le signal de force est mesuré par un moyen quelconque. Le signal de force est mesuré par un capteur de force directement connecté au point ou la force est appliquée. Mis à part un bruit électrique de très bas niveau, l'excitation vraie peut être mesurée.

En utilisant la méthode des moindres carrés, afin de minimiser les effets du bruit sur la réponse, nous pouvons trouver que le meilleur estimateur de la FRF est  $H_1$ .

On peut voir que cet estimateur est composé de l'inter spectre entre la réponse et la force, divisé par l'autospectre de la force.

$$H_1(\omega) = \frac{G_{FX}(\omega)}{G_{FF}(\omega)} \tag{II.1}$$

Un point important concernant  $H_1$ , est que le bruit aléatoire de la sortie est éliminé pendant la moyenne de l'inter spectre.  $H_1$  tend vers la valeur vraie de  $H_1$  au fur et à mesure que le nombre "n" de moyenne augmente.

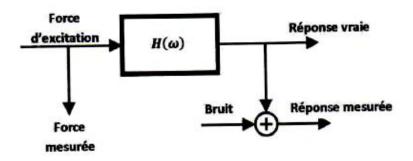


Figure.II.7. Schéma bloc d'une réponse bruitée

#### II.8.L'analyseur bicanal FFT

L'analyseur bicanal FFT peut être utilisé pour la mesure de H<sub>1</sub> et H<sub>2</sub> .l'utilisation peut considérer l'analyseur comme une (boite noire), ne nécessitant que les signaux d'excitation et de réponse pour calculer la FRF. Revoyons cependant les principes de l'analyse spectrale, ainsi que quelques définitions.

a) Les signaux analogiques d'entrée sont filtrés, échantillonnés et numérisée pour donner une série de séquences numériques, ou enregistrements. Sur une durée de temps finie, ces enregistrements représentent les variations temporelles du signal. La vitesse d'échantillonnage et la longueur des enregistrements déterminent la gamme de fréquence et la résolution de l'analyse.

- b) Chaque enregistrement d'une séquence continue peut être multiplié (pondéré) par une fonction fenêtre. Cette fonction pondère les données de début et de fin de chaque enregistrement pour les adapter à l'analyse par blocs.
- c) La séquence pondérée est transformée dans le domaine fréquentiel en spectre complexe, à l'aide de la transformée discrète de Fourier. Le processus est réversible : la transformée inverse donne la séquence temporelle originale. Pour estimer la densité spectrale du signal, des techniques de moyennage permettent d'éliminer le bruit et d'augmenter la confiance statistique.

#### II.8.1.Fonction de Fourier transfert (FFT)

Cette fonction transforme le signal temporel à un signal fréquentiel Avantages de l'analyse FFT :

- Les mesures sont réalisées en simultané à l'entrée et à la sortie du Système
- On mesure les auto-spectres en entrée et en sortie ainsi que l'inter-spectre entre l'entrée et la sortie
- Toutes les autres fonctions (Cohérence, Réponse impulsionnelle...) sont calculées à partir de ces données de base [16]

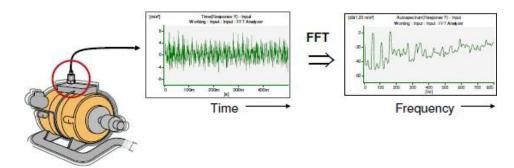


Figure.II.8. Fonction transforme le signal temporel à un signal fréquentiel

#### II.9. Analyse du signal et analyse de systèmes

#### II.9.1.L'analyse de signal

Donne la réponse d'un système à une excitation généralement inconnue, ainsi que la possibilité d'interpréter facilement cette réponse. Détermine et décrit la réponse réelle due aux forces opérationnelles qui ne sont pas mesurables.

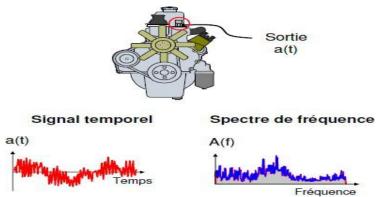


Figure.II.9. Analyse de signal

## II.9.2.L'analyse de système

Donne les propriétés inhérentes à un système. L'analyse est réalisée en excitant le système avec des forces mesurables et en étudiant le rapport réponse /force. Pour des systèmes linéaires, ce rapport est propre au système et reste le même que la structure soit excitée ou au repos. Détermine les propriétés inhérentes au système et permet d'obtenir un modèle dynamique [17].

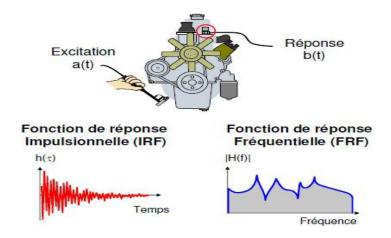


Figure.II.10. Analyse de système

Pour tirer le meilleur parti des mesures de mobilité, l'utilisateur doit être familier avec un certain nombre d'erreurs possibles, afin de les reconnaître et d'en minimiser les effets.ces erreurs se répartissent en deux classes.

La première classe est constituée d'erreurs aléatoires .elles sont perçue comme des dispersions aléatoires dans les données, causées par le bruit.

La seconde classe est constituée d'erreurs de biais.il s'agit d'erreurs systématiques qui apparaissent avec la même amplitude et la même phase à chaque mesure.

Le tableau suivant donne la classification des sources typiques d'erreurs, pour lesquelles les divers estimateurs peuvent minimiser des effets particuliers. Les cas dans lesquels la fonction de cohérence peut ou ne peut pas indiquer les erreurs sont repérés par (+) et (0) respectivement.

Erreur Estimateur H1  $H_2$ Bruit en sortie (+) (réponse à des forces d'excitation) Bruit à l'entrée D A (+) Extraction aléatoire D/A D/A (+) Système non linéaire Excitation déterministe D D (0) Dispersion du point d'impact (ou de la direction A Α (+) d'impact) Excitation aléatoire D (D) (+) Fuite Déterministique D D (0) (impact) D = Erreur de biais (systématique) A = Erreur aléatoire (minimisée par le moyennage)

**Tableau.II.1:** Classification des sources d'erreurs.

#### II.10.L'excitation

Les mesures de mobilité sur une structure impliquent que la structure soit excitée par des forces dynamiques mesurables, mais il n'existe pas de restrictions théoriques sur la forme de l'onde, ou la façon dont est produite l'excitation.

