

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
CENTRE UNIVERSITAIRE « SALHI AHMED » DE NAAMA



INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

DEPARTEMENT DE TECHNOLOGIE

MEMOIRE DE MASTER

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

Intitulé de Mémoire

Caractéristiques des Ecoulements des Fluides  
Complexe à travers des Canalisations à Singularité

**Présenté par :**

BRIKI Mohammed  
SMAIL Abdelwahid

**Devant le jury composé de :**

Mr. BADAOUI Abdelhamid	MCB	Ctr Univ Naama	Président
Mr. AMEUR Houari	MCA	Ctr Univ Naama	Encadreur
Mme. BOUKHADIA Karima	MAA	Ctr Univ Naama	Examinatrice

**Année universitaire 2017-2018**

# Remerciements

*Avant tout nous remercions Dieu tout puissant d'avoir nous donner le courage, la volonté et la patience pour terminer ce travail.*

*Au terme de ce travail, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à Mr AMEUR. H qui a dirigé ce travail ainsi que son aide et ses conseils précieux.*

*Nos vifs remerciements vont également à Mr. TAIBI chef département de sciences et technologie .*

*A tous nos enseignants , nous adressons nos sincères remerciements pour leurs patiences et pour toutes Les informations et conseils donnés tout le long de notre cycle de formation.*

*Nous n'oublierons jamais d'adresser nos vifs remerciements aux personnels du laboratoire ; bibliothèque et du service de scolarité.*

*Au terme de ce travail, nous ne saurons oublier de remercier*

*Le directeur de centre universitaire de Naama.*

*Enfin, nos plus sincères remerciements vont à la promotion et à toutes les personnes qui ont Contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

# Dédicace

*À la lumière de mes yeux et aux ailes de mes voltiges mes parents*

*Qui n'ont jamais cessés de me chérir et me soutenir durant toutes mes*

*années d'études.*

*Je leur dis merci et que dieu vous garde.*

*A ma très chère grande mère .*

*A mes très chères frères : Riadh et Walid .*

*A mes très chères sœurs : Fatiha et Douaa*

*Aux grandes familles Briki et Benslimane.*

*A mes amis : Particulièrement Med ELArbi et Abdelkader , Nassim et*

*Noureddine .*

*A mon binôme Smail Abdelwahed qui Je l'aime beaucoup*

*A mes collègues de promotion*

*A tous ceux que j'aime.*

*Je tiens à dédier ce modeste travail.*

**BRIKI MOHAMMED**

# dédicace

**« Aux grands cœurs pleins d'amour passion et d'espoir »**

*Je remercie dieu de m'avoir donné la force et la patience à fin  
d'effectuer ce travail.*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*A tous ceux qui me sont les plus chères sur la terre*

*Mon cher père qu'est mon maitre pour toujours*

*Ma très chère mère que le dieu me le garde*

*A toute ma famille*

*A toutes mes amies et surtout : Nassim, Aahmed, Mohammed*

*Et la promotion 2<sup>ème</sup> années MASTER ENERGITIQUE*

*En fin à tous ceux qui m'ont aide de ce travail*

**SMAIL ABDELWAHEB**

## **Résumé**

*Ce mémoire englobe les résultats d'une investigation numérique des écoulements de fluides non-Newtoniens à travers des conduites cylindriques à singularité. On s'intéresse au cas des élargissements brusques. Les champs d'écoulement sont déterminés pour différents débits d'écoulement, rapport d'aspect et indices de comportement des fluides.*

**Mots-clés :** *Conduite à singularité ; Elargissement brusque ; Fluide non-Newtonien ; CFD.*

## **Abstract**

*This paper summarizes the results of numerical investigation of non-Newtonian fluid flows through pipes with changes in geometry. We interest to the case of pipes with abrupt expansion. The flow fields are determined for different flow rates, expansion ration and flow behavior indices.*

**Keywords:** *Cylindrical pipes ; abrupt expansion ; non-Newtonian fluids ; CFD.*

---

## ملخص :

تلخص هذه المذكرة نتائج التحقيق العددي لتدفقات السوائل غير النيوتونية من خلال الأنابيب مع التغيرات في الهندسة . نهتم في هذه المذكرة بقضية الأنابيب ذات التمدد المفاجئ. يتم تحديد حقول التدفق لمعدلات تدفق مختلفة ، وحصاة التوسعة ومؤشرات سلوك التدفق .

