

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE
L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
CENTRE UNIVERSITAIRE SALHI AHMED – NAAMA



INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DEPARTEMENT DE TECHNOLOGIE

MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de **Master** en :

Génie Mécanique

Option : **Énergétique**

Intitulé :

ÉTUDE ET SIMULATION DE LA CONVECTION NATURELLE GÉNÉRÉE PAR UN CYLINDRE DANS UNE ENCEINTE FERMÉE POUR UN FLUIDE NEWTONIEN

Présenté par :

- LAMRI Moustapha
- MILOUDI Boualem Izze Elislam
- TALEBI Soufiane

Soutenu le 03/07/2022 devant le Jury :

<i>Dr. KAID Nouredine</i>	<i>MCA</i>	<i>Centre Universitaire Nâama</i>	<i>Président</i>
<i>Dr. BENAMAR Benameur</i>	<i>MAA</i>	<i>Centre Universitaire Nâama</i>	<i>Examineur</i>
<i>Dr. SEGHIER Oussama</i>	<i>MCB</i>	<i>Centre Universitaire Nâama</i>	<i>Encadreur</i>

Nâama - Algérie - 2022

Remerciement

*Nous tenons à remercier en premier lieu et avant tout ALLAH
Le tout puissant, qui nous a donné la force et la patience
d'accomplir notre travail dans les
meilleure conditions.*

*Et nous tenons à remercier Respectueusement notre encadreur
Mr. SEGHIER Oussama pour la confiance,
les conseils, l'orientation et pour la documentation.*

*Nous remercions l'ensemble des professeurs de Génie mécanique
qui ont contribué à assurer notre formation en master.*

*Enfin, Un remerciement spécial à nous parents pour le soutien
indéfectibles et de leur encouragement permanent.*

Dédicace

Nous avons dédié cette thèse à moi

Nos chers parents pour leur patience, leur amour, leur soutien et leurs encouragements.

À nos frères et sœurs.

À notre famille.

Résumé

Un grand nombre d'opérations de l'industrie chimique, biochimique ou encore pétrochimique est très dépendante de la nature rhéologique des fluides. Dans ce travail, on présente une étude et une simulation numérique de l'hydrodynamique et le transfert thermique dus à la convection naturelle par un cylindre centré au sein d'une cavité carrée. Cette dernière, est entièrement remplie par un fluide Newtonien. On a envisagé un écoulement laminaire à deux dimensions en régime stationnaire avec des parois verticales qui sont maintenues à une température froide, les parois horizontales sont adiabatiques et le cylindre est maintenu à une température chaude. On a utilisé une approche numérique effectuée à l'aide d'un code CFD industriel (Fluent 6.3.26) basé sur la méthode de discrétisation aux volumes finis des équations de Navier - Stokes.

L'influence du nombre de Rayleigh dans la plage de (10^3 à 10^6) et la viscosité dynamique sur les profils des vitesses, la distribution de la température et la variation du nombre de Nusselt sont étudiées. On constate que le nombre de Nusselt moyen (Nu^*) augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cependant, pour la même valeur nominale du nombre de Rayleigh (Ra), le nombre de Nusselt moyen (Nu^*) présente une diminution avec l'augmentation de la viscosité, en raison de l'influence des forces visqueuses sur le terme convectif.

Mots clés :

Convection naturelle, simulation numérique, cavité carrée, écoulement laminaire, fluide Newtonien, transfert thermique, transfert de masse et nombre de Nusselt.

Abstract

A large number of operations in the chemical, biochemical or even petrochemical industry are very dependent on the rheological nature of fluids. In this work, we present a study and a numerical simulation of hydrodynamics and heat transfer due to natural convection by a cylinder centered within a square cavity. The latter is completely filled with a Newtonian fluid. A two-dimensional, steady-state laminar flow has been envisioned with vertical walls which are maintained at a cold temperature, the horizontal walls are adiabatic, and the cylinder is maintained at a hot temperature. We used a numerical approach carried out using an industrial CFD code (Fluent 6.3.26) based on the finite volume discretization method of the Navier - Stokes equations.

The influence of Rayleigh number in the range (10^3 - 10^6) and dynamic viscosity on velocity profiles, temperature distribution and Nusselt number variation are investigated. We can see that the mean Nusselt number (Nu^*) increases with the increase in the Rayleigh number. However, for the same nominal Rayleigh number (Ra), the mean Nusselt number (Nu^*) decreases with increasing viscosity, due to the influence of viscous forces on the convective term.

Key words:

Natural convection, Numerical simulation, Laminar flow, Square cavity, Newtonian fluid, Heat transfer, Mass transfer and Nusselt number.

الملخص

يعتمد عدد كبير من العمليات في الصناعة الكيميائية و البيوكيميائية و حتى البتر وكيميائية اعتمادا كبيرا على الطبيعة الانسيابية للموائع. في هذا العمل نقدم دراسة و محاكاة رقمية للديناميكا و توزيع الحرارة الناتج عن الحمل الحراري الطبيعي بواسطة اسطوانة متمركزة وسط وعاء مربع. هذا الاخير مليء بالكامل بسائل نيوتوني. التدفق رقائقي ثنائي الابعاد مستقر خلال الزمن. الجدران الافقيان منعزلان حراريا و الجدارين العموديين لهما درجة حرارة باردة، أما الاسطوانة الداخلية فهي تحافظ على درجة حرارة ساخنة. استخدمنا برنامج المحاكاة الصناعي (**fluent 6.3.26**) الذي يستعمل طريقة الاحجام المتناهية لحل المعادلات التفاضلية نافبي-ستوكس التي تتحكم في حركة المائع و انتشار الحرارة بداخله.

تمت دراسة تأثير رايلي في المجال (10^3-10^6) و تأثير اللزوجة الديناميكية على ملامح سرعة تحرك المائع و على توزيع درجات الحرارة و كذا تغيير رقم نيوسلت. يمكننا ان نلاحظ ان متوسط عدد نيوسلت (Nu^*) يزداد مع زيادة رقم رايلي. بالنسبة لنفس رقم رايلي (Ra) فان متوسط عدد نيوسلت (Nu^*) يتناقص مع زيادة اللزوجة وهذا بسبب تأثير قوى اللزوجة على القوى المحركة لهذا المائع الناتجة عن الحمل الحراري الطبيعي.

مصطلحات مفتاحية :

الحمل الحراري الطبيعي، المحاكاة الرقمية، وعاء مربع ، تدفق رقائقي، سائل نيوتوني، نقل حراري، نقل كتلي و رقم نيوسلت .

SOMMAIRE

Sommaire	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	v
Introduction générale	2
Chapitre I : Généralités sur les échanges thermiques	
1. Introduction.....	5
2. La conduction	5
2.1. La loi de Fourier.....	6
3. La convection.....	6
4. Le rayonnement.....	7
5. Les échanges thermiques.....	7
5.1. Les échanges conductifs	7
5.1.1. Equation générale de la chaleur.....	8
5.2. Les échanges convectifs.....	9
5.3. Les différents types de convection.....	9
5.3.1. La convection libre.....	9
5.3.2. La convection forcée.....	10
5.3.3. La convection mixte.....	10
6. Instabilité de Rayleigh – Bénard.....	10
7. Domaines de stabilité.....	11
8. Loi de la convection thermique.....	12
8.1. Equations générales.....	12
8.2. Le calcul fondamental du transfert thermique par convection.....	14
9. Les régimes d'échange convectif.....	14
10. Nombres caractéristiques adimensionnels.....	15
10.1. Nombre de Rayleigh.....	15
10.2. Nombre de Prandtl.....	16
10.3. Nombre de Grashof.....	16
10.4. Nombre de Nusselt.....	16

SOMMAIRE

Chapitre II : Notion sur la rhéologie

1. Introduction.....	18
2. Fluides Newtoniens.....	19
3. Fluides non-Newtoniens visqueux.....	20
3.1. Comportements non-Newtoniens indépendants du temps.....	20
3.1.1. Les fluides rhéofluidifiants ou (pseudo-plastiques).....	21
3.1.2. Les fluides rhéoépaississants (ou dilatants).....	23
3.1.3. Les fluides viscoplastiques.....	24
3.1.4. Les fluides viscoélastiques.....	25
3.2. Comportements non-Newtoniens dépendants du temps.....	25
3.2.1. Les fluides thixotropes.....	26
3.2.2. Les fluides rhéopectiques.....	26

Chapitre III : Etude bibliographique sur la convection au sein des fluides

1. Introduction.....	28
2. Seuil de contrainte.....	28
3. La mise en évidence du phénomène de glissement.....	29
4. Synthèse bibliographique de la convection naturelle dans des cavités fermées pour les fluides Newtoniens.....	30

Chapitre IV : Présentation du système simulé et formulation mathématique

1. Introduction.....	34
2. Description géométrique.....	34
3. Formulation mathématique.....	35
3.1. Equations générales en régime laminaire ;.....	35
3.2. Equation de continuité.....	35
3.3. Equations de quantité de mouvement.....	35
3.4. Equation de conservation d'énergie.....	36
3.5. Simplification du système d'équation.....	37
3.6. Approximation de Boussinesq.....	37
3.7. Système d'équations retenues.....	38

SOMMAIRE

4. Mise en forme adimensionnelle.....	40
4.1. Equation de quantité de mouvement adimensionnelle.....	41
4.2. Equation de la vorticité adimensionnelle.....	41
4.3. Equation de conservation d'énergie adimensionnelle.....	42
4.4. Système d'équations adimensionnelles final.....	42
5. Etablissement des conditions initiales et aux limites.....	43
5.1. Conditions initiales.....	43
5.2. Conditions aux limites des vitesses.....	43
5.3. Conditions aux limites des températures	43
6. Nombres sans dimensions liés à l'�coulemen.....	43
Chapitre V : Résultats et discussion	
1. Introduction :.....	45
2. Validation du modèle :.....	45
3. Exploration des résultats :.....	46
3.1. L'influence du nombre de Rayleigh :.....	46
3.2. L'influence de la viscosité :.....	54
Conclusion général.....	62
Nomenclature	64
Références Bibliographiques.....	66

Listes des figures

I.1	Phénomène de conduction.	5
I.2	Phénomène de convection	6
I.3	phénomène de rayonnement.	7
I.4	Dispositif de Rayleigh-Bénard	11
I.5	Mode de convection dans le plan (pr, Ra), d'après Krishnamurti.	11
I.6	Classification des régimes convectifs suivant les valeurs respectives de Reynolds et Grashof.	15
II.1	Courbe d'écoulement ou rhéogramme.	19
II.2	Classification des fluides non-Newtoniens.	20
II.3	Rhéogramme des fluides Newtoniens et non-Newtoniens indépendant du temps	20
II.4	Rhéogramme du modèle de Carreau.	23
IV.1	Représentation géométrique du domaine de simulation.	34
V.1	Profils de la vitesse horizontale sur la surface verticale ($x = 0.25$) pour différents nombre de Rayleigh.	48
V.2	Profils de la vitesse verticale sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différents différents nombre de Rayleigh.	49
V.3	Profils de la température adimensionnelle sur la surface horizontale($y = 0.75$) pour différents nombre de Rayleigh.	50
V.4	Profils de la variation du nombre de Nusselt sur le cylindre chaud pour différents nombre de Rayleigh.	51
V.5	Profils des isothermes pour différents nombre de Rayleigh.	52
V.6	Profils des lignes de courants pour différents nombre de Rayleigh.	53
V.7	Profils de la vitesse horizontale sur la surface verticale ($x = 0.25$) pour différents viscosités.	55
V.8	Profils de la vitesse verticale sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différents viscosités.	56
V.9	Profils de la température adimensionnelle sur la surface horizontale($y = 0.75$) pour différents viscosités.	57
V.10	Profils de la variation du nombre de Nusselt sur le cylindre chaud pour différents viscosités.	58
V.11	Profils des isothermes pour différents viscosités.	59
V.12	Profils des lignes de courants pour différents viscosités.	60

V.1 Comparaison de nos résultats avec ceux du benchmark Vahl Davis

46

Introduction Générale

Introduction générale

La mécanique des fluides est un domaine de la physique consacré à l'étude du comportement des fluides (liquides, gaz et plasmas) et des forces internes associées. C'est une branche de la mécanique des milieux continus qui modélise la matière à l'aide de particules assez petites pour relever de l'analyse mathématique, mais assez grandes par rapport aux molécules pour être décrites par des fonctions continues. Elle comprend deux sous-domaines : la statique des fluides, qui est l'étude des fluides au repos, et la dynamique des fluides, qui est l'étude des fluides en mouvement.

Les fluides peuvent être classés en deux types en fonction de leur viscosité en tant que fluides newtoniens et fluides non newtoniens. La principale différence entre les fluides newtoniens et non newtoniens est que les fluides newtoniens ont une viscosité constante, tandis que les fluides non newtoniens ont une viscosité variable. De plus, lorsque l'on considère le taux de cisaillement et la contrainte de cisaillement, dans les fluides newtoniens, nous pouvons observer un taux de cisaillement nul à une contrainte de cisaillement nulle. ça signifie; Le taux de cisaillement est directement proportionnel à la contrainte de cisaillement. Cependant, les fluides non newtoniens ont une relation variable entre le taux de cisaillement et la contrainte de cisaillement.

Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies : C'est la mécanique des fluides numérique (CFD ou Computational Fluid Dynamics en anglais), qui simule les écoulements des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide d'ordinateurs. La mécanique des fluides a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'alimentation en eau potable des villes, l'aéronautique et l'aérodynamique et aussi dans le domaine biomédical.

Le modèle mathématique est représenté par les équations de continuité et de mouvement, aux quelles nous rajoutons l'équation de l'énergie. Un code industriel d'étude et simulation numérique (Fluent®) basé sur la méthode des volumes finis a été utilisé pour aboutir à cette étude comparative de l'influence des différents paramètres rhéologiques sur la quantité d'échange thermique par convection naturelle au sein du fluide.

Introduction générale

Le manuscrit est structuré en cinq chapitres :

- Le premier chapitre présente des généralités sur les différents types d'échanges thermiques (conduction, convection et rayonnement), en faisant le point sur le transfert thermique par convection naturelle.
- Dans le second chapitre, nous donnons quelques notions de base sur les modèles rhéologiques des fluides Newtoniens et non - Newtoniens.
- Dans le troisième chapitre nous exposons une synthèse bibliographique sur les travaux effectués dans le domaine de transfert de chaleur par convection naturelle, mixte et forcée dans des cavités.
- Le quatrième chapitre est consacré à la formulation mathématique de notre problème.
- L'étude hydrodynamique, thermique, les résultats et leurs interprétations sont présentés dans le cinquième chapitre.

Chapitre I

Généralités sur les échanges thermiques

1. Introduction

Le transfert de chaleur est un processus par lequel l'énergie est échangée sous forme de chaleur entre des corps ou des milieux aux températures différentes. Le mouvement de chaleur à travers la frontière du système en raison d'une différence de température entre le système et son environnement. Est intéressant de noter que la différence de température est considérée comme un «potentiel» qui provoque le transfert de chaleur d'un point à un autre. En outre, la chaleur est également connue sous le nom de flux.

La chaleur peut se déplacer d'un endroit à un autre de plusieurs manières. Les différents modes de transfert de chaleur comprennent: [1]

- Conduction thermique.
- Convection.
- Rayonnement thermique.

2. La conduction

La conduction thermique (ou diffusion thermique) est un mode de transfert d'énergie qui se fait à l'échelle microscopique. Dans les solides non métalliques, le transfert de l'énergie entre deux zones de températures différentes se fait par échange d'énergie de vibration entre les atomes du réseau cristallin. Dans les métaux, l'énergie thermique est aussi transportée par les électrons de conduction, ce qui rend le transfert plus efficace. La conduction thermique est rapide sur des petites distances, mais très lente sur les grandes distances. [2]

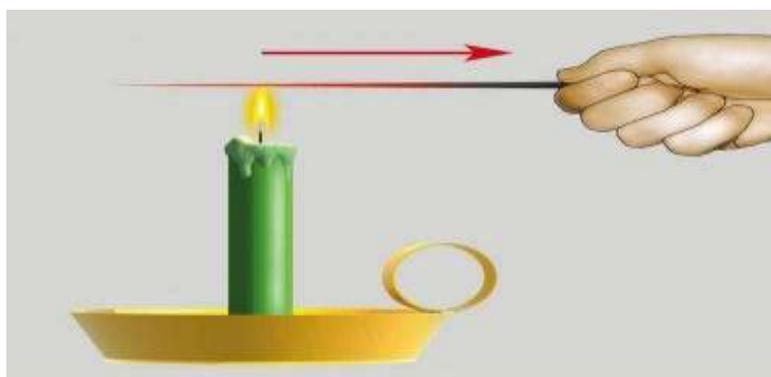


Figure 1.1 : Phénomène de conduction.

2.1. La loi de Fourier

La conduction de chaleur obéit à la loi de Fourier, cette dernière met en relation de proportionnalité la densité du flux thermique φ et le gradient de température, le coefficient de proportionnalité représente la conductivité thermique λ .

$$\varphi = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (\text{I.1})$$

Le signe négatif (-) découle du fait que le flux thermique se fait dans le sens des températures décroissantes, c'est-à-dire à l'opposé du gradient thermique. Dans le cas d'un milieu isotrope, la conductivité thermique est un scalaire en fonction de la position et de la température.

3. La convection

La convection est un moyen de transfert d'énergie. Conduction, accumulation d'énergie et mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important pour le transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide.