#### II.10.1.Forme de l'onde d'excitation

Dans cette discussion, nous nous limiterons aux formes d'onde dont l'énergie est distribuée sur une large bande de fréquence, en particulier sur la gamme de fonctionnement de la structure.

Certains paramètres doivent être pris en compte avant de choisir la forme de l'onde d'excitation :

- Type d'application
- Contrôle des spectres
- Facteur de crête
- Linéarité de la structure
- Rapidité de l'essai
- Equipement disponible

Si le but de l'essai est de mesurer simplement les fréquences propres, la précision exigée est moindre que pour les mesures qui forment les bases d'un modèle mathématique.

Le coût d'une précision accrue est lié au temps mis pour réaliser les mesures et à la somme investie dans l'instrumentation

Le contrôle des spectres consiste à limiter l'excitation sur une gamme de fréquence donnée.

Le facteur de crête décrit l'importance des pics dan un signal .il est défini comme le rapport entre la valeur crête et la valeur efficace du signal .une onde d'excitation avec un haut facteur de crête présente deux inconvénients :

- Le rapport signal/bruit est réduit car l'appareil de mesure doit accepter les pics et une partie du signal est perdue dans le bruit de fond.
- Les forces de très haut facteur de crête peuvent provoquer des non linéarités dans la structure.

Dans le cas de non-linéarité, devons nous décrire le comportement non-linéaire de la structure, ou le réduire à une approximation linéaire ?

L'analyse modale ne traite que des systèmes linéaires et n'utilise que des modèles linéaires .il est généralement possible de faire une approximation des systèmes non-linéaires par un système linéaire .avec une forme d'onde qui excite la structure à des niveaux très variés, la non-linéarité prend un caractère aléatoire et disparaît lors du moyennage .l'étude des non-linéarités est généralement faite à l'aide d'une excitation sinusoïdale d'amplitude maximale.

#### II.10.1.a. Excitation aléatoire

Ici, le terme d'excitation aléatoire s'applique à la force d'excitation qui, en termes statistique, a une distribution de probabilité normale ou gaussienne. Avec ce type d'excitation, les divers enregistrements temporels dans l'analyseur contiennent des données d'amplitude et de phase aléatoire, à chaque fréquence. Cependant, le spectre global apparaît plat et continu avec un niveau d'énergie approximativement constant sur toutes les fréquences. De par le caractère aléatoire du signal, la structure est excitée sur une gamme de force très étendue.

Ceci rend aléatoire les éventuels comportements non-linéaires de la structure, et donne la meilleure approximation linéaire après moyennage.

La distribution de fréquence des spectres est facile à contrôler et peut être limitée à la gamme de fréquence d'analyse, de 0 Hz jusqu'à la fréquence limite supérieure  $\omega_s$ , ou pour l'analyse par zoom entre les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

Les formes d'ondes d'excitation aléatoire sont générées électroniquement, ou synthétisées numériquement. Elles passent ensuite dans un amplificateur de puissance qui alimente un excitateur électrodynamique. Dans les analyseurs modernes le générateur de forme d'ondes est intégré et synchronisé avec l'analyse.

L'excitation est aléatoire et continue dans le temps, mais la longueur des enregistrements est finie, ce qui peut provoque des erreurs de fuite. Ces erreurs peuvent être minimisées par l'utilisation des fonctions de pondération, qui ont pour effet d'atténuer les données au début et à la fin de l'enregistrement .la meilleure fonction de pondération à utiliser avec des données aléatoire est la fenêtre de Hanning.



Figure.II.11.Signal d'excitation aléatoire

## II.10.1.b.Excitation pseudo-aléatoire:

La forme d'onde pseudo-aléatoire est un signal périodique qui se répète lui- même à chaque enregistrement à une allure de forme d'onde aléatoire avec une distribution d'amplitude quasi-gaussienne.

Cependant, les propriétés spectrales en sont très différentes. Le signal se répétant luimême à chaque enregistrement ou ayant une période égale à la longueur de l'enregistrement, les spectres correspondants ont les propriétés suivantes :

- Le spectre devient discret, et ne contient de l'énergie qu'aux fréquences échantillonnées à l'analyse. Nous pouvons considérer le signal comme un ensemble de sinusoïdes de même amplitude, mais de phase aléatoire.
- Chaque spectre a la même amplitude et la même phase pour chaque fréquence.
   Ceci entraîne que le moyennage n'aura que peu d'effets, excepté la suppression des bruits aléatoires.
- La structure étant excitée à la même amplitude de force pendant tout le temps de l'essai, une approximation linéaire ne peut pas être obtenue par moyennage.
- La nature périodique du signal élimine les erreurs de fuite, et on utilise dans ce cas fenêtre rectangulaire.

Le fonctionnement et le contrôle sont similaires à ceux employés avec la forme d'onde aléatoire ; dans ce cas le générateur de signal doit évidemment être synchronisé avec l'analyseur.

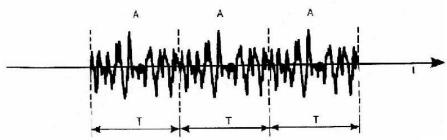


Figure.II.12. Signal d'excitation pseudo aléatoire

### II.10.1.c. Excitation périodique aléatoire:

Nous pouvons éviter l'inconvénient d'excitation pseudo- aléatoires en changeant le pseudo- aléatoire séquence de signal avec le temps. Un tel signal est appelé périodique aléatoire et se compose d'une pseudo- aléatoire (A) de longueur T qui est répétée plusieurs

fois, suivie d'une autre séquence (B) d'une longueur de T, qui est indépendant de A, répété le même nombre de fois. Une troisième séquence (C), indépendamment de ceux qui l'ont précédé est maintenant répété, et ainsi de suite.