# Table des matières

	Page
Remerciements	
Dédicace	
Résumé	
Abstract	
Table des Matières	
<b><i>Introduction générale</i></b> .....	<b>01</b>
<b><i>Chapitre I : Généralités sur la Mécanique des Fluides</i></b>	
I.1. Introduction.....	<b>02</b>
I.2. Définition d'un fluide.....	<b>02</b>
I.3. Définitions.....	<b>02</b>
<i>I.3.1. Fluide incompressible</i> .....	<b>02</b>
<i>I.3.2. Fluide compressible</i> .....	<b>02</b>
<i>I.3.3. Fluide parfait</i> .....	<b>02</b>
<i>I.3.4. Fluide réel</i> .....	<b>02</b>
I.4. L'équation de continuité .....	<b>04</b>
I.5. Théorème de Bernoulli .....	<b>04</b>
I.6. Viscosité.....	<b>05</b>
<i>I.6.1. Viscosité dynamique</i> .....	<b>05</b>
<i>I.6.2. Viscosité cinématique</i> .....	<b>05</b>
I.7. Equation de Saint-Venant.....	<b>05</b>
I.8 .Théorème D'Euler .....	<b>06</b>
I.9. Écoulement laminaire et pertes de charge régulières.....	<b>06</b>
I.10. Coefficient de perte de charge.....	<b>09</b>
I.11. Écoulement turbulent et pertes de charge.....	<b>10</b>
I.12. Pertes de charge singulières.....	<b>11</b>

## **Chapitre II : Rappels sur la Rhéologie**

II.1. Définition.....	15
II.2. Grandeurs étudiées en rhéologie .....	15
II.3. Les principaux comportements rhéologiques.....	16
II.3.1. Les fluides Newtoniens .....	17
II.3.2. Les fluides non-Newtoniens.....	17
II-3-2-1-Fluide non-Newtoniens dont le comportement est indépendant de temps de cisaillement.....	18
II-3-2-2- Fluide non newtoniens dont les comportements est dépend de temps de cisaillement.....	20

## **Chapitre III : Rappels sur les méthodes numériques**

III.1. Rappel des équations de base.....	22
III.1.1. Equations des quantités de mouvement.....	22
III.1.2. Equation de continuité.....	22
III.1.3. Equation de l'énergie.....	22
III.1.4. forme générale des équations .....	23
III.2. Discrétisation des équations différentielles.....	24
III.2.1. méthode de discrétisation.....	25
III.2.2. formulation de Taylor.....	26
III.2.3. méthode de residus.....	27
III.2.4. Méthode des volumes finis.....	28
III.2.4.1. Principe de méthode.....	28

## **Chapitre IV : Présentation du Problème et code de calcul**

IV.1. Objectif du travail.....	31
IV.2. Résolution numérique.....	31
IV.3. Présentation du solveur CFX5.....	32
IV.3.1. ICEM CFD.....	32
IV.3.2. CFX Pre.....	33
IV.3.3. CFX Solver.....	33
IV.3.4. CFX Solver Manager.....	33
IV.3.5. CFX Post.....	34
IV.4. Géométrie du problème étudié.....	34
IV.5. Les différents paramètres étudiés.....	34
IV.6. Maillage.....	35



IV.7. Considérations du problème.....	36
---------------------------------------	----

***Chapitre V : Résultats et Discussion***

V.1. Introduction.....	37
------------------------	----

V.2. Validation.....	37
----------------------	----

V.3. Influence du nombre de Reynolds.....	38
---	----

V.4. Influence des propriétés rhéologiques du fluide.....	45
---	----

V.5. Influence du rapport d'aspect.....	50
---	----

<b><i>Conclusion générale</i></b> .....	<b>54</b>
---	-----------

<i>Nomenclature</i> .....	55
---------------------------	----

<i>Liste des figures</i> .....	57
--------------------------------	----

<i>Liste des tableaux</i> .....	59
---------------------------------	----

<i>Références bibliographiques</i> .....	60
--	----

# *Introduction générale*

Les écoulements séparés instables ont reçu une attention toute particulière, car ils sont présents dans de nombreuses applications pratiques. Parmi eux, l'écoulement en aval d'un élargissement brusque. Cette configuration, représentative de plusieurs géométries industrielles comme des déversoirs, chambre de combustion, etc., elle provoque la formation de nombreuses structures tourbillonnaires pouvant jouer un rôle important dans les phénomènes de mélange, de vibration ou de combustion.

Le présent mémoire est une simulation numérique de l'écoulement de fluide Non-Newtonien à travers une conduite à élargissement brusque.

Le mémoire est divisé en cinq chapitres : le premier résume des généralités sur la mécanique des fluides, la deuxième présente un rappel sur la Rhéologie. Le troisième un Rappel sur les méthodes numériques englobe le quatrième Présentation du Problème et code de calcul. Finalement et dans le dernier chapitre, on trouve les résultats de la simulation avec une discussion détaillée. Le manuscrit se termine par une conclusion qui synthétise les résultats obtenus.

*Chapitre I :*  
*Généralités sur la*  
*Mécanique des Fluides*

## **I.1. Introduction**

L'utilisation des milieux fluides est très courante dans les installations industrielles. Leur transport, dans des réservoirs ou des canalisations, constitue la principale préoccupation lorsque ces corps sont des matières premières comme l'eau, le pétrole, le gaz naturel ... Ils servent également à véhiculer l'énergie qu'ils accumulent sous forme de pression ou de vitesse (centrale hydroélectrique, vérins, moteurs hydrauliques ou pneumatiques). L'omniprésence des milieux fluides justifie l'étude de leur comportement.