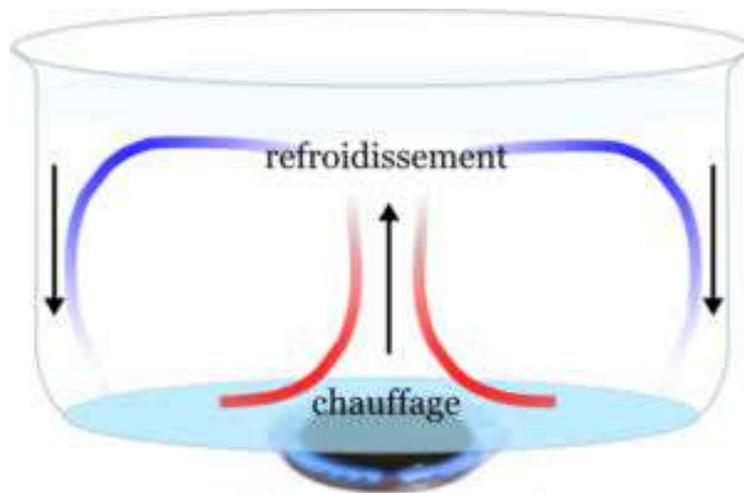


Figure I.2 : Phénomène de convection.

Les mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression, le mouvement se déclenche alors selon les lois de la mécanique des fluides.

4. Le rayonnement

Le rayonnement est fondamentalement différent des deux autres types de transfert de chaleur, en ce sens que les substances qui échangent de la chaleur n'ont pas besoin d'être en contact l'une avec l'autre. Elles peuvent même être séparées par le vide.

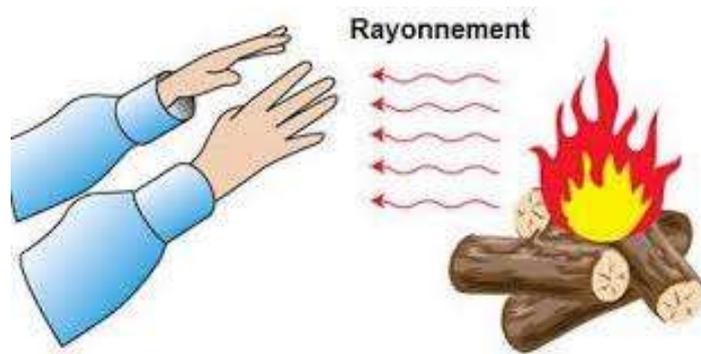


Figure I.3 Phénomène de rayonnement.

Le rayonnement est l'émission d'ondes électromagnétiques par un corps chauffé, une explication générale du phénomène étant fournie par la théorie quantique.

5. Les échanges thermiques

5.1. Les échanges conductifs

La conduction est le mode de propagation de la chaleur dans les solides. Le phénomène physique est gouverné par les lois de la thermodynamique, notamment le principe de conservation de l'énergie totale. La formulation mathématique de ce transfert de chaleur donc d'énergie est basée sur la mise en équation du premier principe de la thermodynamique associé avec la loi de Fourier. L'équation finale formulant le bilan énergétique est dite équation générale d'énergie.

Dans les applications courantes de thermique, l'état mécanique et physico-chimique du solide est supposé invariable, la seule variable d'état considérée est la température. La résolution de cette équation permet la détermination du champ de température en tout point du solide et à tout instant. [1]

5.1.1. Equation générale de la chaleur

Elle s'obtient en injectant la loi de Fourier dans le second principe de thermodynamique.

D'où :

$$\operatorname{div}(-\lambda(T)\overrightarrow{\operatorname{grad}} T) + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - P = 0 \quad (\text{I.2})$$

Ou on écrira :

$$\operatorname{div}(-\lambda(T)\overrightarrow{\operatorname{grad}} T) = \operatorname{div}(-\lambda(T) \overrightarrow{\operatorname{grad}} T - \lambda(T)\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} T)) \quad (\text{I.3})$$

Avec :

$$\operatorname{div}(-\lambda(T)) = \frac{\partial \lambda}{\partial T} \overrightarrow{\operatorname{grad}} T = 0 \quad \text{Et} \quad \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} T) = \Delta T \quad (\text{I.4})$$

Ou Δ est Laplacien. Finalement, on obtient :

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\operatorname{grad}} T)^2 + \frac{P}{\lambda} = 0 \quad (\text{I.5})$$

Qui représente l'équation générale de la chaleur.

La constante $a = \lambda \frac{\lambda}{p c}$ est dite diffusivité thermique.

L'équation ci-dessus peut se réduire à des formes plus simples dans les cas particuliers suivants:

Lorsque la conductivité thermique est constante, il vient :

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{P}{\lambda} = 0 \quad (\text{I.6})$$

En absence de source interne, on obtient l'équation de Fourier :

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (I.7)$$

Le régime permanent avec source interne est caractérisé par l'équation de Poisson :

$$\Delta T = \frac{P}{\lambda} = 0 \quad (I.8)$$

Enfin, le régime permanent sans source interne est décrit par l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0 \quad (I.9)$$

5.2. Les échanges convectifs

Convection, Nommé aussi advection, Ce phénomène se produit au sein des milieux fluides (liquides ou gaz) en écoulement ou entre une paroi solide et un fluide en mouvement. Le mouvement macroscopique de la matière. [3]

5.3. Les différents types de convection

Le transfert thermique par convection est divisé en deux parties suivant la nature de l'écoulement:

- **la convection libre (ou naturelle)** dans laquelle les mouvements du fluide sont dus à une différence de masse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide.
- **la convection forcée** dans laquelle les mouvements du fluide sont imposés par un moyen extérieur (pompe ou ventilateur).

5.3.1. La convection libre

Dans ce type de convection, le mouvement est causé par des changements de masse. Le volume de fluide qui change avec la température; ce changement produit un champ de force La gravité détermine le mouvement des particules de fluide, comme indique sur la figure (I.2). [4]

5.3.2. La convection forcée

Dans cette convection, le mouvement est provoqué par un processus Les machines sont indépendantes des phénomènes thermiques (compresseurs, pompes, ventilateurs, et beaucoup plus...); Par conséquent, un gradient de pression externe a causé Particules fluides. Par conséquent, l'étude du transfert de chaleur par convection est Étroitement liée à l'écoulement du fluide [4]

5.3.3. La convection mixte

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (Convection naturelle et convection forcée). Les deux convections sont considérées séparément, et l'ordre de grandeur est le même [7]. Le transfert de chaleur par convection mixte et l'écoulement de fluide dans la cavité sont Sujets d'enquête importants car ils affectent de nombreuses applications d'ingénierie et phénomènes naturels, tels que l'énergie thermique, l'industrie pétrochimique, aérospatiale, construction et capteurs solaires, etc. Le problème de la convection mixte est caractérisé par trois paramètres de non dimensionnels, à savoir nombre de Reynolds Re , nombre de Grashof le nombre de Richardson. [5]

6. Instabilité de Rayleigh – Bénard

L'instabilité de Rayleigh-Bénard, où convection naturelle est une instabilité thermo-convective susceptible de se développer dans un milieu fluide soumis à un gradient detempérature déstabilisant. Elle se traduit par la formation de structures convectives appelées cellules de Bénard. Ce problème a été étudié expérimentalement par Bénard et théoriquement par Rayleigh. Soit un fluide contenu entre deux parois parallèles horizontales, soumis à un gradient thermique de sorte que la paroi inférieure soit à une température T_1 supérieure à la température T_0 de la paroi supérieure. Sous l'effet du chauffage de la paroi inférieure, les particules fluides situées à proximité de la paroi inférieure voient leur masse volumique décroître et sous l'effet de la poussée d'Archimède, tendent à remonter vers la paroi supérieure. À partir d'un certain seuil du gradient thermique $\Delta = T_1 - T_0$, ce mouvement des particules fluides induit une déstabilisation du milieu fluide sous la forme de rouleaux thermo-convectifs aussi appelés cellules de Bénard. [6]

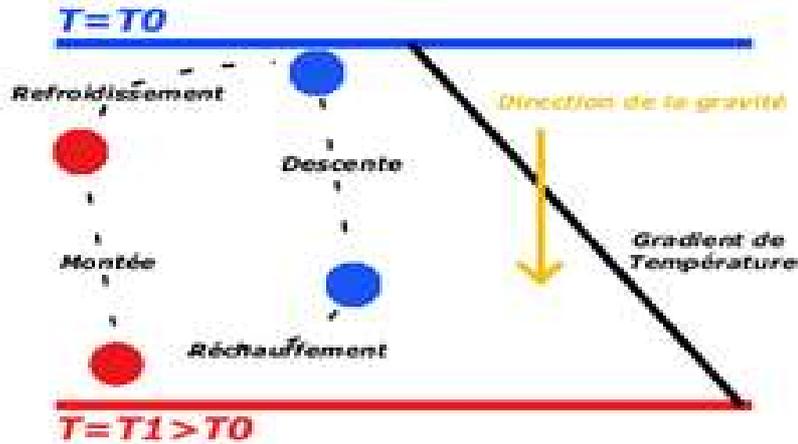


Figure I.4 Dispositif de Rayleigh-Bénard

7. Domaines de stabilité

La solution la plus simple du problème de Rayleigh Bénard est un système de rouleaux contrarotatifs, le nombre de rouleaux étant caractérisé par un nombre d'onde α . Ce régime à l'avantage d'être plan, mais il n'est stable que dans certaines gammes de nombre de Rayleigh et de nombre d'onde. Passé un nombre de Rayleigh seuil, le système bidimensionnel est remplacé par un régime tridimensionnel stationnaire.

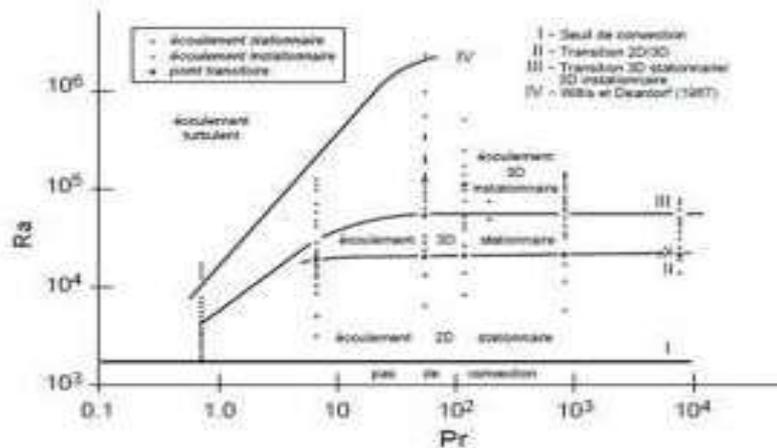


Figure I.5 Mode de convection dans le plan (pr, Ra), d'après Krishnamurti.

Pour un nombre de Rayleigh encore plus élevé, la forme des cellules devient variable au cours du temps conduisant à un régime convectif instationnaire.

8. Loi de la convection thermique

La convection est un transfert de chaleur dans un milieu matériel avec mouvement de matière. Malgré la complexité de la convection, on observe que le taux de transfert de chaleur par convection est proportionnel à la différence de température et est facilement exprimé par la loi de refroidissement de Newton, qui stipule que:

$$\Phi = hs(T_p - T_f)$$

Où :

T_p : La température de la paroi du solide.

T_f : La température du fluide loin de la paroi.

h : Le coefficient d'échange de surface.

On distingue la convection libre (ou naturelle) dans laquelle les mouvements du sont dus aux variations de masse volumique par contre la convection forcée sont dus par un moyen extérieur imposé (pompe ou ventilateur). La détermination de h fait intervenir des relations de corrélation entre les nombres adimensionnels qui sont des propriétés thermo-physico- chimique du fluide.

8.1. Equations générales

La puissance calorifique échangée par convection entre un fluide de température T_f et un élément de surface dS d'une paroi de température T_p est donnée par la loi de Newton:

$$d\Phi = h \cdot (T_p - T_f) \cdot dS$$

Où :

h est le coefficient local d'échange de chaleur par convection.

Si h est le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection entre un fluide et une surface de dimension finie, alors la puissance totale échangée est :

Où :

$$\Phi = h \cdot s(T_p - T_f) \tag{I.10}$$

Où :

$$\Phi = \frac{T_p - T_f}{\frac{1}{hs}} \tag{I.11}$$

Le rapport $\frac{1}{hs}$ est appelé la résistance thermique convective.

Les équations régissant l'écoulement de la convection naturelle en cas générale sont les équations qui expriment la conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et la loi d'état linéaire. Le système d'équation dans le cas général est:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{V})) &= 0 \\ \rho \left(\frac{d\vec{V}}{dt} \right) &= -\vec{\nabla}P + \mu \Delta \vec{V} + \rho \vec{g} \text{ avec } \Delta \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \\ \rho Cp \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) &= \lambda \Delta T \text{ avec } \Delta T = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} T) \end{aligned} \right\} \tag{I.12}$$

Avec :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \tag{I.13}$$

Ce système en deux dimensions est représenté par cinq équations couplées sont:

L'équation qui exprime le bilan de conservation de la masse, deux composantes de l'équation de Navier-Stokes, l'équation d'énergie et la loi d'état linéaire. En tenant compte des variations de masse volumique uniquement dans le terme générateur du mouvement, et avec la direction y dans le sens opposé à la gravité. Le système d'équations dans le cas d'un fluide incompressible et d'un écoulement laminaire permanent pour une plaque verticale maintenue à une température uniforme et placée dans un milieu isotherme de température T_∞ s'écrit :

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\
 \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\
 \rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]g \\
 \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \\
 \rho &= \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]
 \end{aligned} \right\} \quad (I.14)$$

En général les écoulements de la convection naturelle se répartissent en quatre grandes catégories panaches, lorsqu'il n'y a pas de parois à proximité, convection libre externe en présence d'une paroi, convection libre interne dans des espaces confinés comportant une entrée et une sortie distincte et enfin convection libre dans des cavités fermées (l'exemple de notre cas) ou bien partiellement ouvertes.

8.1. Le calcul fondamental du transfert thermique par convection

Le coefficient de transfert hc dépend des modes de convection et des types d'écoulements (laminaire et turbulent). D'après la théorie de la couche limite laminaire, le nombre de Nusselt est défini par Holman [3] comme suit :

$$Nu = \frac{hcL}{k} \quad (I.15)$$

Où :

L : est la longueur caractéristique de la surface.

k : la conductivité thermique de l'air.

9. Les régimes d'échange convectif

L'étude des modes convectifs fait appel à des nombres sans dimensions qui permettent de caractériser l'écoulement, la figure (I.7) illustre la classification des régimes convectifs d'après Boulard, suivant les valeurs des nombre de Reynolds et Grashof.

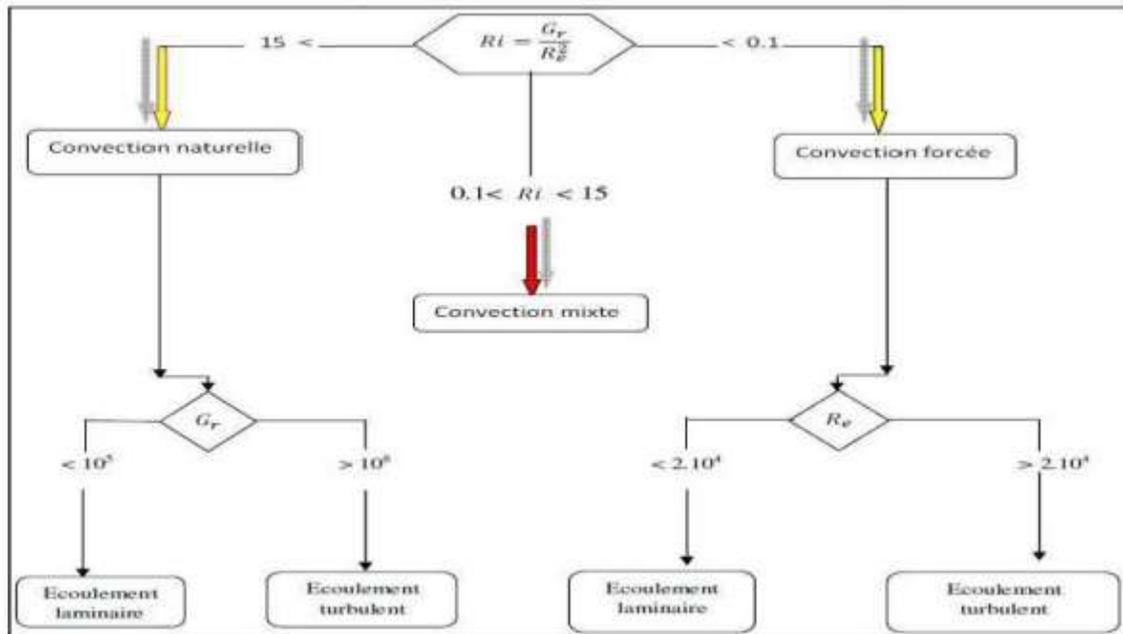


Figure I.6 Classification des régimes convectifs suivant les valeurs respectives de Reynolds et Grashof.

10. Nombres caractéristiques adimensionnels

Les nombres adimensionnels que nous allons décrire dans cet article sont les nombres les plus courants utilisés dans le transfert de chaleur.

10.1. Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est proportionnel au produit de la grandeur relative de la poussée d'Archimède et de la résistance visqueuse multipliée par la diffusivité thermique. Il peut être exprimé. [7]

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta L^3 (T_p - T_{ext})}{\nu \cdot a} \quad (\text{I.16})$$

Où : g est l'accélération de la pesanteur, β le coefficient d'expansion thermique, T_p la température aux parois, T_{ext} la température externe, ν viscosité dynamique et a diffusivité thermique. Le nombre de Rayleigh regroupe aussi les nombres de Prandtl et Grashof.