Comme indiqué dans Fig.II.13, les deux premières périodes de chaque séquence sont utilisés pour la réponse transitoire du système après le changement de la séquence c'est-à-dire le changement de phase et d'amplitude entre toutes les composantes ondes sinusoïdale. La dernière séquence est ensuite utilisée pour l'analyse lorsque le système est dans un état quasi stationnaire. Rectangulaire pondération devraient être utilisées et il n'y aura pas de fuites.

En outre, elle donnera la meilleure approximation linéaire du système, comme les différents pseudo- aléatoires sont indépendants les uns des autres (épreuve aléatoire de phase et d'amplitude) et chaque bloc de signal peuvent avoir facteur de crête différente.

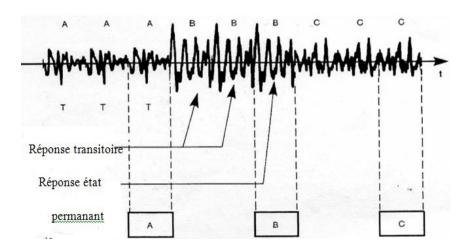


Figure.II.13. Signal d'excitation périodique aléatoire

### II.10.1.d.Excitation par impact

La technique d'excitation la plus répandue en analyse modale est l'impact donné par un marteau d'excitation.

La forme d'onde produite par un impact est un transfert transitoire d'énergie. C'est-à-dire un événement de très courte durée. Le spectre est continu, avec une amplitude maximale à 0 Hz, qui décroît avec l'augmentation de la fréquence.

Le spectre de force a une structure périodique avec une valeur nulle à tous les N/t intervalles, ou n est un entier et T la durée réelle du transitoire. La gamme de fréquence utile va de 0 Hz à la fréquence F, point auquel l'amplitude du spectre décroît de 10 à 20 dB.

La durée, et par conséquent la forme du spectre d'un impact, sont déterminées par la masse et la raideur de la structure et de déterminées par la masse et la raideur de la structure et de l'objet qui produit l'impact.

Pour un marteau relativement petit et une structure suffisamment rigide, la raideur de l'embout du marteau détermine le spectre, ce dernier agissant comme un filtre mécanique. Différents embouts de marteau permettent de choisir la fréquence de coupure de l'impact.

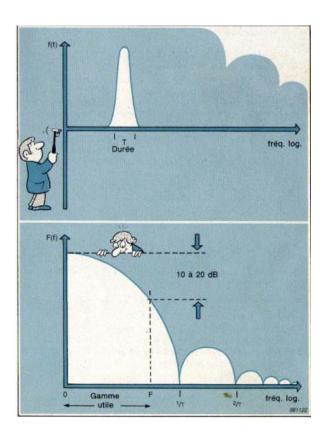


Figure.II.14.L'excitation par impact

Les avantages des essais à l'aide d'un marteau sont les suivants:

- Rapidité: il suffit de peu d'essais pour obtenir une moyenne.
- Pas besoin de fixations spéciales.
- Pas de masse variable sur la structure. Ceci est un avantage particulier pour les structures légères puisque des charges différentes d'un point à un autre sur la structure peuvent donner des fréquences modales décalées d'une mesure à l'autre.
- C'est une méthode idéale pour les mesures in situ.
- C'est une méthode relativement peu coûteuse.

Cependant, cette méthode présente certains inconvénients :

- Les hauts facteurs de crête rendent cette technique inutilisable pour les systèmes nonlinéaires car elle provoque leur comportement non-linéaire.
- Pour appliquer suffisamment d'énergie à une grande structure, on utilise des forces présentant des pics très élevés qui peuvent endommager localement la structure.
- Le signal est hautement déterministe, et le niveau de force varie peu entre les niveaux de saturation et le niveau de déclenchement. Ceci signifie qu'une approximation linéaire est impossible pour les systèmes non-linéaires.
- De par la nature déterministe du signal, la fonction de cohérence ne détecte pas les éventuelles fuites spectrales ou comportements non-linéaires.
- Le spectre n'est contrôlable que dans sa supérieure, ce qui signifie que cette technique n'est pas adaptée, ce qui signifie que cette technique n'est pas adaptée à l'analyse par zoom.

## II.11.Fréquences modales

La fréquence modale ou fréquence de résonance est le paramètre le plus simple à déterminer.

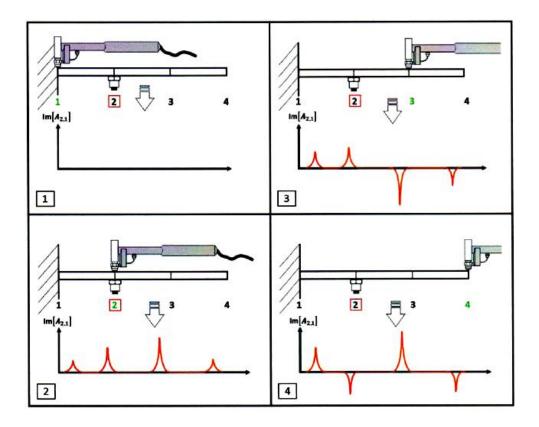
La résonance est identifiée par un pic dans le spectre d'amplitude de la fonction de réponse en fréquence. A l'aide du curseur de l'analyseur il est possible de se déplacer d'un pic à un autre et de relever les valeurs de la fréquence de résonance.

Cependant, la résolution de l'analyseur détermine la précision de la mesure. Une bonne résolution peut être obtenue en réduisant la gamme de fréquence de la bande passante fréquences, ou en effectuant un zoom autour de la fréquence étudiée.

#### II.12.Détermination de la déformée modale

La voie la plus simple à suivre pour déterminer la déformée modale d'une structure est d'utiliser la technique appelée "méthode des quadratures" qui est basée sur l'hypothèse que le couplage entre modes est faible.

En pratique, les structures mécaniques sont souvent faiblement amortie (<1), ce qui explique le faible couplage entre modes.