## **I.2. Définition d'un fluide**

Un corps fluide se différencie d'un corps solide par son aptitude à la déformation. Dans un milieu fluide, les interactions entre les molécules sont faibles; ce qui autorise une déformation. Un corps fluide adopte ainsi la forme du réservoir qui le contient (BEN HAMOUDA 2008).

## **I.3. Définitions**

### ***I.3.1. Fluide incompressible***

Un fluide est dit incompressible lorsque que le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique  $\rho$  ( $\text{kg/m}^3$ ) est constante (eau, huile ...).

### ***I.3.2. Fluide compressible***

Un fluide est dit compressible lorsque que le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique  $\rho$  est variable. Les gaz sont des fluides compressibles.

### ***I.3.3. Fluide parfait***

Dans un fluide parfait, les forces de contacts sont perpendiculaires aux éléments de surfaces sur lesquelles elles s'exercent.

### ***I.3.4. Fluide réel***

Dans un fluide réel il existe des forces (tangentielles) élémentaires qui s'opposent au mouvement. C'est ce que l'on appelle la viscosité. Un fluide réel au repos, peut être considéré comme parfait. (BEN HAMOUDA 2008).

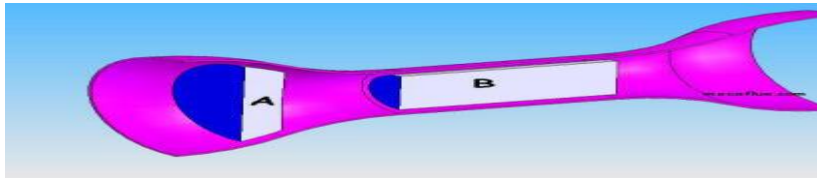
#### I.4. L'équation de continuité

- En prenant la vitesse moyenne
- En estimant que le fluide est incompressible

$$S_A \times V_A = S_B \times V_B = q_v = \text{Cte}$$

- nous en déduisons la vitesse au point B

$$V_B = S_A / S_B \times V_A$$



**Figure I.1** : L'interface du tube de venturi

- Nous avons estimé dans les formules de continuité de débit volumique ci-dessus, que le fluide est incompressible. Pour un fluide compressible l'équation de continuité doit être appliquée sur le débit massique :

$$S_A \times V_A = S_B \times V_B = q_m = \text{Cte}$$

- L'équation de continuité appliquée au débit massique constant nous donne:

$$q_{mA} \times V_A \times S_A = q_{vB} \times V_B \times S_B .$$

Pour toutes les formules ci dessus:

- $\rho$  : Masse volumique en  $\text{kg/m}^3$
- $v$  : volume en  $\text{m}^3$
- $S$  : section en  $\text{m}^2$
- $V$  : Vitesse en  $\text{m/sec}$
- $q_v$  : Débit volumique en  $\text{m}^3/\text{sec}$
- $q_m$  : Débit massique en  $\text{kg/sec}$

Quand la section diminue, le débit reste constant, le fluide accélère, la pression diminue. Reynolds nous a donné une passerelle entre les différents fluides et les différentes échelles. Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension liant la viscosité, la masse volumique, et une longueur de référence. La longueur de référence peut être :

- Le diamètre intérieur de la conduite (pour les écoulements en conduites)

- Pour l'étude de la trainée des corps géométriques non profilés, cette longueur de référence est la largeur de la surface frontale (perpendiculaire à l'écoulement)
- Pour l'étude de la portance, de la trainée des corps profilés, cette longueur est prise parallèlement à l'écoulement.
- Pour l'étude de la trainée de friction des surfaces planes, cette longueur de référence est la longueur de la surface mouillée, prise parallèlement à l'écoulement.

$$Re = V.L / \nu \quad (I-1)$$

$V$  : vitesse moyenne .

$L$  : longueur de référence

$\nu$  : viscosité cinématique

ou encore en utilisant la viscosité dynamique:

$$Re = \rho \times V . L / \mu \quad (I-2)$$

Le nombre de Reynolds permet de déterminer le régime d'écoulement, Laminaire, Transitoire ou Turbulent et les équations à utiliser. (CHAUSSEMENT 2011) .

Si  $Re < 2000$  : l'écoulement est laminaire

Si  $Re > 2000$  : l'écoulement est turbulent :

- Lisse si  $2000 < Re < 100000$

- Rugueux si  $Re > 100000$

### I.5. Théorème de Bernoulli

La somme des pressions et des énergies mécaniques par unité de volume est constante tout le long du tube de courant, soit : formule de Bernoulli :

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Cte \quad (I-3)$$

Pression Cinétique + Pression de pesanteur + Énergie de pression = constante

$\rho$  est la masse volumique en  $\text{Kg/m}^3$ .

$V$  est la vitesse du fluide en m/s.

$g$  est la gravité terrestre  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

$Z$  est le dénivelé vertical du conduit en mètres.

$P$  est la pression statique en pascals.

$(\rho \cdot g \cdot Z)$  est la pression de pesanteur ou énergie potentielle.

$(0.5 \rho \cdot V^2)$  est la pression cinétique ou énergie cinétique (CHAUSSEMENT 2011).