10.2. Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est proportionnel au rapport de la diffusivité de l'impulsion à la diffusivité thermique. Il a décrit l'importance relative des effets thermiques et visqueux. Il peut être exprimé comme suit:

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (I.17)$$

10.3. Nombre de Grashof

Le nombre Grashof est un nombre adimensionnels, nommé d'après Franz Grashof. Le nombre Grashof est défini comme le rapport de la force flottante à la force visqueuse agissant sur un fluide dans la couche limite de vitesse. Son rôle dans la convection naturelle est à peu près le même que celui du nombre de Reynolds dans la convection forcée. Le numéro Grashof est défini comme suit :

$$Gr = \frac{g\beta L^3 (T_p - T_{ext})}{\nu} \quad (I.18)$$

10.4. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt porte le nom d'un ingénieur allemand Wilhelm Nusselt. Le composant conducteur est mesuré dans les mêmes conditions que la convection thermique mais avec un fluide stagnant. Le nombre de Nusselt est à la couche limite thermique ce que le coefficient de frottement est à la couche limite de vitesse. Ainsi, le numéro Nusselt est défini comme suit :

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (I.19)$$

Chapitre II

Notion sur la rhéologie

1. Introduction

La rhéologie est la science des déformations et écoulements de la matière, contraintes qui en résultent et des efforts qu'il faut appliquer pour les obtenir. L'objet de la rhéologie est de déterminer les contraintes et les déformations en chaque point d'un milieu. Son domaine d'application couvre l'ensemble des fluides complexes, tels que les polymères, les suspensions colloïdales, les émulsions et les tensioactifs. Il est nécessaire de connaître le comportement de ces matières pour leur mise en œuvre. [8]

Un fluide soumis à des sollicitations possède une forme de réponse qui se caractérise par une loi rhéologique établissant la relation entre la contrainte appliquée et le gradient de vitesse qui en résulte. La rhéologie est un domaine très vaste, qui concerne l'ensemble des propriétés mécaniques des matériaux, et qui met en œuvre des expériences aussi diverses que des tests d'écoulement, de fluage, de relaxation ou encore des expériences oscillatoires, également appelées dynamiques.

La rhéologie des fluides est donc une science universelle qui s'ouvre à l'industrie agroalimentaire, médicale, pharmaceutique, cosmétiques, etc.

Il existe trois grands types de comportements rhéologiques :

- ✓ Le comportement élastique, où le mouvement du milieu ne se produit pas sous l'action d'une force.
- ✓ Le comportement visqueux qui est caractérisé par une relation entre la contrainte appliquée et la vitesse de déformation.
- ✓ Le comportement plastique, qui est caractérisé par l'existence d'un seuil de contrainte au-dessous duquel il n'y a pas de déformation permanente.

Entre ces trois grands groupes, il existe une large gamme de milieux, appelés viscoélastiques qui ont à la fois des propriétés élastiques et visqueuses.

2. Fluides Newtoniens

On appelle un fluide « Newtonien » quand la relation entre la contrainte de cisaillement (τ) et la vitesse de cisaillement ($\dot{\gamma}$) est linéaire comme dans l'équation (II.1). Si on trace τ en fonction de ($\dot{\gamma}$) on obtient une droite avec une pente égale à la viscosité dynamique μ du fluide. Donc la viscosité dynamique d'un fluide Newtonien reste constante sous différentes contraintes de cisaillement et sous différents taux de cisaillement. De plus, pour ce type de fluide la viscosité est indépendante du temps pendant lequel le fluide est cisailé. [9]

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{II.1})$$

Les fluides pour lesquels il n'existe pas de relation linéaire entre contraintes et Déformations sont appelés fluides non-Newtoniens. De nombreux matériaux entrent dans cette catégorie.

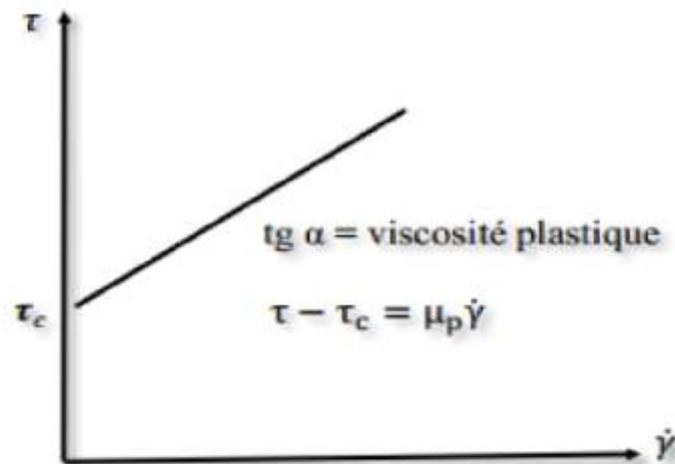


Figure II.1 Courbe d'écoulement ou rhéogramme

Dont la représentation graphique donne la courbe d'écoulement Le rhéogramme $\tau = f(\dot{\gamma})$ D'un tel fluide est donc une droite passant par l'origine, de pente $tg\alpha = \mu$. C'est en général le cas des gaz et des liquides usuels.

La viscosité néanmoins dépend d'autres facteurs tels que la température et la pression. Exemples de fluides newtoniens : eau, miel, sirop de sucre de canne...

3. Fluides non-Newtoniens visqueux

3.1 Comportements non-Newtoniens indépendants du temps

Tous les fluides dont le comportement ne suivent pas la loi de Newton c'est-à-dire il n'existe pas une relation linéaire entre contraintes et déformations sont appelés fluides non-Newtoniens. Pour de tels fluides, il n'est pas possible de définir une viscosité constante. On définit alors, de façon plus générale, une viscosité apparente, qui dépend de nombreux paramètres et en particuliers du gradient de vitesse du temps d'application des contraintes et du module d'élasticité du fluide. [10]

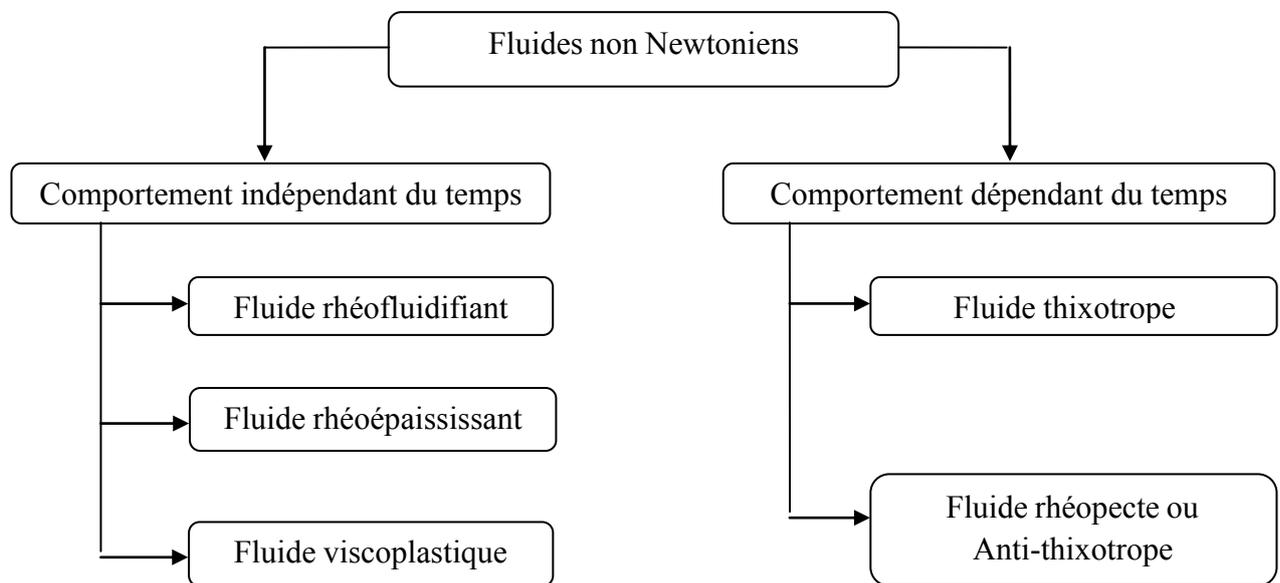


Figure II.2 Classification des fluides non-Newtoniens.

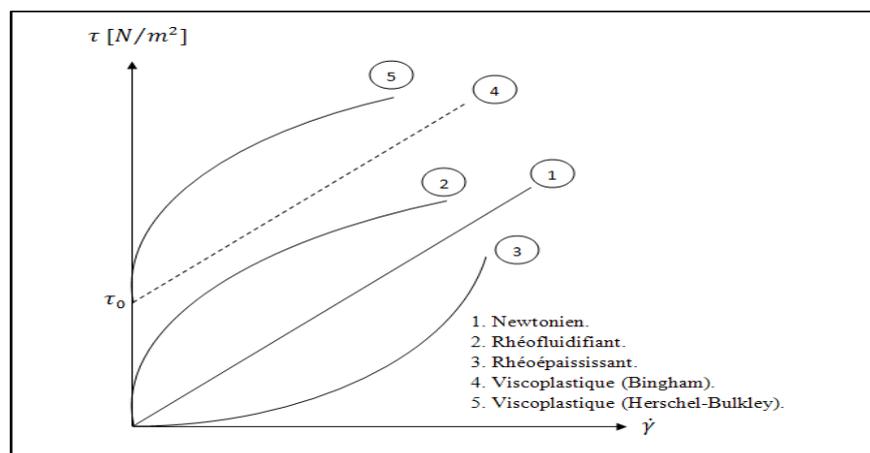


Figure II.3 Rhéogramme des fluides Newtoniens et non-Newtoniens indépendants du temps.

3.1.1. Les fluides rhéofluidifiants (ou pseudo-plastiques)

La viscosité apparente d'un fluide rhéofluidifiant ou pseudo-plastique décroît lorsque le gradient de vitesse appliqué augmente (Figure II.2). Parmi les fluides rhéofluidifiants on trouve plusieurs types de peintures, le sang, pâte à papier, solution diluée de polymère, etc. [10]

Puisque les recherches effectuées en agitation des fluides non-Newtoniens mettent en œuvre des fluides rhéofluidifiants, il est nécessaire de préciser leurs lois de comportement, c'est-à-dire les relations qui existent entre la contrainte de cisaillement τ et le gradient de la vitesse $\dot{\gamma}$ ou plus commodément, du rapport entre ces deux grandeurs qui représente la viscosité apparente du fluide. De nombreuses relations existent, les ouvrages spécialisés fournissent une large palette d'équations. Nous nous limiterons ici à citer quelques lois.

- La loi en puissance d'Ostwald de Waele

$$\tau = m \cdot \dot{\gamma}^n \quad (\text{II.3})$$

Où m représente l'indice de consistance et n représente l'indice de comportement, dont la valeur est comprise entre 0 et inférieur à 1 pour un comportement fluidifiant, supérieur à 1 pour un comportement viscoplastique et égale à 1 pour le comportement Newtonien.

La viscosité apparente pour un fluide suivant la loi de puissance se calcule comme suit :

$$\eta_a = m \cdot \dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\dot{\gamma} = \left[\frac{1}{2} (\dot{\gamma} : \dot{\gamma}) \right]^{1/2} \quad (\text{II.5})$$

En introduisant (II.4) dans (II.3), il en résulte :

$$\eta_a = m \cdot \left[\frac{1}{2} (\dot{\gamma} : \dot{\gamma}) \right]^{(n-1)/2} \quad (\text{II.6})$$

Lorsque $n < 1$ (rhéofluidifiant) η décroît quand $\dot{\gamma}$ croît.

Dans le cas contraire quand, $n > 1$ (rhéoépaississant), η croît avec $\dot{\gamma}$.

Pour $n=1$, on retrouve le fluide Newtonien.

Cependant, le modèle d'Ostwald de Waele présente deux inconvénients à savoir [8]

- η_0 viscosité pour les faibles valeurs du taux de cisaillement ;
- η_∞ viscosité pour les grandes valeurs du taux de cisaillement.

Ces défauts sont éliminés dans le modèle de Carreau ainsi défini :

• **Modèle de Carreau**

Le modèle de Carreau a été développé à partir du modèle d'Ostwald de Waele.. Ce modèle comporte trois paramètres, l'indice de comportement n , le temps caractéristique λ et la viscosité apparente pour un gradient de vitesse nul η_0 , soit :

$$\eta_a = \eta_0 \cdot [1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2]^{\frac{(n-1)}{2}} \tag{II.7}$$

En introduisant (II.4) dans (II.6), on obtient

$$\eta_a = \eta_0 \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \lambda^2 \dot{\gamma}^2\right]^{\frac{(n-1)}{2}} \tag{II.8}$$

Le rhéogramme de la plupart des fluides à comportement pseudo-plastiques possèdent une ou deux régions où la viscosité apparente est indépendante de la vitesse de cisaillement. Ces deux zones de variation correspondent aux valeurs de $\dot{\gamma}$ très faibles (souvent inférieures à 10^{-2} s^{-1}) et très élevées (parfois supérieures à 10^8 s^{-1}). Ces deux régions, dites première et deuxième région Newtonienne, sont caractérisées respectivement par les coefficients de viscosité η_0 et η_∞ (Figure II.3).

Le modèle de carreau fait intervenir quatre paramètres : λ (un temps caractéristique), n (indice de comportement), η_0 (viscosité en l'absence de cisaillement), η_∞ (viscosité pour les valeurs importantes du taux de cisaillement). La figure (II.4) suivante illustre le rhéogramme de ce dernier.

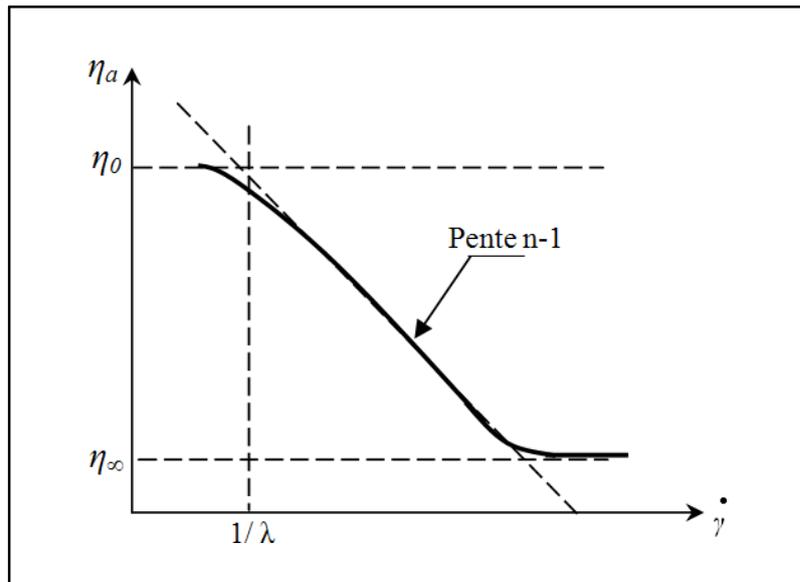


Figure II.4 Rhéogramme du modèle de Carreau.

3.1.2 Les fluides rhéoépaississants (ou dilatants)

Ce type de fluide présente une viscosité croissante avec une augmentation du taux de cisaillement. Bien que plus rare que la pseudo plasticité, la dilatance est observée dans les fluides contenant un haut taux de solides dé floclés (séparés qui étaient précédemment associés) comme les boues d'argile, les composés sucrés, la fécule de maïs dans l'eau et l'eau sablonneuse. Une explication possible de leur comportement dilatant est la suivante: au repos, le taux de porosité est minimal et le liquide présent est suffisant pour remplir les espaces vides. À faible taux de cisaillement, le liquide lubrifie le mouvement de tous les particules solides et les contraintes résultantes sont par conséquent faibles. D'autre part, à des vitesses de cisaillement élevées, le matériau se dilate légèrement de sorte qu'il n'y a plus de liquide suffisant pour combler les espaces vides créés. La conséquence est une augmentation du frottement et des contraintes de cisaillement résultant des contacts solides-solides entre particules. Ce mécanisme amène la viscosité apparente à augmenter rapidement avec un taux croissant de cisaillement.

Les fluides épaississants ou dilatants sont aussi régis par la loi de puissance sauf que pour cette catégorie de liquide l'indice d'écoulement est supérieure à 1 ($n > 1$). Ces fluides se rencontrent beaucoup plus rarement industriellement. Leur comportement se traduit par une augmentation de viscosité avec le cisaillement :

$$\tau = m \cdot \dot{\gamma}^n \quad \text{avec} \quad n > 1 \quad (\text{II.9})$$

3.2.3. Les fluides viscoplastiques

Ce genre de fluides se caractérise par l'existence d'une valeur minimale τ_0 de la contrainte, appelée seuil d'écoulement ou contrainte seuil en dessous de laquelle l'écoulement ne se produit pas et qui représente l'ordonnée à l'origine du rhéogramme. Au-delà de τ_0 , le fluide s'écoule, ce sont surtout les fluides à suspensions, cela signifie que dans l'écoulement, les zones de fluide se déplaceront en bloc et auront un comportement de type "solide". Par contre lorsque les sollicitations dépassent ce seuil, le fluide a un comportement visqueux et s'écoule.