**Figure.II.15.**Exécution d'une excitation sur 4 points (n en vert 1, 2, 3,4)

Autour d'un point de mesure fixe (encadré rouge 2) avec le relevé de la partie imaginaire pour chaque point.

A n'importe quelle fréquence, l'amplitude de la fonction de réponse en fréquence est la somme de la contribution de tous les modes.

En présence d'un léger couplage, la réponse structurale à un mode donné est complètement contrôlée par celui-ci, ainsi la méthode de quadrature peut être utilisée pour démêler le traçage de la déformé modale.

## II.13.Objectifs

Dans le système de modèle à 1 degré de liberté, on étudiera analytiquement le comportement vibratoire de structures, à travers leurs fonctions de réponse en fréquence. Cette démarche déductive est illustrée figure II.16.

La démarche inverse, partant des résultats expérimentaux, permettra de dégager un modèle structurel suffisant vis-à -vis de l'expérience. Ceci est illustré figure II.17.

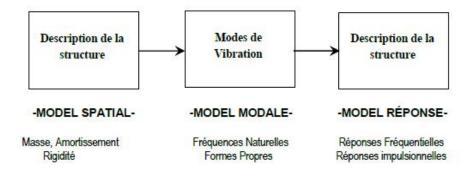


Figure.II.16.Démarche théorique de l'analyse vibratoire



ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE

Figure.II.17.Démarche expérimentale de l'analyse vibratoire

### III.1.Introduction

Une compréhension détaillée de la dynamique des structures est essentielle pour la conception et le développement de nouvelles structures, et la résolution des problèmes sur des structures existantes. L'analyse modale expérimentale permet de décrire une structure en termes de caractéristiques dynamiques propres. On parlera alors de fréquences propres, d'amortissements modaux et de modes propres.

L'analyse modale, analytique ou expérimentale, permet de déterminer tous les paramètres modaux suffisants pour formuler un modèle mathématique dynamique. La détermination des paramètres modaux d'un système mécanique se fait au travers de la mesure et de l'analyse d'une fonction de transfert. Cette fonction de transfert est encore appelée fonction de réponse fréquentielle ou FRF.

Le domaine d'utilisation de l'analyse modale est très vaste. Il s'étend d'une simple vérification expérimentale des fréquences propres (fréquences modales) à des simulations numériques basées sur le modèle modal. A partir d'une simple fonction FRF, on peut observer des faiblesses structurelles dynamiques en termes de fréquences propres. Grâce à un ensemble complet de FRF, on peut visualiser les déformées modales associées.

La vérification et l'amélioration des modèles analytiques ainsi que la description qualitative des déformées modales font partie d'un large éventail d'applications des données modales. Cet ensemble de possibilités nous permet de mieux comprendre le comportement dynamique des structures.

### III.2.Aspect expérimentale

## III.2.1. Dispositif expérimentale

Le principe du banc expérimental pour réaliser des essais dynamiques est simple. Il comprend une chaîne d'acquisitions permettant d'enregistrer les signaux d'excitations et de réponses de la structure. Ces signaux seront donc traités et analysés par le logiciel de traitement « SO Analyser ».

Comme le présente la figure III.1, ce dispositif est muni d'un excitateur (marteau de choc ou pot-vibrant) et des capteurs de mesure. Dans notre cas on a utilisé le dispositif à marteau de choc.

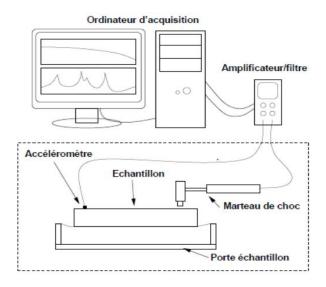


Fig. III.1. Dispositif expérimental d'un essai au marteau de choc

### III.3. Matériel utilisé:

#### III.3.1. La structure d'essai :

C'est une poutre mince fabriqué d'un acier de dimension (épaisseur 10 mm, largeur 40 mm et de longueur 1000mm) des Caractéristiques mécaniques module de young E=2.1 1011 (N/m2), coefficient Poisson 0.29 est la masse volumique  $\rho$ =7850 (Kg / m3).

### III.3.2. Les accéléromètres

La mesure de la réponse est obtenue grâce à des accéléromètres fixés sur la structure. (Figure III.2). Il s'agit de capteurs d'accélération dynamique qui mesurent l'accélération des déplacements à la surface de l'échantillon.



Fig. III.2. Accéléromètres

Ces accéléromètres fonctionnent selon le principe piézoélectrique. Une partie piézoélectrique et une masse "sismique" forment, à l'intérieur du capteur, un système d'amortissement, précontraint par un ressort. Lorsque des vibrations agissent sur ce système, la masse exerce une force alternante sur la partie piézoélectrique ce qui provoque des charges électriques par suite de l'effet piézoélectrique. L'accéléromètre capte les vibrations puis les transmet à un amplificateur sous forme de tension. Ces variations de charge sont proportionnelles à l'accélération.

Plusieurs moyens existent pour fixer un accéléromètre sur une structure (colle, goujon, adhésif, aimant...). Dans le cadre de nos essais, nous obtenons de bons résultats en utilisant une couche très fine de cire d'abeilles appliquée sur l'embase de l'accéléromètre. Ce moyen de fixation possède un comportement linéaire jusqu'à une fréquence d'excitation de 10 *kHz*, mais cela dépend de la masse de l'accéléromètre. Sa mise en place est très rapide et permet un gain de temps non négligeable.

Caractéristiques de l'accéléromètre (PCB 356A15 de type ICP) :

- Sensibilité: # 100 mV/g (10,2 mV/ (m/s²));
- Plage de mesure : ± 50 g crête (± 490 m/s² crête) ;
- Minimum mesurable (1 à 10 000 Hz): 0,0002 g rms (0,002 m/s<sup>2</sup> rms);
- Plage fréquentielle (± 5%) : 2 Hz à 5 000 Hz ;
- Plage de température : 54°C à + 121°C ;
- Masse: 10,5 grammes; carcasse en titane.