L'équation de Bernoulli peut être considérée comme un principe de conservation d'énergie adapté aux fluides en mouvement. Le comportement habituellement nommé "effet Venturi" ou "effet Bernoulli" est la diminution de pression du liquide dans les régions où la vitesse d'écoulement est augmentée. Cette diminution de pression dans un rétrécissement de conduit peut sembler contradictoire, à moins de considérer la pression comme une densité d'énergie. Au passage dans le rétrécissement la vitesse du fluide, donc son énergie cinétique, doit augmenter aux dépens de l'énergie de pression.

La somme des énergies au point A = La somme des énergies au point B

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B$$

Energie de pression	Energie cinétique	Energie potentiell
---------------------	-------------------	--------------------

## I.6. Viscosité

### I.6.1. Viscosité dynamique

Le coefficient de proportionnalité qui lie la surface, la vitesse et la distance à la force de frottement est le coefficient de viscosité dynamique  $n$ . l'unité de viscosité dynamique légale est le Pascal fois seconde ( $Pa \cdot s$ ) ou poiseuille (PI). Ce coefficient varie suivant la température et le fluide.

### I.6.2. Viscosité cinématique

Si l'on divise le coefficient de viscosité dynamique par la masse volumique du fluide on obtient un rapport utilisé dans certaines formules ce rapport est nommé **viscosité cinématique** et son unité est  $m^2/s$ . Il est parfois désigné en Stokes (St) ou centistokes (cSt).  
 $1 \text{ m}^2/s = 10\,000 \text{ St} = 1\,000\,000 \text{ cSt}$ .

## I.7. Equation de Saint-Venant :

L'équation de bilan énergétique d'un système ouvert est :

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta H = Q + W_u \tag{I-4}$$



- $\Delta E_c$  : Variation d'énergie cinétique.
- $\Delta E_p$  : Variation d'énergie potentielle du fluide.
- $\Delta H$  : Variation d'enthalpie.
- $Q$  : chaleur échangée avec le milieu extérieur.
- $W_u$  : travail utile échangé.

Si on suppose :

- qu'il n'y pas d'échange de travail utile,  $W_u = 0$
- que l'énergie potentielle est négligeable,  $\Delta E_p = 0$
- que l'écoulement est adiabatique et réversible,  $Q = 0$

L'équation de bilan énergétique devient :  $\Delta H + \Delta E_c = 0$

D'où la relation de Saint-Venant :  $(\gamma/(\gamma-1)).p/\rho + 1/2 . V^2 = \text{Cte}$  (HAMMAD 2010-2011) .

### I.8 .Théorème D'Euler :

Une application directe du théorème d'Euler est l'évaluation des forces exercées par les jets d'eau. Celles-ci sont exploitées dans divers domaines : production de l'énergie électrique à partir de l'énergie hydraulique grâce aux turbines, coupe des matériaux, etc. Le théorème d'Euler résulte de l'application du théorème de quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide :

$\Sigma F_{\text{ext}} = dP/dt$  ; avec  $P = m.VG$  : quantité de mouvement. Ce théorème permet de déterminer les efforts exercés par le fluide en mouvement sur les objets qui les environnent.

La résultante ( $\Sigma F_{\text{ext}}$ ) des actions mécaniques extérieures exercées sur un fluide isolé (fluide contenu dans l'enveloppe limitée par  $S_1$  et  $S_2$ ) est égale à la variation de la quantité de mouvement du fluide qui entre en  $S_1$  à une vitesse  $V_1$  et sort par  $S_2$  à une vitesse  $V_2$ .  
 $\Sigma F_{\text{ext}} = q_m (V_2 - V_1)$ . (HAMMAD 2010-2011) .

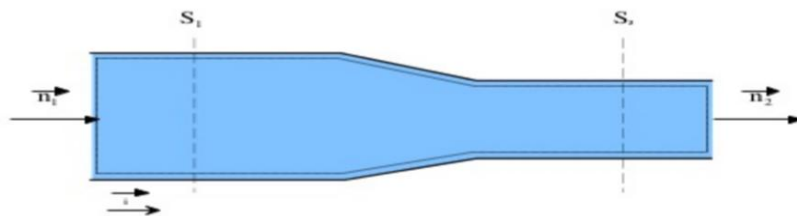


Figure I.2 : Théorème D'Euler à un changement de section

### I.9. Écoulement laminaire et pertes de charge régulières

Partons de l'équation de *Navier-Stokes* établie pour l'écoulement d'un fluide newtonien incompressible :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-5})$$

Si l'écoulement est stationnaire, la dérivée particulaire se résume à la dérivée convective et peut se développer comme :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{1}{2} \nabla v^2 - \vec{v} \wedge (\nabla \wedge \vec{v})$$

$$\text{On peut alors écrire : } \quad \frac{1}{2} \rho \nabla v^2 - \rho \vec{v} \wedge (\nabla \wedge \vec{v}) = - \nabla p + \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-6})$$

L'accélération de la pesanteur dérivant d'un potentiel et le fluide étant incompressible, on regroupe sous un même gradient trois des cinq termes de cette équation pour lui donner la forme suivante :

$$\nabla (p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2) = \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{v} \wedge (\nabla \wedge \vec{v}) \quad (\text{I-7})$$