Parmi les modèles décrivant le comportement plastique on trouve le modèle de Casson, de Herschel-Bulkley et de Bingham. [11]

- **Modèles de Casson et de Herschel-Bulkley :**

Dans tous les autres cas, les fluides plastiques sont soit des fluides pseudo-plastiques (Figure II.2), soit des fluides dilatants présentant un seuil de contrainte. Leur comportement est représenté par une loi de puissance présentant un seuil de contrainte :

$$\tau = - \left[\eta_0 + \frac{\tau_0}{m} \dot{\gamma}^n - 1 \right] \dot{\gamma} \quad (\text{II.10})$$

Les modèles rhéologiques s'écrivent :

- Le modèle de Casson :

$$\tau^{1/2} = k_c \cdot \dot{\gamma}^{1/2} \cdot \tau_c^{1/2} \quad (\text{II.11})$$

- Le modèle de Herschel-Bulkley :

$$\tau^{1/2} = \tau_0 + m \cdot \dot{\gamma}^{1/2} \quad (\text{II.12})$$

3.1.4 Les Fluides viscoélastiques

Un fluide viscoélastique est un fluide qui possède à la fois des propriétés de viscosité et d'élasticité. Ainsi, un fluide viscoélastique soumis à une déformation donnée, présente une réponse intermédiaire entre celle d'un solide homogène classique purement élastique, pour lequel la contrainte est proportionnelle à la déformation, et celle d'un fluide newtonien classique purement visqueux caractérisé par une contrainte proportionnelle à la vitesse de Déformation. Cette réponse va dépendre en partie du rapport entre le temps de la sollicitation et le temps caractéristique (appelé aussi temps de relaxation) du matériau viscoélastique.

Si le temps de sollicitation est petit devant le temps caractéristique du matériau, les composants Élémentaires du matériau n'ont pas le temps de se déformer de manière importante et on observe une réponse élastique. Si le temps de sollicitation est grand devant le temps caractéristique, la réponse observée est du type visqueux. Les polymères fondus et les solutions de polymères présentent généralement un Comportement viscoélastique. Toutefois, l'utilisation de lois de comportement viscoélastique pour la modélisation des procédés de transformations des polymères s'avère difficile, et de ce fait, des modèles inélastiques ont presque exclusivement été pour longtemps utilisés lors des simulations d'écoulement d'importance industrielle.

3.2. Comportements non-Newtoniens dépendants du temps

Certains fluides non newtoniens subissant une variation de leurs propriétés d'écoulement en fonction du temps de cisaillement auquel ils sont soumis. Leur comportement dépend de l'historique des contraintes qu'ils ont subies. Ils correspondent aux fluides de Boltzmann. On y distingue essentiellement les fluides thixotropes et les fluide anti-thixotropes.

La contrainte de cisaillement est fonction du taux de cisaillement et du temps, par conséquent la viscosité apparente dépend du temps et du taux de cisaillement :

$$\eta_a = f(\dot{\gamma}, t) \tag{II.13}$$

Un des modes d'étude de cette catégorie de fluides consiste à leur faire subir des cycles complets de contrainte à des vitesses différentes, de la valeur nulle à une valeur maximale puis retour à la valeur nulle. Ils offrent alors un phénomène d'hystérésis plus ou moins marqué selon la vitesse de déroulement du cycle. Il existe deux sortes de fluides non-Newtoniens dépendants du temps :

3.2.1. Les fluides thixotropes

Une substance est dite thixotrope quand sa viscosité diminue avec le temps de cisaillement. Ceci s'explique par une modification, une destruction partielle de la structure du fluide. Au repos, la viscosité se rétablit progressivement la structure détruite par une déformation antérieure se reforme graduellement, ce type de fluides n'intervient pas au régime permanent la viscosité apparente diminue avec le taux de cisaillement et le temps.

3.2.2. Les fluides anti-thixotropes (rhéopectes)

L'anti-thixotropie prend naissance quand l'agitation du liquide accroît la formation de structure au sein de celui-ci. Le terme de rhéopexie est aussi utilisé pour l'anti-thixotropes, La rhéopexie est un phénomène extrêmement complexe qui n'a guère été étudié. Dans ce type de fluides, il apparaît qu'un faible cisaillement est susceptible de favoriser la restructuration du produit. [12]

Chapitre III

Etude bibliographique

1. Introduction

Un fluide peut être dit complexe lorsqu'il possède une structure interne de taille intermédiaire entre l'échelle moléculaire et la taille de l'échantillon. Ces structures microscopiques confèrent au fluide des propriétés particulières voire surprenantes qui se situent entre celle d'un fluide simple purement visqueux (l'eau ou l'huile par exemple) et d'un solide purement élastique. Ces notions seront définies de manière plus précise ultérieurement. Ces propriétés constituent en fait celles d'un très grand nombre de matériaux de la vie courante, mais également de produits finis ou intermédiaires d'une grande majorité d'industries de procédé. Il serait difficile de dresser une liste exhaustive de tous les secteurs industriels dans lesquels les fluides complexes interviennent. Nous pouvons toutefois citer les domaines les plus concernés qui sont : les polymères synthétiques, les industries agroalimentaires, cosmétiques et pharmaceutiques, l'industrie pétrolière, celle du papier et du bâtiment.

Les fluides complexes appartiennent à deux grandes familles. Celle des systèmes macromoléculaires complexes et celle des suspensions de particules concentrées dont les émulsions et les mousses. Les systèmes moléculaires sont des systèmes de taille microscopique construits à partir d'interactions moléculaires fortes (cristaux liquides, micelles) ou de véritables liaisons chimiques (polymères). Les suspensions ou dispersions concentrées de particules sont constituées d'une phase généralement solide (les particules) dispersée dans une autre, qui elle est liquide. Les émulsions sont un cas particulier où les deux phases, de consistance différente, sont liquides. [13]

2. Seuil de contrainte

Existe-t-il réellement des fluides ayant un seuil d'écoulement tel que nous l'avons défini précédemment ? La détermination expérimentale d'un tel seuil est restée jusqu'à un certain nombre d'années, une question ouverte. En effet, il n'est pas possible d'affirmer avec certitude l'existence d'un tel seuil de contrainte et sa détection peut être dépendante de la seule précision des appareils de mesure (notamment dans la plage des faibles taux de cisaillement). Cependant, certaines techniques de mesure permettent de montrer qu'un tel seuil peut exister ou du moins s'en approcher. [10]

Certain auteurs comme H. Barnes et K. Walters [14] soutiennent qu'il n'existe pas de seuil de contrainte. Ils affirment que dans la plage de très faibles vitesses de cisaillement, la viscosité tend vers une viscosité constante élevée mais finie. Ces résultats sont en partie fondés sur des expériences menées sur une solution de Carbopol à 0.5 %. Ils proposent alors des modèles donnant le comportement de ces fluides dans la plage des faibles taux de cisaillement.

A. Magnin et J. Piau [15] effectuent une étude similaire avec la même solution afin de rediscuter les résultats de H. Barnes et K. Walters. Dans leur étude ils soulignent comment certaines mesures du seuil peuvent être erronées et ils émettent alors des recommandations pour améliorer les essais rhéométriques et leurs interprétations. Ils montrent que les essais de relaxation donnant la contrainte résiduelle peuvent être un bon moyen de déterminer la valeur du seuil de contrainte. Nous rappelons brièvement dans le paragraphe suivant quelques notions de rhéométrie et les problèmes rencontrés avec les fluides à seuil.

3. La mise en évidence du phénomène de glissement

C'est le phénomène le plus couramment rencontré lors de l'étude rhéologique des fluides. Il peut se produire dans toutes les géométries d'écoulement et résulte du cisaillement préférentiel d'une fine couche du fluide testé près des parois. Ce phénomène conduit à des erreurs sur les mesures, en particulier pour les mesures de contraintes seuil avec un rhéomètre à contrainte imposée [Barnes (1995) ; Bonifas (1998)]. Dans le cas des suspensions, le glissement peut être favorisé par la migration des particules des régions pariétales (décroissance de la concentration solide près de la paroi lisse), effet connu sous la dénomination d'effet sigma. Cet effet a été abordé par beaucoup d'auteurs, comme Quemada, par exemple, qui a signalé l'existence de ce phénomène dans les conduites cylindriques [Quemada (1977) ; (1978a) et (1978b)]. Des travaux sur la rhéométrie des suspensions argileuses ont montré également l'existence de ce phénomène aux parois [Yoshimura et Prud'homme (1988)]. Ces auteurs ont élaboré un modèle mathématique s'inspirant de celui de Mooney (1931). La méthode de Yoshimura et Prud'homme (1988) consiste à effectuer deux séries de mesures sur des géométries de même type mais avec une seule caractéristique différente. Dans un autre travail et dans le cadre de sa thèse, Bonifas (1998) a repris la méthode de calcul de Yoshimura et Prud'homme (1988) sur de suspensions de bentonite en utilisant des géométries plan-plan et plan-cône. Il a conclu que ce modèle réalise une correction non négligeable et acceptable.

D'autre part, et à côté de ces méthodes de calcul, on note l'existence d'une autre méthode où l'effet de glissement est contrôlé expérimentalement. Cette deuxième solution consiste à rendre les parois plus rugueuses pour augmenter les frottements, et il y a deux méthodes :

- soit en enduisant les surfaces du cône et du plan d'une fine couche de colle en aérosol, puis une fine couche de poudre de bentonite [Leyama (2001)].
- soit en recouvrant la surface du plan et du cône par un papier de verre rugueux avec une rugosité de l'ordre de $200\mu\text{m}$ [Magnin et Piau (1990)].

4. Synthèse bibliographique de la convection naturelle dans des cavités fermées pour les fluides Newtoniens

Le phénomène de transfert de chaleur par la convection naturelle, dans des espaces confinés, est généralement dû à la présence des gradients de température ou de concentration provoquant une distribution non uniforme de la densité du fluide, ce qui produit un mouvement convectif dû à une force motrice volumique (la poussée d'Archimède) résultant de ces gradients et d'une force de gravité.

L'étude des écoulements de fluide newtonien et le transfert de chaleur par convection naturelle dans les milieux confinés a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. En plus, elle constitue un problème dont l'intérêt est important tant sur le plan fondamental qu'au niveau son implication dans de nombreux phénomènes naturels, industriels et des applications pratiques. Parmi ces applications, nous pouvons citer : le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, et le confort d'habitation (cas de l'isolation des bâtiments par exemple le double vitrage), le stockage des fluides, les capteurs solaires...etc. Elles sont aussi à l'origine de certains phénomènes naturels par exemple océanographiques (courants marins), météorologiques (orages et formation des cumulus...), géologiques (remontées de magma).

Un très grand nombre de travaux sur les écoulements des fluides newtoniennes et le transfert de chaleur par convections naturelle dans les milieux ont été réalisés dans de différentes géométries simple et régulière tel que les cylindres et les parallélépipédiques...etc. Cependant, le cas de la cavité rectangulaire différentiellement chauffée continue à être la géométrie classique qui présente le plus d'intérêt (De Vahl Davis [16-17], Kübelbeck [18]).

La convection naturelle dans les cavités rectangulaires a fait l'objet de nombreuses études tant expérimentales que numériques. En plus, elle constitue un problème classique pour tester et la validation de nombreuses techniques et modèles numériques (Saitoh (1989), De Vahl Davis 1982), Hortmann (1989), Le Quéré (1991)[19] et Markatos (1984) et Barakos (1994). Dans ce type d'enceinte, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées (ZHF) ou supposées conductrices (LTP). Une excellente revue des travaux effectués dans le passé dans ce domaine a été présentée par Ostrach (1988) et Bejan. Le problème de convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées a été traité expérimentalement par De Graaf (1953), puis le problème a été posé au milieu du siècle par Batchelor (1954) en utilisant une approche analytique d'un modèle bidimensionnel avec un rapport de forme variant de 5 à 200. Batchelor et S. Ostrach ont montré aussi qu'un tel écoulement dépend de trois groupements adimensionnels indépendants que sont : le rapport de forme, $A=H/L$, le nombre de Prandtl, Pr , et le nombre de Rayleigh, Ra , défini sur la distance entre les faces actives verticales L . Au cours des dernières années, plusieurs travaux ont traité ce sujet, citons notamment celui de J. O. Wilkes et al. (1966) Eckert et Carlson (1971)[20]. En utilisant la méthode des différences finies, De Vahl Davis (1982) a présenté une solution numérique Benchmark pour le cas de la convection naturelle laminaire ($10^3 < Ra < 10^6$) confinée dans une cavité carrée chauffée différemment. D'autres études numériques sur les cavités rectangulaires peuvent également être signalées telles que des travaux de K. Kübelbeck, (1980), Markatos & Pericleous (1984), Fusegi et Hortmann; Saitoh (1989).

Le Quéré 1987-1991, Arnold (1976); Barakos 1989. Plusieurs travaux, sur la convection naturelle dans les cavités avec rapport de forme différent de 1, témoin que le rapport de forme a une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique. Citons par exemple le travail de Berkovskii (1973). D'autre part pour les faibles rapports de forme nous citons les travaux de Bejan et Tien (1978), Bejan (1980) et Cormack (1975). Certains chercheurs ont démontré par voie expérimentale l'influence du rapport de forme sur la convection naturelle dans les cavités citons les travaux de Yin (1978). Dans une étude analytique réalisée par Kimura et Bejan (1984), ces auteurs ont considéré le cas d'une cavité soumise à un flux constant, avec plusieurs rapports de forme. Merker (1988) a donné une synthèse des travaux dans le domaine. Différentes études numériques ont été réalisées par Raithby (1981) ou encore Seki (1978). Récemment un travail numérique sur l'influence du rapport de forme sur la convection naturelle d'un fluide newtonien et non-Newtonien a été proposé par Turan (2011). [21]

La présente étude a pour objectif d'étudier numériquement l'effet du rapport de forme de la cavité rectangulaire verticale ($\theta = 90^\circ$), sur la structure l'écoulement et le transfert thermique par convection naturelle de l'air ($Pr = 0.71$). Une analyse numérique basée sur la méthode de volumes finis est utilisée. Nous considérons dans notre cas que l'écoulement est laminaire $10^3 \leq Ra \leq 5 * 10^5$, le rapport de forme $A=H/L$ varie entre 0.1 et 10.

Chapitre IV

*Présentation du système simulé et
formulation mathématique*

1. Introduction

Dans ce travail l'analyse thermique a été développée dans une cavité où le transfert de chaleur par convection naturelle en régime laminaire est prédominant par rapport à tous les transferts de chaleur. Le modèle mathématique étant fournit par les équations de Navier- stokes et la loi du transfert thermique.

2. Description géométrique

On considère dans cette étude une configuration simple, une cavité carrée avec un cylindre centré où les parois horizontales sont adiabatiques et les parois verticales sont maintenues à une température froide, le cylindre est maintenu à une température chaude. Pour le cas adimensionnel, la longueur L égale à la hauteur H de la cavité [$L = H = 1$] et le diamètre du cylindre [$D = L/2$] (Voir Figure IV.1).

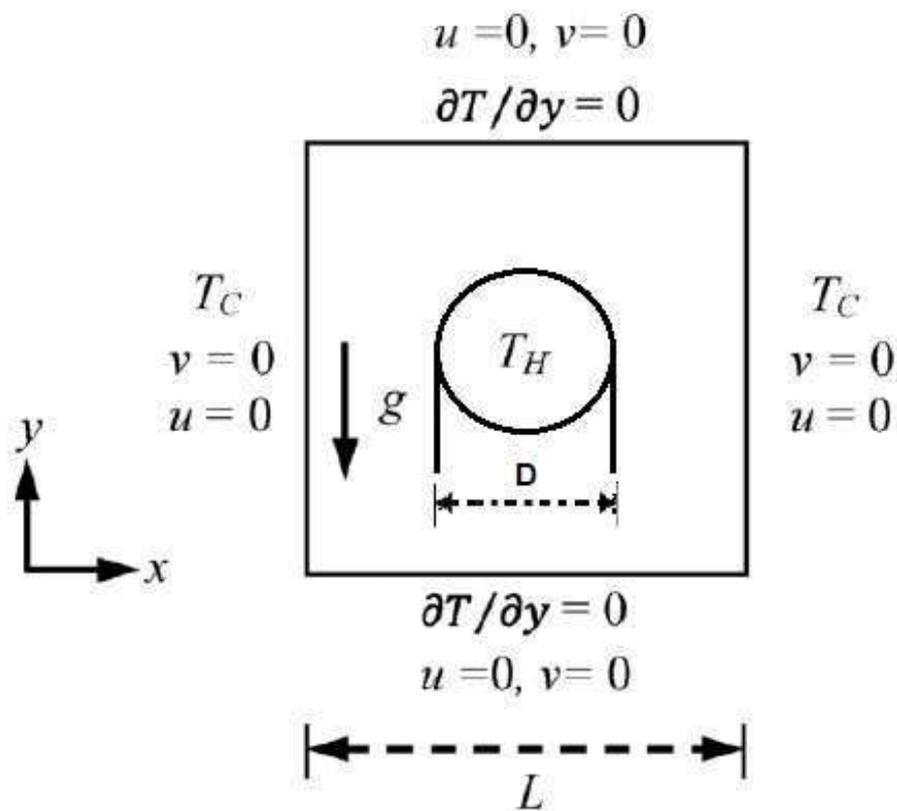


Figure IV.1. – Représentation géométrique du domaine de simulation.

3. Formulation mathématique

3.1. Equations générales en régime laminaire

On appelle ainsi des écoulements dont les quels les lignes de courant ont un aspect régulier.

Les différentes couches du fluide glissent alors les unes sur les autres sans échanger de matière. Ce sont les plus faciles à étudier car l'exploitation des symétries permet de prévoir l'orientation du champ de vitesse (Candel, 1995) Les équations exprimant les phénomènes d'écoulements sont principalement celles de dérivées des lois physiques de conservation de masse de la quantité de mouvement et de l'énergie. [22]

Les équations dont nous disposons sont les suivantes :

3.2. Equation de continuité

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de masse aux cours de l'écoulement. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Où ρ est la masse volumique et V est le vecteur vitesse.