## III.3.3. Logiciel Analyzer (m+p SO Analyzer)

m+p SO Analyzer est un système intégré destiné à la mesure de signaux dynamiques, à l'analyse de toute source sonore et/ou vibratoire, à l'édition de rapports personnalisés, et d'une manière générale à l'étude de tous signaux dynamiques. Les traitements temporels et fréquentiels sur les signaux peuvent s'effectuer aussi bien en temps réel qu'en temps différé.

Disposant d'assistants performants et simples, l'analyseur m+p de signaux dynamiques permet d'effectuer facilement des tâches telles que l'acquisition de données, l'affichage des résultats, la réalisation d'une analyse appropriée, et l'édition de rapports adaptés au client, le tout via une interface utilisateur conviviale, de type Microsoft Office. m+p SO Analyzer est conçu pour l'étude de sources sonores et vibratoires sur le terrain aussi bien qu'en laboratoire.

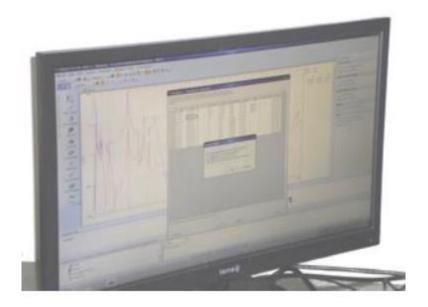


Fig. III.3. Visualisation et acquisition

## III.3.4. L'Amplificateur de puissance

Le rôle des amplificateurs est, une fois le filtrage effectué, d'amplifier le signal de façon automatique (autorange) ou manuelle, et d'adapter sa dynamique à celle de la chaîne d'acquisition dans le but de réduire le bruit et de transmettre l'information de façon exploitable un amplificateur électronique ou un amplificateur (informel) est un dispositif électronique qui peut augmenter la puissance d'un signal (une tension ou un courant différant du temps).

Un amplificateur utilise l'alimentation électrique d'une alimentation pour augmenter l'amplitude d'un signal.



Fig.III.4.L'implifiercateur

## III.3.5. Le châssis:

Le NI 9234 est un module d'acquisition de signaux dynamiques de la série C à 4 canaux pour la réalisation de mesures de fréquence audio haute précision à partir de capteurs piézoélectriques électroniques intégrés (IEPE) et non-IEPE avec les systèmes NI Compact DAQ ou Compact RIO.

Le NI 9234 offre une plage dynamique de 102 dB et intègre un couplage AC / DC sélectionnable par logiciel et un conditionnement du signal IEPE pour les accéléromètres et les microphones. Les quatre canaux d'entrée numérisent simultanément les signaux à des vitesses allant jusqu'à 51,2 kHz par canal avec des filtres initialisant si possible de configurer le système souhaité grâce au Guide de sélection NI Compact DAQ. Le guide inclut des calculs intégrés de performances, spécifiés jusqu'au nombre de voies en fonctionnement.

Le matériel NI Compact DAQ offre la possibilité d'utiliser les fonctionnalités de USB plugand-play pour les mesures électriques et par capteur au laboratoire, sur le terrain et sur la chaîne de production.

C'est un enregistreur de données avec les performances et la souplesse de l'instrumentation modulaire, NI Compact DAQ permet d'effectuer des mesures rapides et précises grâce à un système compact et simple.



Fig. III.5.châssis

### III.4. Mode d'excitation

La mesure d'une fonction FRF sur une structure implique que la structure soit excitée par des forces dynamiques mesurables. Pour l'étude dynamique de notre structure, nous avons à disposition un marteau de choc.

## III.4.1. Test d'impact - Marteau de choc

Le test d'impact a été développé vers la fin des années 70 et est devenu la méthode la plus populaire dans le domaine des analyses modales. Le test au marteau de choc (**Fig. III.6**) est très utilisé aujourd'hui, il est pratique et permet de déterminer rapidement les paramètres modaux d'une structure. Il est possible de tester une grande variété de structures de différentes natures.

Différentes tailles de marteaux sont alors requises pour fournir une force d'impact appropriée à la taille de la structure.

La sollicitation au marteau de choc est un événement de très courte durée. L'impact transfère son énergie à la structure et produit ainsi une onde. La forme du spectre d'un impact est déterminée, par la masse et la raideur de la structure et par la nature de l'objet qui sert d'impacter.



**Fig.III.6.**Marteau d'impact.

Caractéristiques de marteau (PCB 086C03 de type ICP) :

Sensibilité: # 2,2 mV/N

• Gamme : 2200 N

• Gamme de fréquence : jusqu'à 8 kHz

• Masse du marteau : 160 grammes

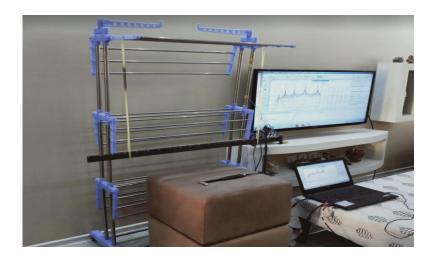
• Différents embouts

Masse additionnelle

# III.5. Description d'une poutre et du dispositif expérimental

L'analyse modale expérimentale des vibrations avec excitation par impact présente l'avantage d'être assez simple à mettre en œuvre. La **Figure** *III*.7 montre le dispositif expérimental utilisé pour étudier les vibrations de notre poutre en configuration libre-libre.

La structure est constituée d'une poutre en acier. Elle est graduée afin de repérer la coordonnée de l'impact et celle du point de mesure (**Fig.** III.7). L'accéléromètre est fixé au premier point (point numéro 1). La poutre est excitée aux points  $M_i$  (i=1, ..., 20) et la réponse est relevée au point  $M_1$ . Nous avons effectué des relevés de mesures en 20 points de mesure afin d'avoir des formes propres lisses jusqu'à un ordre élevé et balayer toutes les fréquences propres.