On retrouve ainsi une formulation semblable à celle conduisant pour un fluide parfait à l'équation de Bernoulli. De la même manière, le produit vectoriel du vecteur vitesse avec le rotationnel de la vitesse s'annule lorsque l'équation est considérée sur l'ensemble des points constituant une ligne de courant. Il reste donc que le long d'une ligne de courant, l'écoulement stationnaire d'un fluide de viscosité non négligeable obéit à l'équation suivante :

$$\nabla (p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2) = \mu \Delta \vec{v} \quad (\text{I-8})$$

La pression totale (également appelée « charge »), notée  $P_t$ , correspond à la somme des trois termes de pression se trouvant sous le gradient :

$P_t = p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2$  C'est donc une quantité scalaire qui doit vérifier l'équation :

$$\nabla P_t = \mu \Delta \vec{v} \quad (\text{I-9})$$

Un écoulement laminaire étant caractérisé par un champ de vecteurs vitesse tous orientés dans la même direction, supposons qu'un repère cartésien soit choisi de telle sorte qu'en tout point de l'écoulement on ait  $\vec{v} = u(x, y, z) \vec{e}_x$

Dans ces conditions, la projection dans les trois directions du repère de l'équation précédemment établie, donne :

$$\frac{\partial P_t}{\partial x} = \mu \Delta u$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial z} = 0$$

On en déduit que la pression totale n'est fonction que de  $x$ , et qu'elle varie en obéissant à l'équation :

$$\frac{dP_t}{dx} = \mu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} \quad (\text{I-10})$$

Par ailleurs, l'écoulement étant conservatif, l'équation de continuité s'applique dans sa forme la plus simple :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$  et comme  $v=w=0$ , il en découle  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow u = u(y, z)$  Nous pouvons alors reconsidérer l'équation régissant l'évolution de la pression totale en la formulant :  $\frac{dP_t}{dx} = \mu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\}$

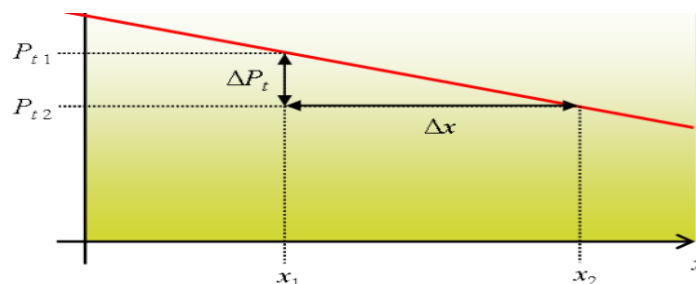
Il s'avère alors que le membre de gauche ne peut dépendre que de  $x$  alors que celui de droite ne peut dépendre que de  $y$  et  $z$ . La conséquence est donc que les deux membres sont égaux à une même constante. Ceci permet de montrer que la pression totale varie linéairement avec  $x$  :  $\frac{dP_t}{dx} = \text{constante}$ .

On notera que si la viscosité est négligée, la pression totale ne varie pas. En effet, la constante étant proportionnelle à  $\mu$ , elle devient nulle, et on retrouve le contexte d'un écoulement de fluide parfait où l'équation de Bernoulli s'applique le long d'une ligne de courant :

$$\frac{dP_t}{dx} = 0 \Leftrightarrow p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$$

on dit alors que la charge est constante ou bien encore qu'il n'y a pas de perte de charge.

En revanche, pour un fluide réel (dont la viscosité n'est pas négligeable), l'écoulement laminaire est caractérisé par une variation linéaire de la charge (ou pression totale) avec la distance parcourue. À ce stade, la logique peut déjà laisser supposer que la charge décroît et que par conséquent la constante est négative. En effet, puisque les frottements visqueux sont responsables d'une dissipation d'énergie et que la pression totale n'est autre qu'une énergie volumique, il s'ensuit logiquement que la pression totale doit diminuer avec la progression de l'écoulement (la démonstration en sera faite plus loin dans le cadre de l'écoulement de Poiseuille). (CHAUSSEMENT 2011).



**Figure I.3 :** Graphe de chute de pression totale  $\Delta P_t$

Dans l'hypothèse logique d'une pression totale diminuant linéairement avec la progression de l'écoulement, le graphe de la (**Figure I.3**) montre que sur une longueur  $\Delta x = x_2 - x_1$  la chute de pression totale  $\Delta P_t$  est proportionnelle à  $\Delta x$  et s'exprime :

$$P_{t1} - P_{t2} = \Delta P_t = - \frac{dP_t}{dx} \Delta x$$

Ainsi, une chute de pression totale (perte de charge) se traduit par  $\Delta P_t > 0$  et est la conséquence d'un gradient de pression constant et négatif. C'est pourquoi on parle de pertes de charges régulières.