En supposant que la masse volumique ρ est constante, Qui, après simplification devient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV.2})$$

3.3. Les équations de quantité de mouvement

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et la cause qui le produise. Où on peut indiquer que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées, pour un fluide newtonien incompressible, les équations de NAVIER STOKES pour la convection naturelle en 2D s'écrivent sous la forme suivante :

Équation de quantité de mouvement suivant X :

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.3})$$

Équation de quantité de mouvement suivant Y :

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] - \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{IV.5})$$

3.4. Equation de la conservation d'énergie

L'équation de la conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation différents termes, soit :

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.6})$$

Où :

u, v : Composantes du vecteur vitesse.

x, y : Les coordonnées cartésiennes.

t : Le temps.

λ : La conductivité thermique.

T : La température de fluide.

T_0 : La température de référence.

C_p : La chaleur spécifique du fluide à pression constante.

ρ : Masse volumique de référence.

μ : La viscosité dynamique.

β : Coefficient de dilatation [k^{-1}].

3.5. Simplification du système d'équation

Pour construire des modèles suffisamment détaillés et précis, il faut parfois tenir compte d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

Pour cela, on suppose :

- Fluide visqueux newtonien (la loi de comportement reliant contrainte et déformation est linéaire et isotrope).
- Les forces se réduisent à l'accélération de la pesanteur.
- Les propriétés physiques du fluide confiné à l'intérieur de la cavité sont supposées constantes.
- Les vitesses mises en jeu sont faibles.
- On considère notre fluide comme un fluide incompressible.
- Le fluide est complètement transparent (pas d'échange par rayonnement au sein du fluide).
- L'écoulement est laminaire et bidimensionnel.

3.6. Approximation de Boussinesq

Pour des configurations d'écoulements dans une cavité, la résultante des forces externes est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de température soit évidente. L'effet de la convection naturelle est pris en considération dans l'équation de la quantité de mouvement par la variation de la masse volumique, si en prenant un état pour la masse volumique ρ et une température T_0 .

L'équation d'état pour la masse volumique ρ en utilisant le développement de Taylor (BIJAN,1984) devient :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{T - T_0}{T_0} \right] \quad (\text{IV.7})$$

En se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{IV.8})$$

Le coefficient de dilatation isobare du fluide, soit :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_P \quad (\text{IV.9})$$

En effet, c'est la variation de la masse volumique du fluide qui est à l'origine du phénomène de convection naturelle, créant une force motrice volumique (Archimède) à laquelle s'oppose notamment une force de frottement visqueux (gray et giorgini, 1976).

L'approximation de Boussinesq consiste à négliger les variations de la masse volumique dans les équations de la conservation, **sauf son application** comme force motrice dans le terme F de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on peut exprimer la force volumique F, moteur de la convection naturelle par (Haxaire, 1999) :

$$F = g\beta(T - T_0) \quad (\text{IV.10})$$

3.7. Système d'équations retenues

Après introduction des hypothèses données ci-dessus. On peut considérer que les équations suivantes décrivent le phénomène de la convection naturelle à l'intérieur de la cavité.

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV.11})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant X :

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{IV.12})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant Y :

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{IV.13})$$

- Equation de la conservation d'énergie :

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (IV.14)$$

$$\text{Avec : } u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} ; v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} ; \vartheta = \frac{\mu}{\rho}$$

En dérivant l'équation de mouvement (IV.12) par rapport à y, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{u \partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v \partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \vartheta \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (IV.15)$$

En dérivant l'équation de mouvement (IV.13) par rapport à x, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{u \partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v \partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + \vartheta \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (IV.16)$$

En faisant la soustraction des équations (IV.16) - (IV.15), on obtient :

$$\left[\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{u \partial \omega}{\partial x} + \frac{v \partial \omega}{\partial y} \right] = \vartheta \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (IV.17)$$

$$\text{Avec : } \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{et} \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

On obtient :

$$\omega = -\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right]$$

Donc :

$$-\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (IV.18)$$

Donc les équations gouvernant le mouvement des écoulements de convection naturelle sont :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{u \partial \omega}{\partial x} + \frac{v \partial \omega}{\partial y} &= \vartheta \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ -\omega &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (IV.19)$$

4. Mise en forme adimensionnelle

Pour généraliser notre étude et mettre les équations sous forme adimensionnelle ont introduits les variables adimensionnelles suivants :

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x}{l} & y^* &= \frac{y}{l} \\ \psi^* &= \frac{\psi}{a} & \omega^* &= \frac{\omega}{\alpha/l^2} \\ T^* &= \frac{T-T_f}{T_c-T_f} & t^* &= \frac{t}{l^2/\alpha} \\ \alpha &= \frac{\rho_0 C_p}{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (IV.20)$$

Où :

u, v = Composantes horizontale et verticale du vecteur vitesse.

l = Longueur de la cavité.

x, y = Les coordonnées cartésiennes.

x^*, y^* = Les coordonnes cartésiennes adimensionnelles.

t = le temps.

t^* = Le temps adimensionnel.

λ = La conductivité thermique.

T = La température de fluide.

T_f = La température de la paroi froide.

T_c = température de la paroi chaude.

α = La diffusivité thermique.

C_p = La chaleur spécifique du fluide à la pression constante.

ρ_0 = Masse volumique de référence.

T^* = Ligne du courant adimensionnelle.

f^* = La vorticité adimensionnelle.

4.1. Equation de quantité de mouvement adimensionnelle

On a :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \vartheta \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (\text{IV.21})$$

Où :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{\partial(\omega^* \cdot \alpha / l^2)}{\partial(t^* l^2 / \alpha)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} &= \frac{\partial(\psi^* \cdot \alpha)}{\partial(y^* \cdot l)} \frac{\partial(\omega^* \cdot \alpha / l^2)}{\partial(x^* \cdot l)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \frac{\partial(\psi^* \cdot \alpha)}{\partial(x^* \cdot l)} \frac{\partial(\omega^* \cdot \alpha / l^2)}{\partial(y^* \cdot l)} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2(\omega^* \cdot \alpha / l^2)}{\partial(t^{*2} \cdot l^2)} \frac{\partial^2(\omega^* \cdot \alpha / l^2)}{\partial(t^{*2} \cdot l^2)} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial[T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial(x^* \cdot l)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.22})$$

En substituant les formules d'équation (IV.22) dans l'équation (IV.21), on obtient :

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} = Pr \left[\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial y^{*2}} \right] + Ra \cdot Pr \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \quad (\text{IV.23})$$

Avec :

$$Pr = \frac{\vartheta}{\alpha} \quad \text{et} \quad Ra = \frac{g\beta(T_c - T_f)l^3}{\vartheta\alpha}$$

4.2. Equation de la vorticité adimensionnelle

On a :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{IV.24})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2(\alpha \cdot \psi^*)}{\partial(x^{*2} \cdot l^2)} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2(\alpha \cdot \psi^*)}{\partial(y^{*2} \cdot l^2)} \\ \omega &= \omega^* \frac{\alpha}{l^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.25})$$

En substituant les formules d'équation (IV.25) dans l'équation (IV.24), on obtient :

$$-\omega^* = \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} \quad (IV.26)$$

4.3. Equation de conservation d'énergie adimensionnelle

On a :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (IV.27)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial [T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial (t^* \cdot l^2 / \alpha)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial (\psi^* \cdot \alpha)}{\partial (y^* \cdot l)} \frac{\partial [T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial (x^* \cdot l)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial (\psi^* \cdot \alpha)}{\partial (x^* \cdot l)} \frac{\partial [T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial (y^* \cdot l)} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= \frac{\partial [T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial (x^{*2} \cdot l^2)} + \frac{\partial^2 [T^*(T_c - T_f) + T_f]}{\partial (y^{*2} \cdot l^2)} \end{aligned} \right\} \quad (IV.28)$$

En substituant le groupe d'équations (IV.28) dans l'équation (IV.27), on obtient :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \quad (IV.29)$$

4.4. Système d'équations adimensionnelles final

Le système d'équations qui gouverne l'écoulement du phénomène de la conduction naturelle sous forme adimensionnelle, s'écrit comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} &= Pr \left[\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial y^{*2}} \right] + Ra \cdot Pr \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \\ -\omega^* &= \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} \\ \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} &= \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned} \right\} \quad (IV.30)$$

5. Etablissement des conditions initiales et aux limites

5.1. Conditions initiales

A l'instant $t = 0$, $U = 0$, $V = 0$, $T = T_f = 0$ dans tout le domaine de simulation, sauf le cylindre est chaud $T_c = 1$.

5.2. Conditions aux limites des vitesses

Dans ce travail on a considéré les conditions aux limites des vitesses suivantes :

- La condition de non glissement aux parois solides.
- La condition de l'imperméabilité aux parois solides.
- Toutes les parois sont fixes $U = V = 0$.

5.3. Conditions aux limites des températures

Dans ce travail on a considéré les conditions aux limites des températures suivantes :

- Les parois horizontales sont adiabatiques avec un flux nul $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
- Les parois verticales sont maintenues à une température froide avec $T_f = 0$
- Le cylindre centré est maintenu à une température chaude avec $T_c = 1$

6. Nombres sans dimensions liés à l'écoulement

Les variables adimensionnelles associées à l'écoulement sont :

- Nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T\rho^2L^3}{\mu k} = Gr \cdot Pr$$

- Nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{g\beta\Delta T\rho^2L^3}{\mu^2}$$

- Nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

- Nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{h L}{k}$$

Chapitre V

Résultats et discussions

1. Introduction

Ce chapitre présente les résultats de simulation concernant la convection naturelle laminaire développée par un cylindre centré dans une cavité carrée totalement remplie d'un fluide Newtonien. Le cylindre est maintenu à une température chaude, les parois verticales sont maintenues à une température froide et les parois horizontales sont adiabatiques. Les différents résultats présentent les diverses évolutions de l'écoulement et du transfert thermique en fonction des paramètres adimensionnel et dimensionnel reliés au fluide, tels que le nombre de Rayleigh et la viscosité dynamique.

2. Validation du modèle

Pour avoir une conformité des résultats obtenus, il faut aboutir à une vérification, remaniement et validation de notre modèle afin de l'adapter au problème étudié. Pour cela, on a comparé nos résultats avec des travaux extraits de la littérature, Vahl Davis. [21] ; On a fait recours à un test classique de benchmark Vahl Davis [21], on a étudié l'écoulement hydrodynamique et le transfert thermique générés par la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée remplis de l'air, les parois verticales gauche et droitesont maintenues à une température respectivement chaude et froide, les parois horizontales sont adiabatiques. Nous avons arrivé à une bonne concordance pour l'ensemble des paramètres étudiés (Voir tableau 6.1).

Les résultats retenus pour la comparaison sont obtenus pour des différents nombre de Rayleigh (10^3 , 10^4 , 10^5 et 10^6) et le nombre de Prandtl de l'air ($Pr = 0.71$), sont comme suit :

- U max : Maximum de la composante horizontale de la vitesse adimensionnelle sur la surface médiane verticale ($X = 0.5$).
- V max : Maximum de la composante verticale de la vitesse adimensionnelle sur la surface médiane horizontale ($Y = 0.5$).
- Nu* : Nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude.
- Nu max : Nombre de Nusselt maximum sur la paroi chaude.

		Nos résultats	Résultats du benchmark
Ra = 10 ³	Nu*	1.118	1.118
	Nu max	1.507	1.505
	U max	3.630	3.649
	V max	3.677	3.697
Ra = 10 ⁴	Nu*	2.246	2.243
	Nu max	3.534	3.528
	U max	16.124	16.178
	V max	19.504	19.617
Ra = 10 ⁵	Nu*	4.528	4.519
	Nu max	7.756	7.717
	U max	34.686	34.730
	V max	68.140	68.590
Ra = 10 ⁶	Nu*	8.875	8.800
	Nu max	17.937	17.925
	U max	64.846	64.630
	V max	217.276	219.360

Tableau 5.1 Comparaison de nos résultats avec ceux du benchmark Vahl Davis.

3. Exploration des résultats

3.1. L'influence du nombre de Rayleigh

Il est important d'observer la forme des graphes des composantes de vitesse (U et V) respectivement Figures (V.1 et V.2) et le graphe de la température adimensionnelle (T*) Figures (V.3) pour expliquer la variation du nombre de Nusselt (Nu) le long du cylindre chaud Figures (V.4) pour notre fluide. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (Ra) à l'intérieur de l'enceinte, les effets de la force de flottabilité se renforcent par rapport aux forces visqueuses, ce qui augmente le transfert de chaleur par convection en raison d'un écoulement de convection plus fort avec des magnitudes de vitesses verticales et horizontales plus élevées. Cet effet est clairement évident à partir des Figures (V.1 et V.2), ce qui montre que l'amplitude de la vitesse, respectivement horizontale et verticale, augmente effectivement avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

La distribution de la température adimensionnelle (T^*) devient de plus en plus non linéaire avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (Ra), voir Figure (V.3), c-à-dire les forces d'inertie sont plus dominantes que les forces visqueuses, pour cela le transfert thermique par convection naturelle est le prédominant. Par contre, pour des valeurs très faibles du nombre de Rayleigh, on remarque que la distribution de la température adimensionnelle est totalement linéaire.

Les couches isothermes deviennent plus incurvées avec un nombre de Rayleigh (Ra) croissant en raison d'un fort courant de convection à l'intérieur de l'enceinte voir Figure (V.5).

La variation du nombre de Nusselt (Nu) le long du cylindre chaud est montrée dans la Figure (V.4). Les résultats montrent que le nombre de Nusselt (Nu) augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (Ra).

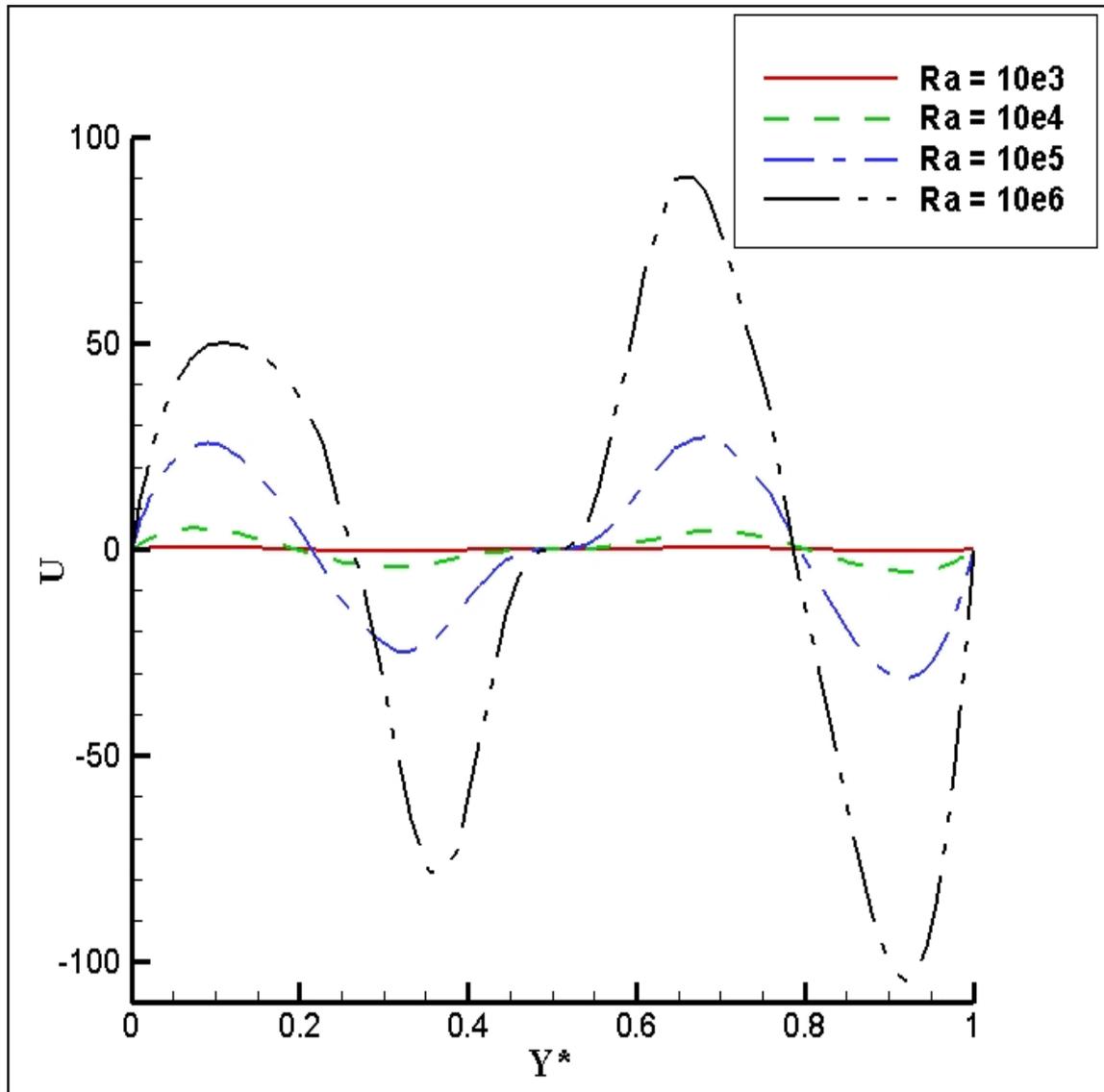


Figure V.1. Profils de la vitesse horizontale sur la surface verticale ($x = 0.25$) pour différents nombre de Rayleigh.