**Fig. III.7.**Montage expérimental [18]

L'analyseur utilisé permet d'enregistrer et de stocker les spectres pour chaque point de l'itinéraire choisi. Le signal d'entrée, capté par l'accéléromètre, est conditionné et amplifié. Il peut délivrer en sortie un signal proportionnel soit au déplacement, à la vitesse, l'accélération, etc.

Au niveau de l'essai, il est nécessaire de prévoir suffisamment de pointe de mesure. Pour déterminer les fréquences propres la structure est excitée à l'aide d'un marteau d'impact avec un capteur de force incorporé dans la tête et la réponse est détectée en un autre point de la structure à l'aide d'un accéléromètre piézo-électrique qui permet de convertir un paramètre physique en signal électrique. L'appareil d'analyse affiche directement les différentes mesures.[18]

## III.6. Analyse modale expérimentale

A la fin des essais nous obtenons les résultats des 20 points de mesures sous différentes formes (réponses temporelles, spectres de réponses, fonctions de réponses fréquentielles ...). Nous montrons sur la **Figure III.8** les fonctions de réponses fréquentielles FRF en forme cascades.

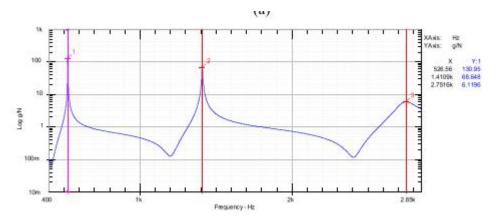


Fig.III.8.Les fonctions de réponses fréquentielles FRF en forme cascades.

## III.6.1. Le choix du type d'analyse

## III.6.1.1 Le Mode d'analyse

Le type d'analyse choisi est le model à plusieurs degrés de liberté MDOF, nous allons étudier notre structure comme un system à plusieurs degré é de liberté

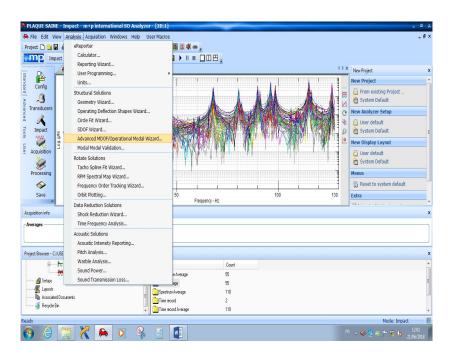


Fig. III.9. Choix du mode d'analyse

## III.6.1.2 Les directions de mesures

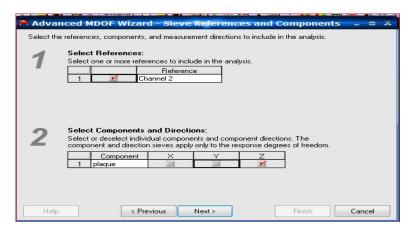


Fig. III.10.Choix de la direction de mesure suivant z.

## III.6.1.3 Le temps de mesures

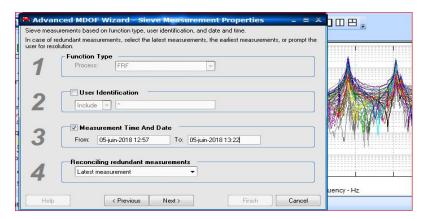


Fig. III.11.Limitation de la date et du temps des essais

# III.6.1.4 La bande de fréquences de l'analyse

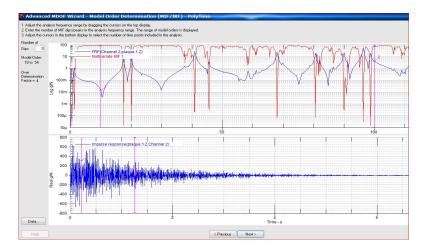
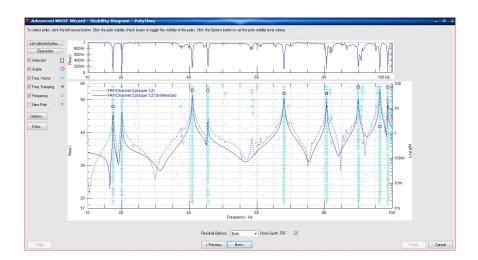


Fig.III.12.Limitation de la bande de fréquences entre 5 Hz et 100 Hz



# III.6.1.5 Le choix des fréquences de la base modale

Fig. III.13. Choix des fréquences suivant les piques des spectres

## III.6.2. Résultats et discussion:

Dans cette section, l'efficacité de l'indicateur proposé sont vérifiées dans les conditions aux limites libres-libres de la structure bidimensionnel. Des informations générales sur les caractéristiques du faisceau sont présentées dans le tableau.III.1.

Propriétés/unité	Valeur
Largeur(b) (mm)	40
Epaisseur(h) (mm)	10
Longueur(L) (mm)	1000
Masse totale (Kg)	3.140

Table.III.1: Caractéristique géométriques de la poutre.

Pour les mesures, nous avons utilisé la carte d'acquisition NI 9234, les accéléromètres est utilisé et les données sont collectées à l'extrémité de la poutre. Les fréquences ont été calculées après vingt (20) positions d'impact du marteau.

La configuration expérimentale, FRF et les quatre premières fréquences naturelles de la poutre simple sont illustrées à la figure III.14.

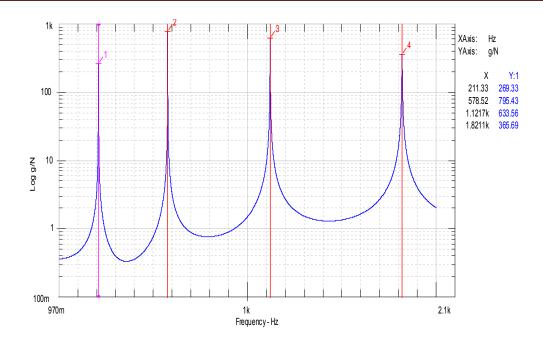


Fig. III.14.FRF et fréquence

**Tableau.III.2:** Tableau des valeurs de fréquence expérimentale

modes	Fréquences [Hz]	
1	211.33	
2	578.52	
3	1.1217k	
4	1.8211k	

Les résultats expérimentaux sont présentés sous formes de spectres de fréquences, chaque spectre a nécessité un essai dynamique par l'excitateur. Nous avons choisit l'excitation par marteau d'impact comme résultat de l'expérience précédente.