En pratique, la quantification de ces pertes de charge requiert la détermination du gradient de pression totale en fonction des paramètres caractérisant le fluide et l'écoulement. Après quoi, il est commode de généraliser l'équation de Bernoulli en y faisant apparaître les pertes de charges régulières de la manière suivante :

$$P_{t1} = P_{t2} + \Delta P_t \Leftrightarrow p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta P_t \quad (\text{I-11})$$

### I.10. Coefficient de perte de charge

Il est d'usage d'exprimer une perte de charge en fonction de la pression cinétique de l'écoulement dans la conduite. La pression cinétique est générée par le mouvement (elle correspond à l'énergie cinétique par unité de volume) et s'exprime :  $\frac{1}{2} \rho v^2$ . La vitesse  $v$  peut être considérée comme la vitesse moyenne ( $u$ ) dans la conduite dans la mesure où la pression cinétique exprimée est aussi une valeur moyenne. Dans ces conditions, on peut formuler la perte de charge sur une longueur  $L$  d'une conduite de rayon

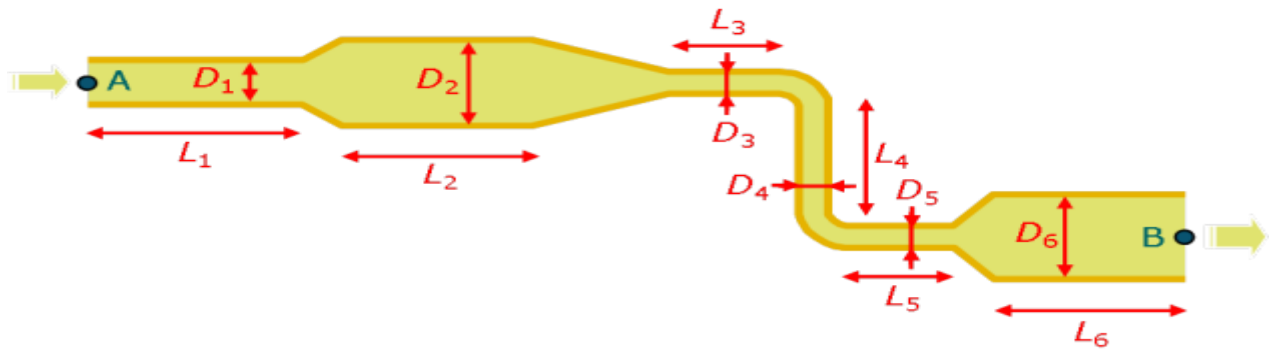
$$R = D/2 \text{ comme : } \Delta P_t = 8\mu \frac{v}{\left(\frac{D}{2}\right)^2} L = \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right) \left(\frac{1}{\frac{1}{2} \rho v^2} 32 \mu \frac{v}{D^2} L\right) = \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right) \left(\frac{64 \mu}{\rho v D}\right) \frac{L}{D}$$

où apparaît le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement :  $Re = \frac{\rho v D}{\mu}$

Ainsi, la perte de charge s'exprime :  $\Delta P_t = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{64}{Re} \frac{L}{D}$  où le rapport  $64/Re = \lambda$  est un nombre sans dimension qui prend le nom de coefficient de perte de charge régulière. À partir de résultat, on peut généraliser cette formulation en exprimant toute perte de charge sur une longueur  $L$  de conduite de diamètre  $D$  comme :

$$\Delta P_t = \frac{1}{2} \rho v^2 \lambda \frac{L}{D} \quad (\text{I-12})$$

On met ainsi en évidence que les pertes de charge régulières sont proportionnelles à la pression cinétique, à une grandeur sans dimension  $L/D$  caractérisant la conduite, et au coefficient de perte de charge régulière  $\lambda$  caractérisant l'écoulement et qui, lorsqu'il est laminaire ( $Re < 2000$ ), se formule comme  $\lambda = 64/Re$ .



**Figure I.4 :** Perte des charges sur une longueur  $L$  de conduite de diamètre  $D$

D'un point de vue pratique, cette formulation est particulièrement adaptée pour évaluer l'ensemble des pertes de charge occasionné par un circuit hydraulique comportant une succession de différents tronçons de conduite, comme l'illustre le schéma de la (**Figure I.4**) La différence de pression totale entre l'entrée et la sortie du circuit est la somme de deux types de contribution

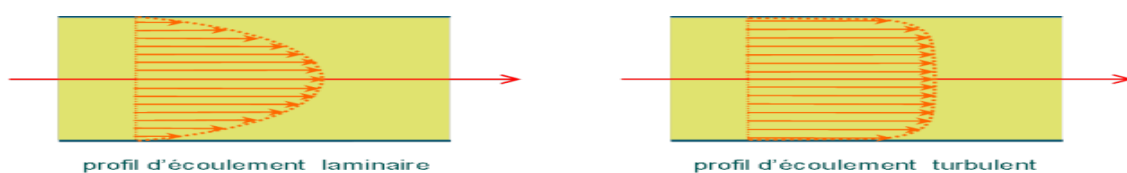
- les pertes de charge dues aux singularités que sont les changements de direction et les changements de diamètre (rétrécissements et élargissements)
- les pertes de charge régulières dues aux frottements visqueux.