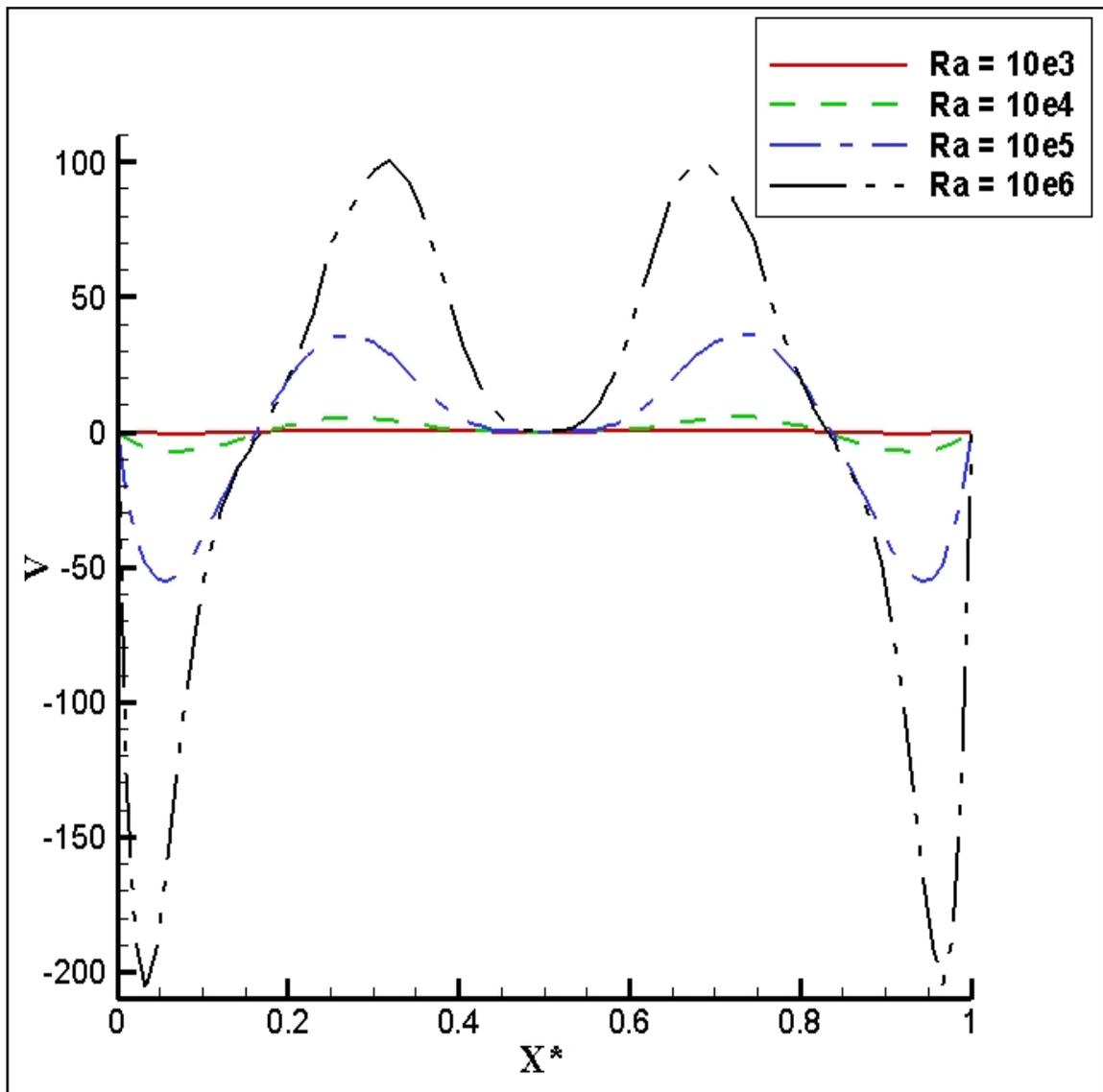


Figure V.2. Profils de la vitesse verticale sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différents nombre de Rayleigh.

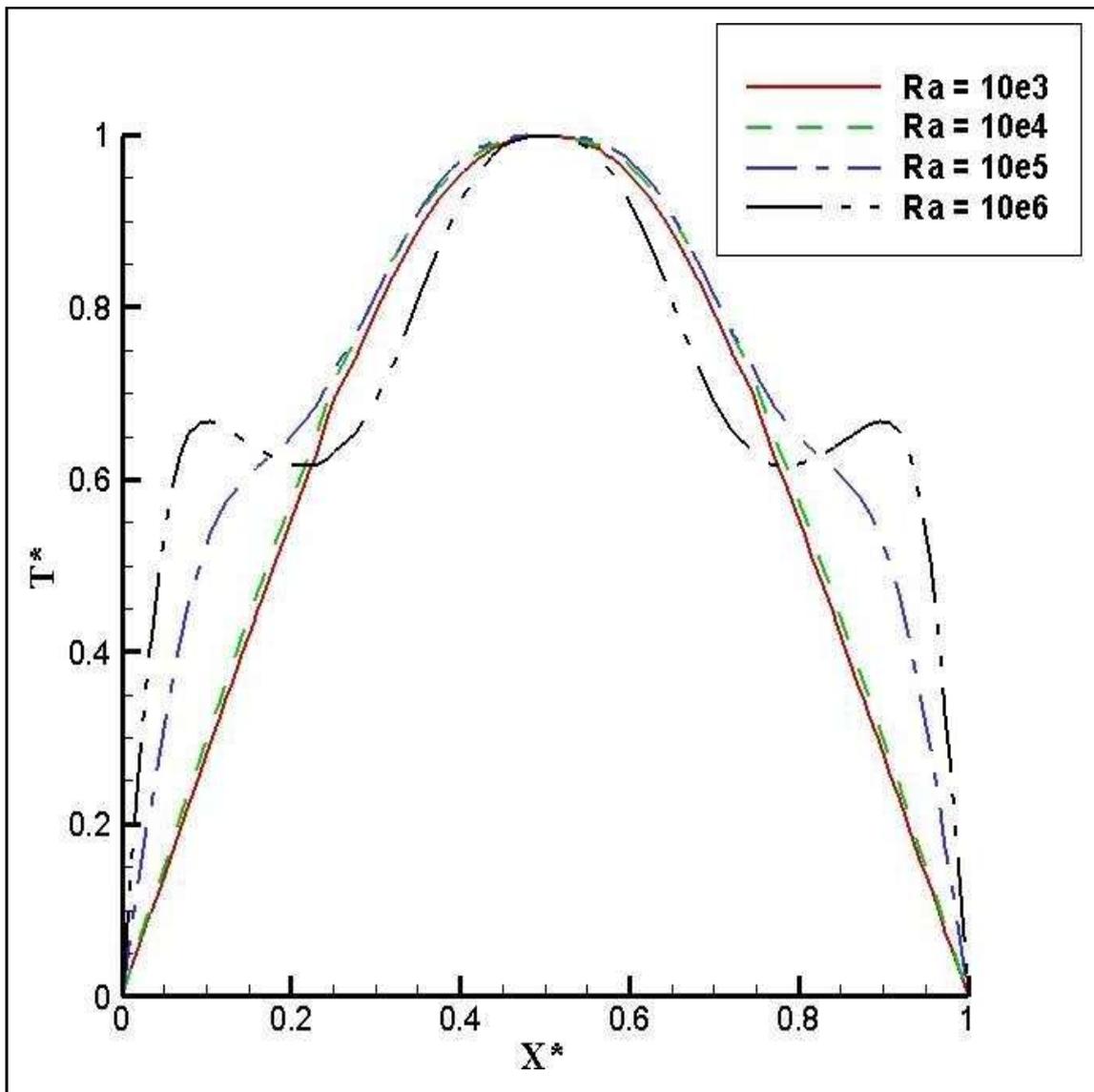


Figure V.3. Profils de la température adimensionnelle sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différents nombre de Rayleigh.

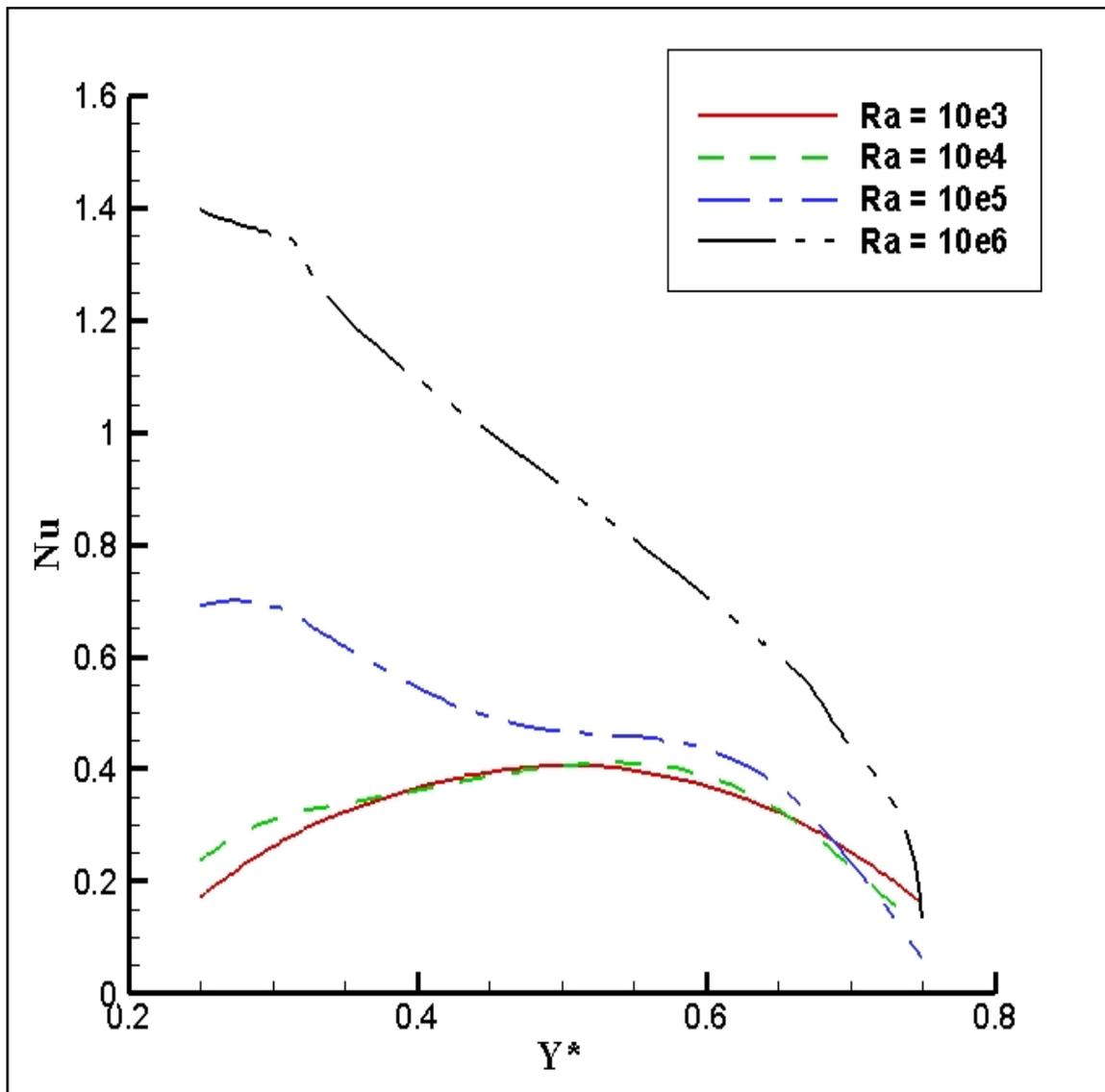


Figure V.4. Profils de la variation du nombre de Nusselt sur le cylindre chaud pour différents nombre de Rayleigh.

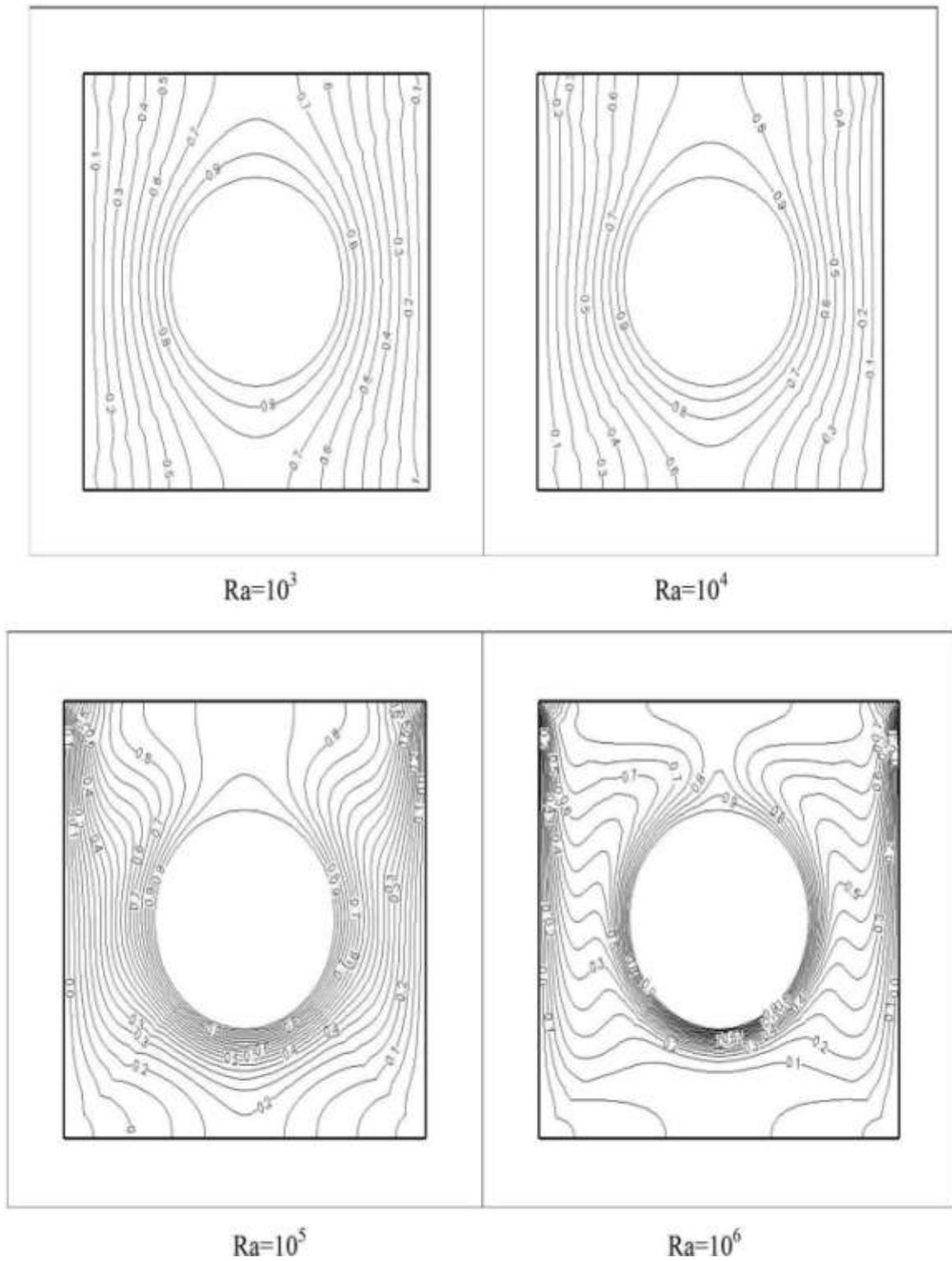


Figure V.5. Profils des isothermes pour différents nombre de Rayleigh.

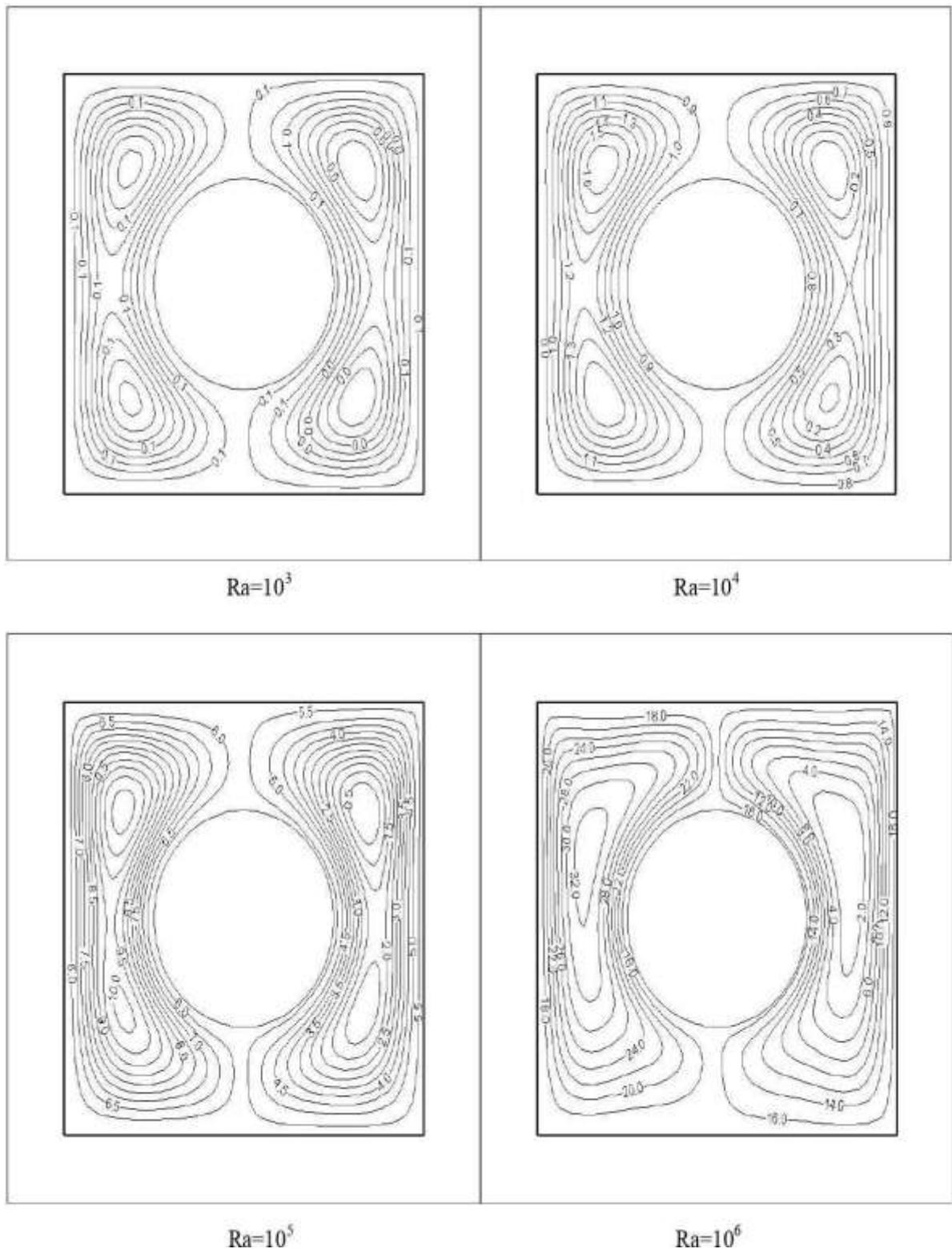


Figure V.6. Profils des lignes de courants pour différents nombre de Rayleigh.