Cette étude expérimentale est suivie par une simulation numérique avec le logiciel RDM 6 a fin de comparer l'allure de déformation et fréquence propres.

## III.7. Présentation des logiciels RDM6

RDM est un logiciel destiné à l'enseignement du calcul des structures par la méthode des éléments finis. Il comprend les modules suivants :

• **RDM-FLEXION** : calcul et optimisation des poutres droites sollicitées en flexion simple.

- Flexion des plaques : Le module Plaques permet la détermination, par la méthode des éléments Mécanique (statique et dynamique) des plaques sollicitées en flexion. Les hypothèses retenues sont :
  - ✓ Les déplacements sont petits.
  - ✓ les matériaux sont isotropes.
  - ✓ Les relations entre les contraintes et les déformations sont linéaires.
- RDM- OUSSATURES : calcul et optimisation des poutres droites sollicitées en flexion simple.

## III.7.1. Analyse statique

Les déplacements nodaux sont les solutions du système d'équations linéaires

- [K] est la matrice de rigidité de la structure ;
- [F] le vecteur chargement;
- [U] le vecteur déplacement.

## III.7.2. Mode opératoire

• Sélectionner la commande Analyse statique du menu Calculer.

## III.7.3. Analyse dynamique : modes propres

Les modes propres de la structure sont les solutions du problème aux valeurs propres :

$$[K][U] = \omega^2[M][U] \circ \dot{u}$$

- [K] est la matrice de rigidité de la structure ;
- [M] la matrice masse de la structure;
- ω : Une pulsation propre et [U] le vecteur propre associé.

### III.8. Application (poutre libre - libre):

Considérons notre étude, poutre simple libre-libre, libre sur côté de largeur parallèle à l'axe des y.

## III.8.1.La géométrie

Afin de valider les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre, on a effectué une simulation numérique avec le logiciel RDM 6. On a considéré que la poutre est constituée d'un acier ordinaire dont les propriétés mécaniques représentées dans le tableau ci-dessous :

Matériau Caractéristiques mécaniques Module de Coef. La masse volumique Young  $\rho (Kg/m^3)$ Poisson  $E \left( N/m^2 \right)$ 2.1 1011 7850 Acier 0.29 

Tableau.III.3. Les caractéristiques de poutre



Figure III.15

Géométrie de

la poutre.

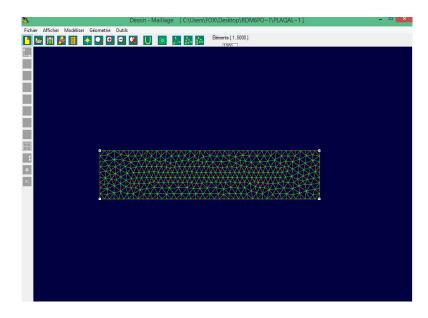


Fig. III.16. Le maillage de la poutre par élément finis

# III.9.Résultat numérique

# III.9.1. ANALYSE MODALE

Les résultats de la simulation numérique sont représentés sous forme de tableau:

Tableau III.4. Tableau des valeurs de fréquence extraites par le programme

modes	Fréquences [Hz]	
1	211.5	
2	576.9	
3	1114.3	
4	1807.6	

# III.9.1.1. Rigidités et masses généralisées

Le tableau suivant présente la rigidité et les masses généralisées

Tableau III.5. La rigidité et les masses généralisées

Modes	Fréquences [Hz]	$\mathbf{k_i}$	m <sub>i</sub>
E1	211.453	3.896613494E+03	2.207488906E-03
E2	576.851	2.887514932E+04	2.198044831E-03
E3	1114.277	1.076071474E+05	2.195304801E-03
E4	1807.560	2.825911070E+05	2.190853631E-03

# III.9.1.2. Déformé modale

# **Mode 1:**



```
\frac{y}{x} MODE 4 FREQUENCE = 211.5 Hz
```

# Fréquence 1 = 211.5 Hz

Fig. III.17. Déformé modale du mode 1 en flexion

# **Mode 2:**

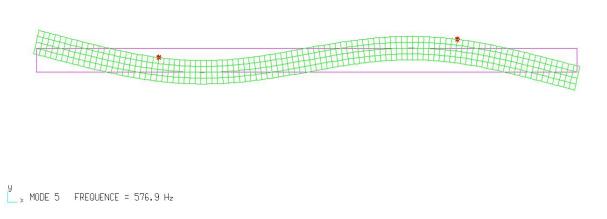
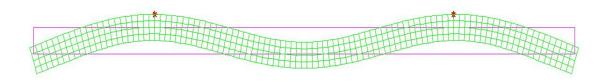


Fig. III.18. Déformé modale du mode 2 en flexion

Fréquence 2 = 576.9 Hz

# **Mode 3:**

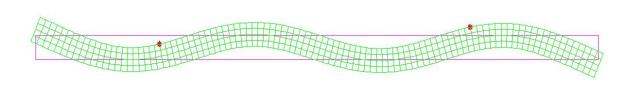


```
y MODE 6 FREQUENCE = 1114.3 Hz
```

Fréquence 3 = 1114.3 Hz

Fig. III.19. Déformé modale du mode 3 en flexion

# <u>Mode 4:</u>



```
^{9}_{-x} MODE 7 FREQUENCE = 1807.6 Hz
```

**Fréquence 4 = 1807.6 Hz** 

Fig. III.20. Déformé modale du mode 4 en flexion

Il est noté que la déformée modale représenté dans les figures Fig. III.17, Fig. III.18, Fig. III.19 et Fig. III.20 est limitée aux quatre premiers degrés de liberté de la structure simple.

## III.10. Etude comparative:

En comparaison les résultats obtenus par la méthode numérique avec celle expérimentale, on peut constater que le déformé et identique pour chaque mode.