Les premières seront étudiées plus loin. Les secondes se formulent comme la somme des pertes occasionnées par chaque tronçon :

$$P_{tA} - P_{tB} = \Delta P_t = \text{pertes de charge singulières} + \sum_i \frac{1}{2} \rho v_i^2 \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \text{ (CHAUSSEMENT 2011) .}$$

### I.11. Écoulement turbulent et pertes de charge :

Lorsqu'un écoulement en conduite est turbulent ( $Re > 2000$ ), le profil de vitesse n'est plus parabolique comme c'est le cas en régime laminaire. Il s'uniformise sur un large domaine autour de l'axe et présente en conséquence une brusque variation au voisinage des parois voir (**Figure I.5**). Les pertes de charge régulières sont donc essentiellement dues aux frottements visqueux entre les particules fluides situées près des parois de la conduite. Il en résulte que les propriétés de la paroi jouent un rôle important et que notamment sa rugosité devient un paramètre non négligeable.

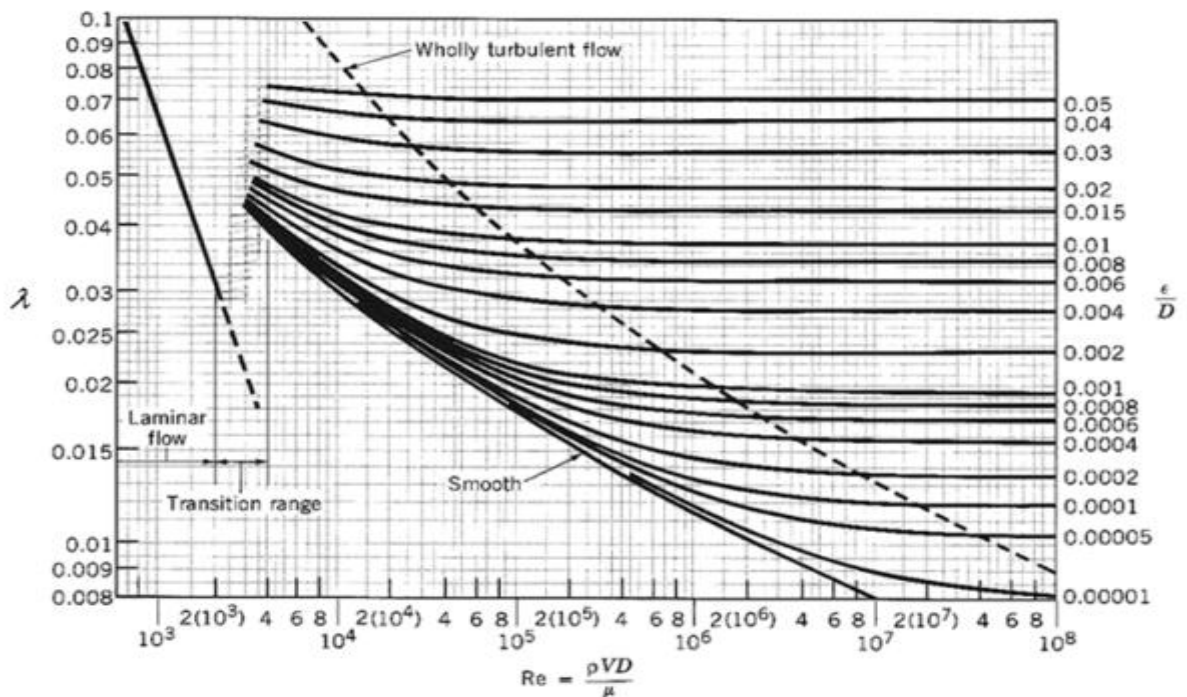


**Figure I.5 :** Profil d'écoulement turbulent et laminaire

Dans ce cadre, la détermination des pertes de charge régulières ne peut pas s'obtenir à partir d'une formulation analytique ; on a donc recours à des abaques construits sur la base de mesures expérimentales : concernant l'écoulement en conduite cylindrique, on utilise classiquement le « diagramme de *Moody* » (**Figure I.6**). L'utilisation de ce diagramme s'appuie sur une généralisation de la notation de coefficient de perte de charge régulière. Que l'écoulement soit laminaire ou turbulent, on pourra ainsi formuler la perte de charge dans une conduite de longueur  $L$  et de diamètre  $D$  comme :

$$\Delta P_t = \frac{1}{2} \rho v^2 \lambda \frac{L}{D}$$

où  $v$  est la vitesse moyenne de l'écoulement et  $\lambda$  est le coefficient de perte de charge régulière, lequel dépend à la fois du nombre de *Reynolds*  $Re = \frac{\rho v D}{\mu}$  et de la rugosité relative  $\varepsilon_r = \varepsilon/D$  (la rugosité absolue  $\varepsilon$  correspond concrètement à la dimension moyenne des aspérités que l'on peut trouver sur la paroi de la conduite). Le diagramme de *Moody* permet alors, connaissant  $Re$  et  $\varepsilon_r$ , la détermination de  $\lambda$  ( $Re$ ,  $\varepsilon_r$ ) et le calcul des pertes de charge régulières quel que soit le type d'écoulement.