3.2 L'influence de la viscosité

Il est important d'observer la forme des graphes des composantes de vitesse (U et V) respectivement Figures (V.7 et V.8) et le graphe de distribution de la température adimensionnelle (T^*) Figures (V.9) pour expliquer la variation du nombre de Nusselt (Nu) le long du cylindre chaud Figures (V.10) pour notre fluide.

D'après l'augmentation de la viscosité dynamique du fluide, les effets de la force de flottabilité s'affaiblissent par rapport aux forces visqueuses, ce qui diminue le transfert de chaleur par convection en raison d'un écoulement de convection plus faible avec des magnitudes de vitesses verticales et horizontales plus petites. Cet effet est clairement évident à partir des Figures (V.7 et V.8), ce qui montre que l'amplitude des vitesses, respectivement horizontale et verticale, diminue effectivement avec l'augmentation de la viscosité dynamique de notre fluide.

La distribution de la température adimensionnelle (T^*) devient de plus en plus linéaire avec l'augmentation de la viscosité dynamique, voir Figure (V.10), c-à-dire les forces visqueuses sont plus dominantes que les forces d'inertie, pour cela le transfert thermique par convection naturelle n'est pas le prédominant par rapport à la conduction. Par contre, pour des valeurs très faibles de la viscosité, on remarque que la distribution de la température adimensionnelle commence à devenir non linéaire.

Les couches isothermes deviennent moins incurvées avec la croissance de la viscosité dynamique, en raison d'un faible courant de convection naturelle à l'intérieur de l'enceinte voir Figure (V.11).

La variation du nombre de Nusselt (Nu) le long du cylindre chaud est montrée dans la Figure (V.10). Les résultats montrent que le nombre de Nusselt (Nu) diminue avec l'augmentation de la viscosité dynamique, ce qui signifie la prédominance et l'influence des forces visqueuses sur la quantité de la chaleur transférée par convection.

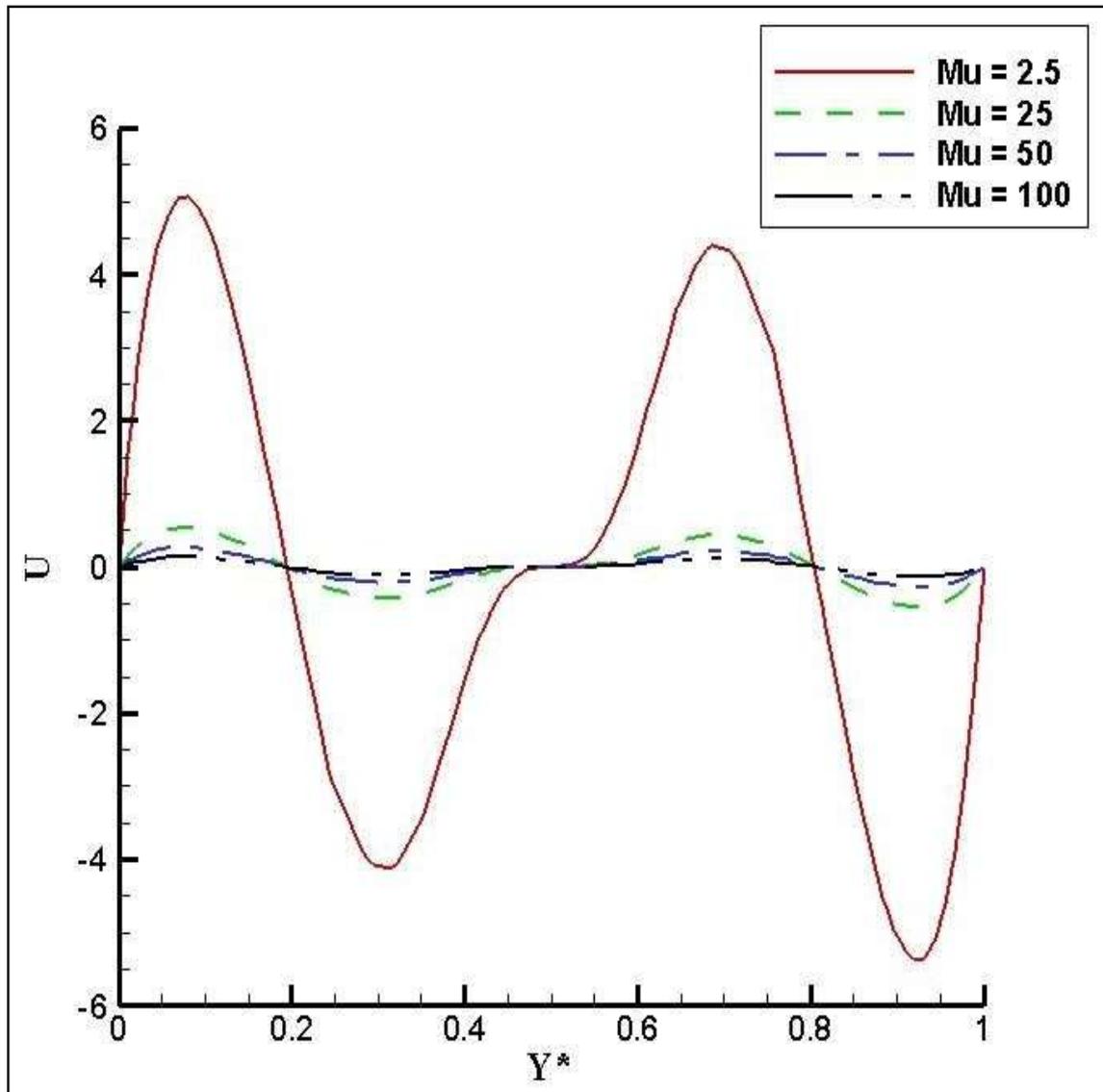


Figure V.7. Profiles de la vitesse horizontale sur la surface verticale ($x = 0.25$) pour différentes viscosités.

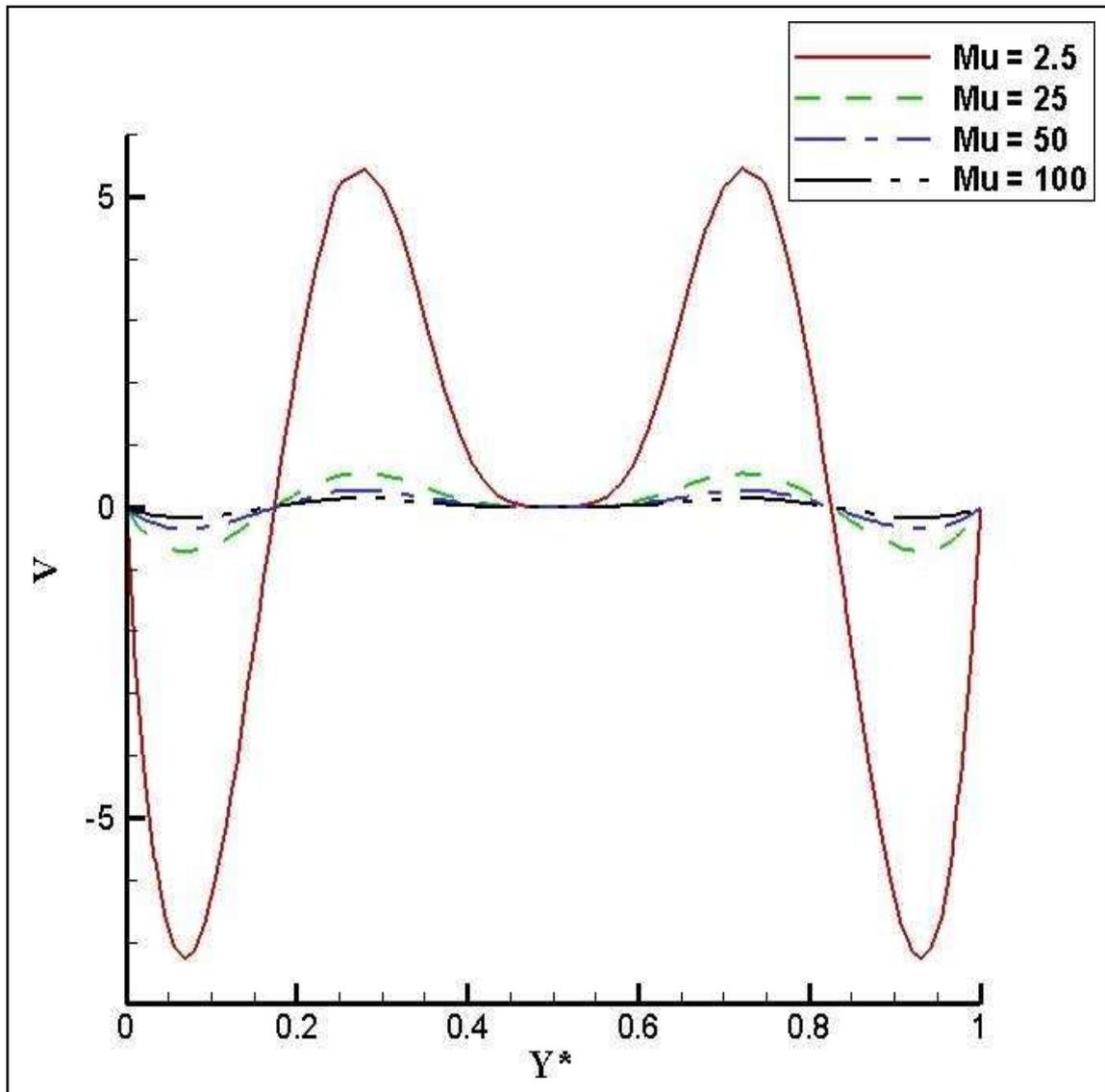


Figure V.8. Profiles de la vitesse verticale sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différentes viscosités.

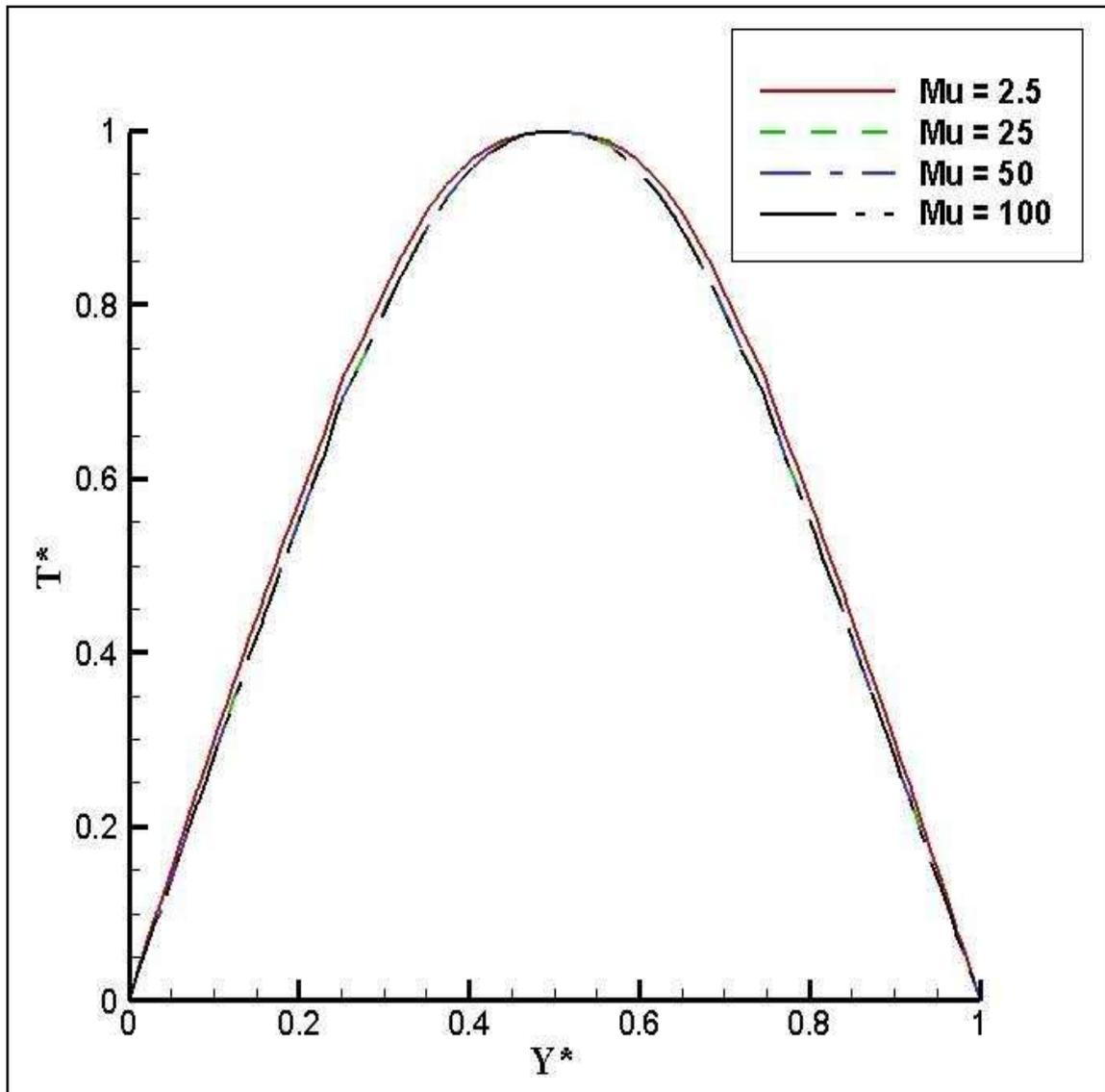


Figure V.9. Profils de la température adimensionnelle sur la surface horizontale ($y = 0.75$) pour différentes viscosités.

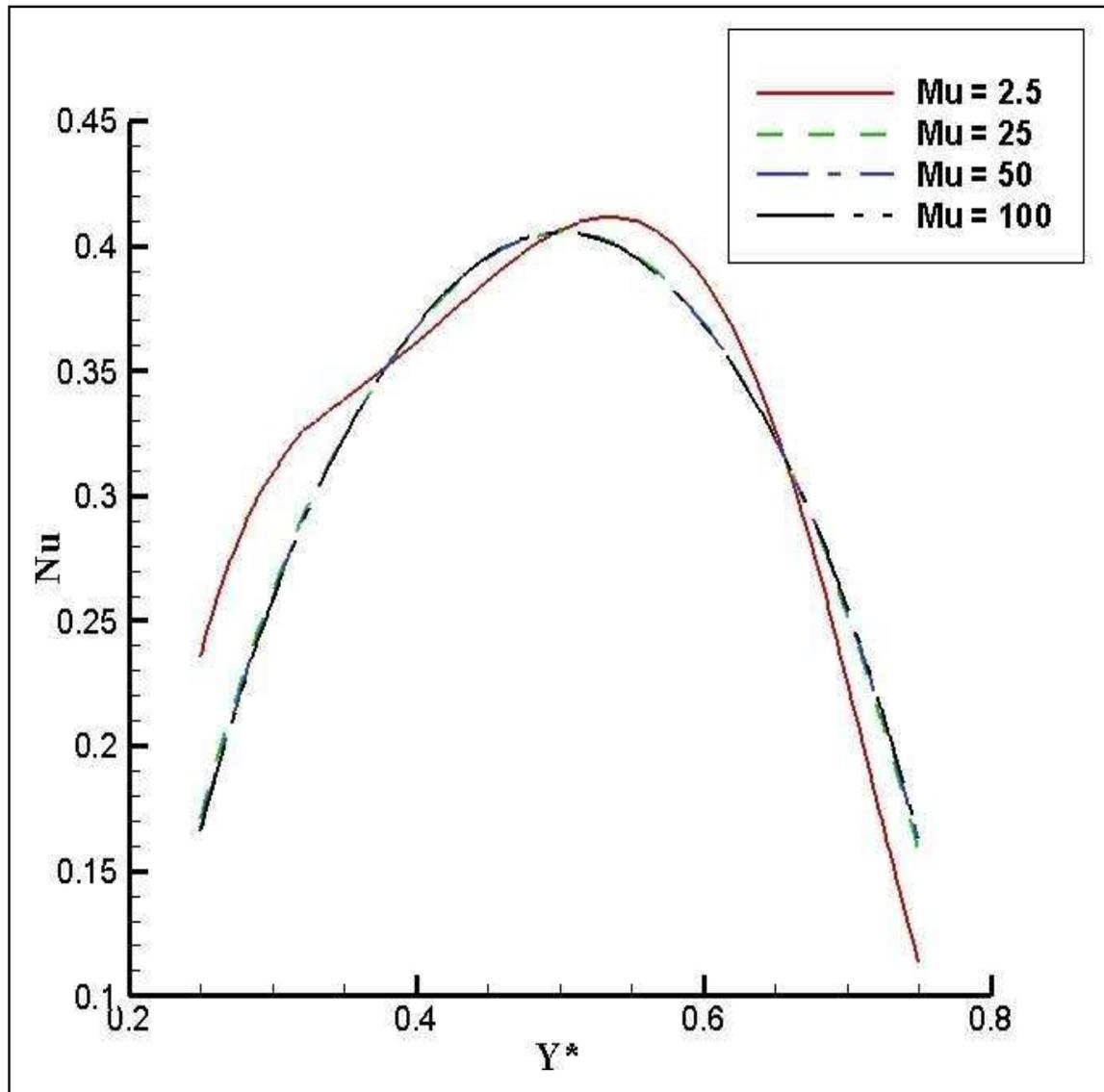


Figure V.10. Profils de la variation du nombre de Nusselt sur le cylindre chaud pour différentes viscosités.