Le tableau (III.6) présente l'écart entre fréquences obtenus numériquement et expérimentalement (le cas d'un marteau d'impact).

L'écart est calculé par l'équation (III.1)

Ecarts % = 
$$\frac{abs(f_{Ep} - f_N)}{f_{Ep}} *100$$
 (III.1)

Avec:

 $f_{_{Ep}}$ : Fréquence obtenue par la méthode expérimentale (pot vibrant)

 $f_N$ : Fréquence obtenue par la méthode numérique.

**Tableau III.6.** L'écart entre les résultats numériques et expérimentaux (marteau choc)

Les résultats expérimentaux (Hz)	Les résultats numériques (Hz)	Ecarts %
$f_1 = 211.33$	$f_1 = 211.5$	0.08
$f_2 = 578.52$	$f_2 = 576.9$	0.28
$f_3 = 1121.7$	$f_3 = 1114.3$	0.66
$f_4 = 1821.1$	$f_4 = 1807.6$	0.74

D'après le tableau, nous avons remarqué que les quatre premiers écarts de déformée de flexion est moyenne de 1% donc les résultats sont satisfaisants.

#### Conclusion générale

Au cours de ce travail, nous avons traité le cas d'une poutre vibrante simple, tout simplement en traitant chaque mode propre individuellement comme on oscillateur harmonique indépendant. L'identification des comportements dynamique des structures est un problème clé de la maîtrise de la vibration.

Les fréquences propres trouvées expérimentalement approchant celles trouvée numériquement. Malgré que les résultats expérimentaux ne s'accole pas exactement sur les graphes numériques et cela est dû aux nombre relativement réduit de points choisis dans le test et aussi aux conditions de fixation caractéristiques du matériau, le bruit...

Le marteau d'impact a pour optimiser du facteur de crête et de la gamme de fréquences. La gamme de fréquence de l'excitation est également optimale, car il peut être réglé pour être la même que la gamme de fréquences de l'analyse.

L'analyse modale est importante puisqu'elle permet de connaître les propriétés dynamiques d'une structure. Cela permet donc d'estimer les fréquences de vibration de la structure, les formes propres ainsi que l'amortissement de la structure.

La mesure directe numérique et les essais expérimentaux sont souvent impossibles et seuls les calculs vibratoires sont accessibles. Dans ce contexte la méthode a été proposée visant à caractériser les essais pour les vibrations qu'ils induisent afin de déterminer les fréquences et les modes propres qui définissent les caractéristiques physique des poutres.

Les résultats numérique est particulièrement intéressant puisqu'il est légitime le calcul direct comme outil de prédiction des fréquences théorique même si le calcul transitoire est nécessaire pour connaître le mode qui apparaisse parmi ces modes instables, ce travail met l'accent sur l'importance de la modélisation théorique et la comparaison expérimentale des différents essais vibratoires avec une corrélation essais-calcul approche et ainsi aboutir à tout à fait satisfaisante.

# Références bibliographiques

- [1] **Emmanuel Foltête**: Identification modales de structures linéaires et faiblement non linéaires, présentée pour obtenir le grade de Docteur de l'université franche-comité, 27 novembre 1998.
- [2] **M. Levinson**: New rectangular beam theory, journal of sound and vibration (1981) 74(1),81-87.
- [3] **P. F. Rizos et al**: Dentification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes, journal of sound and vibration (1990) 138(3), 381-388.
- [4] **ömer civalek et al:** Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory, appliedmathematical modelling 35 (2011) 2053–2067.
- [5] **kaushar H. Barad et al**: Crack detection in cantilever beam by frequency based method, procedia engineering 51 (2013) 770 –775.
- [6] **A. Labuschagne**: Comparison of linear beam theories, mathematical and computer modelling 49 (2009) 20–30.
- [7] **Luca Luschi et al:** Asimple analytical model for the resonance frequency of perforated beams. Procedia engineering 47 (2012) 1093 –1096.
- [8] **Salvatore Caddemi et al**: Multi-cracked Euler–Bernoulli beams: mathematical modeling and exact solutions, international journal of solids and structures 50 (2013) 944–956.
- [9] **Mahdi Heydari et al**: Forced vibration analysis of a Timoshenko cracked beam using a continuous model for the crack, engineering science and technology, an international journal 17 (2014) 194 -204.
- [10] Jean Sebastien Dupuy: comparaison de méthodes dynamiques d'analyse du

comportement mécanique de matériaux, 18eme congrès français de mécanique; Grenoble,27-31 août 2007.

- [11] **Bouchareb Mohamed Nacer**; ''Modale d'une poutre encastré-libre Analyse'' ,mémoire Master ,Annaba, année 2016/2017
- [12] **V.Denoêl**: analyse dynamiques des structures de génie civile, dernière mise à jour 27 octobre 2010.
- [13] **Braghta Salah**: reconstruction des charges dynamiques répartis sur la poutre de bernoulli par la méthode des sélection des modes, présentée pour obtenir le grade de Magister de l'université de Gaulma, année ,2012.
- [14] **Vibration et ondes** (vibration des systèmes continus) UPMC- master sciences d'ingénieur, septembre 2014.
- [15] **F.Lafleur -M.Thomas -F.Laville**, «Analyse modale expérimentale par excitation acoustique», 17ème Congrès Canadien de Mécanique Appliquée, Hamilton, 1999
- [16] **Bruel & Kjaer**, "Analyse Modale Expérimentale Outils pour l'analyse des systèmes»
- [17] **DB Vibconsultingsiemens** comptez sur experts, «Analyse modale des structures approches expérimentales », 2013
- [18] [S Khatir1a,T Khatir2b, D Boutchicha3b, C Le Thanh1a,4a, H Tran-Ngoc1a,5a,T Q Bui6b,7b,R Capozucca8b and M Abdel-Wahab\*9b,10b. An Efficient Hybrid TLBO-PSO-ANN for fast damage identification in steel beam structures using IGA].Jornal of smart structures and systems,25/05/2020