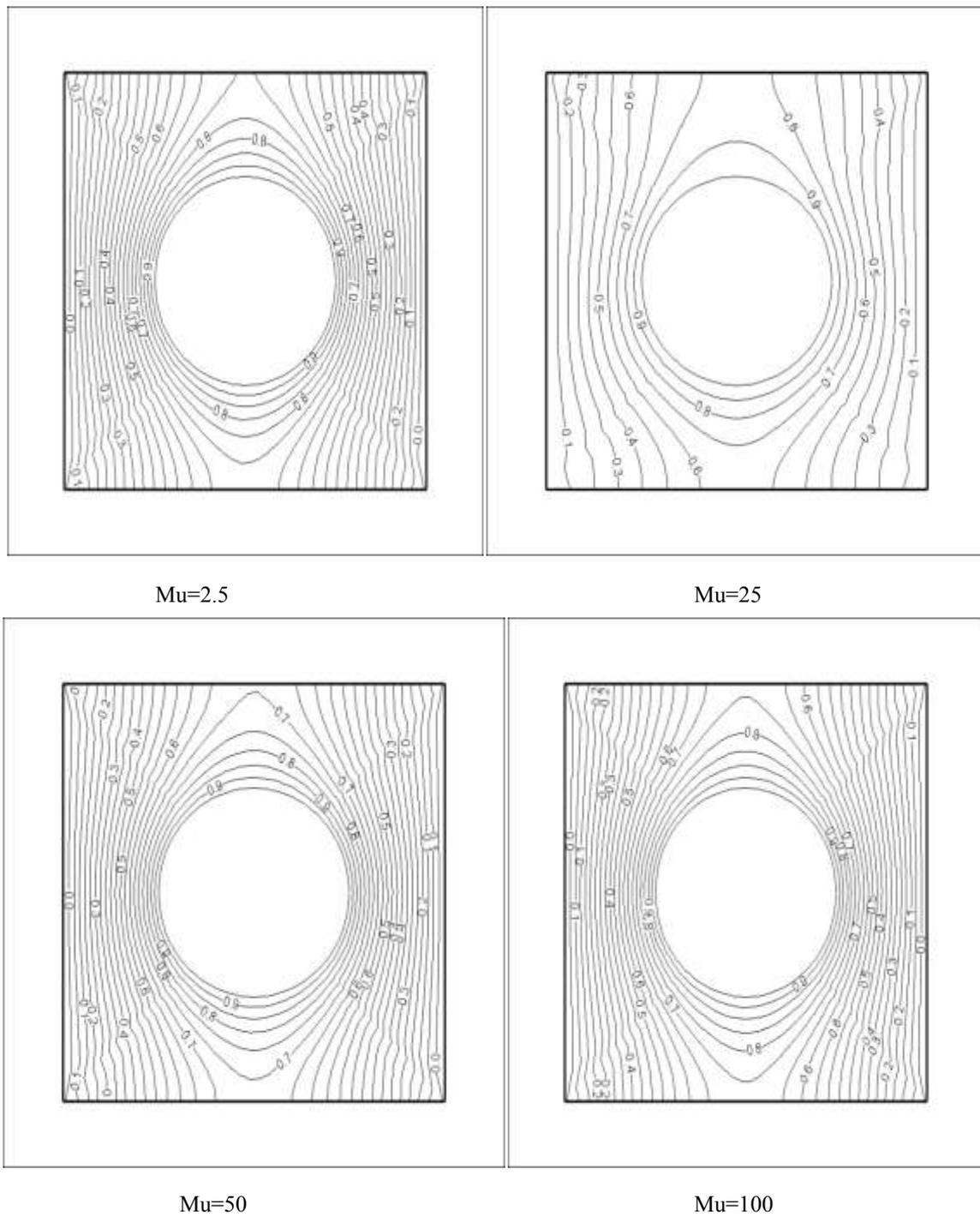


Figure V.11. Profils des isothermes pour différentes viscosités.

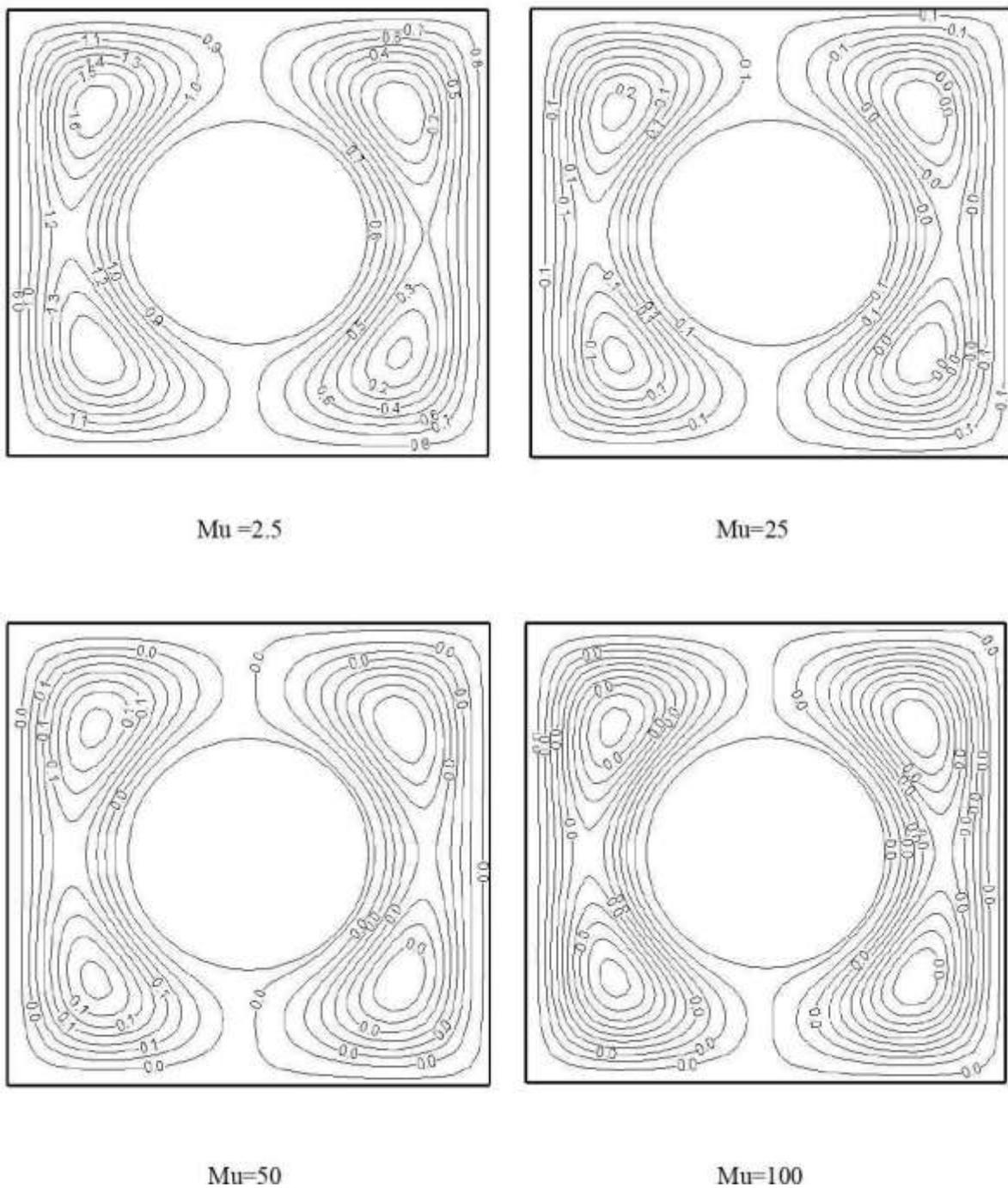


Figure V.12. Profils des lignes de courants pour différentes viscosités.

Conclusion générale

Conclusion générale

Nous sommes basés dans notre étude sur les fluides Newtoniens qui intervient beaucoup dans des nombreuses applications industrielles. On a étudié l'influence de la viscosité et le nombre de Rayleigh sur la nature de l'écoulement d'une part et la qualité et quantité de chaleur échangée en d'autre part. La connaissance de l'hydrodynamique de l'écoulement, joue un rôle très important dans la maîtrise, l'efficacité et le développement du procédé industriel afin de nous assuré un bon échange thermique et en matière.

Nous avons analysé ce problème sous l'aspect numérique. Ce dernier a été traité par le code industriel Fluent ®. Un premier travail consiste à valider cette approche avec des travaux antérieurs. Ensuite, on a entamé une étude sur le transfert thermique et de masse dans un écoulement laminaire stationnaire dû à la convection naturelle des fluides Newtoniens par un cylindre centré au sein d'une cavité carrée. Le cylindre centré est maintenu à une température chaude, les parois verticales sont maintenues à une température froide, ainsi que les parois horizontales sont adiabatiques. L'influence du nombre de Rayleigh (Ra) et la viscosité dynamique sur les composantes de vitesse (U et V), la propagation de la chaleur et le nombre de Nusselt (Nu) ont été étudiées et présentées sous forme des graphes, profiles des isothermes et lignes de courants.

En augmentant le nombre de Rayleigh (Ra), les effets de la force de flottabilité se renforcent par rapport aux forces visqueuses, ce qui augmente le transfert de chaleur par convection en raison d'un écoulement de convection plus fort avec des magnitudes des composantes vitesses plus élevées. Cet effet est clairement évident à partir des amplitudes des vitesses horizontales et verticales qui augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la distribution de la température adimensionnelle devient de plus en plus non linéaire avec l'augmentation du nombre de Rayleigh pour ce type de fluide, c-à-dire les forces d'inertie sont plus dominantes que les forces visqueuses, pour cela le transfert thermique par convection naturelle est le prédominant. Par contre, pour des valeurs très faibles du nombre de Rayleigh, en remarque que la distribution de la température adimensionnelle (T^*) est totalement linéaire ce qui signifie que le transfert thermique se fait totalement par conduction.

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt (Nu) augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (Ra).

Conclusion générale

Avec l'augmentation de la viscosité du fluide, les effets de la force de flottabilité s'affaiblissent par rapport aux effets des forces visqueuses, ce qui diminue le transfert de chaleur par convection en raison d'un écoulement de convection plus faible avec des magnitudes de vitesses verticales et horizontales plus petites. La distribution de la température adimensionnelle (T^*) devient de plus en plus linéaire avec l'augmentation de la viscosité de notre fluide. La variation du nombre de Nusselt (Nu) est présentée sur le long du cylindre chaud. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt (Nu) diminue avec l'augmentation de la viscosité.

A propos des perspectives futures pour la continuation et le développement de ce travail dans le même contexte de la convection naturelle au sein des cavités fermées, nous cherchons à étudier le transfert thermique des différentes formes des éléments chauffants (triangle, carré, rectangle) placés à l'intérieur du fluide. L'influence des formes géométriques des cavités et l'influence du rapport de forme, sont prochainement étudiées pour aboutir à une compréhension plus profonde de ce phénomène.

Nomenclature

Abréviations

h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	[W/m ² K]
x	Coordonné cartésienne adimensionnelle	[-]
y	Coordonné cartésienne adimensionnelle	[-]
C_p	Chaleur spécifique à pression constante	[J/kgK]
L	Largeur et hauteur de la cavité	[m]
T	Température adimensionnelle	[K]
g	Accélération gravitationnelle	[m/s ²]
k	Conductivité thermique	[W/mK]
T_f	Température froide	[K]
u	Vitesse horizontale	[m/s]
v	Vitesse verticale	[m/s]
p	La pression	[Pa]

Nomenclature

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique	$[m^2/s]$
A	Diffusivité thermique	$[m^2/s]$
β	Coefficient de dilatation	$[1/K]$
λ	Conductivité thermique	$[W/mK]$
μ	Viscosité dynamique du fluide	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ϑ	Viscosité cinématique du fluide	$[m^2.s^{-1}]$
ρ	Masse volumique du fluide	$[kg.m^{-3}]$
ρ_0	Masse volumique de référence	$[kg.m^{-3}]$
τ	Contrainte de déformation	$[N/m^2]$
τ_0	Contrainte seuil	$[N/m^2]$
ψ	Fonction de courant	$[m^2.S^{-1}]$

Références Bibliographiques

[1]: <https://byjus.com/physics/heat-transfer-conduction-convection-and-radiation/>

[2]: wikisince

[3]: <https://www.coursehero.com/file/p2ktgk7i/S-h-c-S-h-c-m-2-2-%CE%B1>

[4] Mohamed El Hattab, Rachid Mir, Younes El Hammami, Touria Mediouni, "Simulation Numérique De La Convection Naturelle Des Nano fluides Dans Une Enceinte Carrée Chauffée Par Une Source De Chaleur", Laboratoire De Mécanique, Procédés De l'Energie Et De l'Environnement (LMP2E) Ecole Nationale Des Sciences Appliquées, B.P. 1136, Agadir, Maroc, (2013)

[5] KLALECHE Sofiane MADJOUR Abderrahmane, "Simulation Numérique De La Convection Forcée Entre Deux Disques En Présence D'un Nano fluide", UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU, (2015).

[6]: H. Bénard, *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent*, Annales de chimie et de physique, Série 7(23) :pp62-144, 1901

[7]: DADDA Mouhamed Lamine , " Étude de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée", Université Echahid Hamma Lakhdar d'El-Oued, (2016).

[8]: S.V Partaker, "Numerical heat transfer and fluid flow" , Book, Hemisphere Publishing, new York , 1980.

[9] Monographie Masson et Cie Persoz.B "la rhéologie".(1969)

[10]O. Seghier, "Caractérisation des écoulements laminaires incompressibles dans une cuve agitée pour le cas d'un fluide non Newtonien", Mémoire de Magistère, Simulation numérique des écoulements des fluides, Université de Béchar, 2012

[11]: J. Bertrand, P. Tanguy and E. B. de la Fuente, "A new perspective for the mixing of yield stress fluids with anchor impellers", J. Chem. Eng. Japan. Vol. 29, no. 1, pp. 51-58, 1996

[12] Elisabeth GUZZELLI. "Rhéologie des fluides Complexes". École d'ingénieure .France 2001

[13] : A. Fall. Rhéophysique des fluides complexes : Ecoulement et Blocage de suspensions concentrées. PhD thesis, Université Paris 7, 2008.

[10]: O. Seghier, "Caractérisation des écoulements laminaires incompressibles dans une cuve agitée pour le cas d'un fluide non Newtonien", Mémoire de Magistère, Simulation numérique des écoulements des fluides, Université de Béchar, 2012

Références Bibliographiques

- [14]: H. Barnes and K. Walters, "The yield stress myth?" , *Rheol. Acta*. Vol. 24, no. 4, pp. 323-326, 1985.
- [15]: A. Magnin and J. Piau, "Rhéométrie des fluides à seuil. Validité et mesure du seuil", in *24ème Colloque, du G.F.R., Paris*, pp. 85-94, 1989.
- [16]: DE VAHL DAVIS, G. et JONES, I. P. " Natural convection in a square cavity: a comparison exercise". *International Journal for numerical methods in fluids*, 1983, vol. 3, no 3, p. 227- 248.
- [17]: DE VAHL DAVIS, G. *Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. International journal for numerical methods in fluids*, 1983, vol. 3, no 3,p. 249-264.
- [18]: MARKATOS, Nikos C. et PERICLEOUS, K. A. *Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1984, vol. 27, no 5,p. 755-772.
- [19]: LE QUÉRÉ, P. *Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. Computers & Fluids*, 1991, vol. 20, no 1, p. 29-41.
- [20]: ECKERTT, E. R. G. ET CARLSON, Walter O. *Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1961, vol. 2, no 1-2, p. 106 IN 3111-110120.
- [21]: TURAN, Osman, POOLE, Robert J., ET CHAKRABORTY, Nilanjan. *Aspect ratio effects in laminar natural convection of Bingham fluids in rectangular enclosures with differentially heated side walls. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2011, vol. 166, no 3, p. 208- 230.
- [22]: O. Seghier. "Etude et simulation numérique des phénomènes du transfert thermique au sein d'une enceinte fermée remplie d'un fluide Non - Newtonien". *Thèse de doctorat, Université de Béchar*, (2017).