**Figure I.6** : Diagramme de *Moody*

Compte tenu de la large gamme de nombres de *Reynolds* possibles, le diagramme de *Moody* utilise une échelle logarithmique ; lorsqu'un écoulement est laminaire ( $Re < 2000$ ), la rugosité ne joue plus aucun rôle et :  $\lambda(Re, \varepsilon_r) = \lambda(Re) = 64/Re$ , ce qui conduit

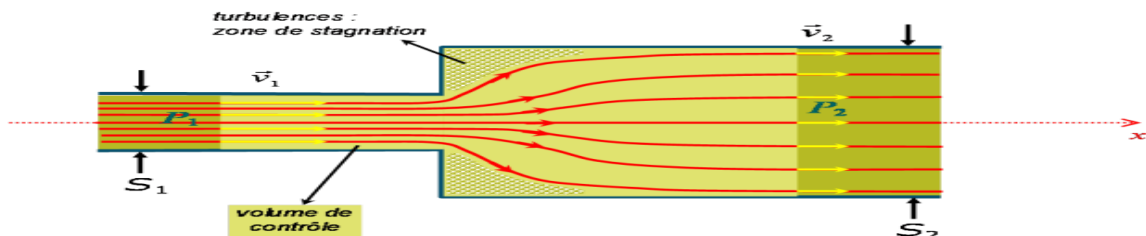
au tracé de la droite de pente négative et caractéristique du régime laminaire dans le diagramme de Moody. (CHAUSSEMENT 2011) .

### I.12. Pertes de charge singulières

Le long d'un réseau hydraulique, les singularités se caractérisent par des changements de géométrie se produisant localement. Il s'agit par exemple de modifications du diamètre de la conduite (rétrécissement ou élargissement), de changements de direction (coudes), de vannes, clapets etc. Bien évidemment, ces singularités sont à l'origine de dissipations d'énergie qui se traduisent par des pertes de charge, dites « singulières », venant s'ajouter aux pertes de charge régulières précédemment décrites.

Nous allons ici traiter le cas simple d'un élargissement brusque et, sous couvert d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, formuler de manière analytique les pertes de charge engendrées par cette singularité typique.

Le raisonnement que nous utiliserons fait appel à un théorème d'intérêt très général pour traiter un grand nombre de problèmes en mécanique des fluides : il s'agit du théorème d'*Euler*. Nous proposons donc, en préambule et sous la forme d'un complément, d'exposer ce théorème.



**Figure I.7** : Siège de pertes de charge dues à la présence de zones de turbulences

L'élargissement brusque schématisé sur la (**Figure I.7**) est le siège de pertes de charge dues à la présence de zones de turbulences. Elles résultent du changement brusque de direction imposé au fluide, qui sous l'effet de sa propre inertie, ne peut suivre de près les contours de la paroi. Ces zones de turbulences sont donc dissipatrices d'énergie mais ne participe pas à l'écoulement global puisqu'en moyenne la vitesse  $y$  est nulle : ces zones sont aussi appelées « zones de stagnation ».

La perte de charge engendrée par cette singularité peut alors s'évaluer de façon analytique en faisant appel au théorème d'*Euler*. Pour ce faire, considérons comme volume de contrôle l'espace occupé par le fluide entre la section amont  $S_1$  et la section aval  $S_2$ .

Faisons par ailleurs l'hypothèse de vitesses et de pressions uniformes sur ces sections. On a donc :

$$\bar{R} + \bar{P} = q_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$$

que l'on peut projeter sur un axe horizontal (celui de la conduite) pour obtenir

$$R_x = q_m (v_2 - v_1)$$

La résultante  $R_x$  des forces de surface s'exerçant suivant  $x$  est alors constituée des forces de pression s'exerçant sur des surfaces dont la normale est orientée suivant  $x$ . Nous pouvons donc lister :

- la poussée en amont  $+ P_1 S_1$ .
- la contre-poussée en aval  $- P_2 S_2$ .
- la force de pression s'exerçant sur la surface annulaire  $S_2 - S_1$  qui, de fait, est la surface de la paroi en contact avec les zones de stagnation. Pour cette troisième force, on peut donc utiliser les lois de l'hydrostatique et en déduire que la pression qui s'exerce est approximativement la même que celle qui s'exerce en amont, soit  $P_1$ . En effet, les différences d'altitude étant négligeables, la pression est pratiquement uniforme sur toute la section  $S_2$  au niveau de l'élargissement. Par conséquent, la troisième force de pression s'exprime :  $+ P_1 (S_2 - S_1)$ .

On obtient donc :  $R_x = P_1 S_1 - P_2 S_2 + P_1 (S_2 - S_1) = q_m (v_2 - v_1)$

ce qui se simplifie en :  $(P_1 - P_2) S_2 = q_m (v_2 - v_1)$

En explicitant le débit massique en fonction de la vitesse de l'écoulement en aval, on a :  $(P_1 - P_2) S_2 = \rho v_2 S_2 (v_2 - v_1) \Rightarrow P_1 - P_2 = \rho v_2 (v_2 - v_1)$

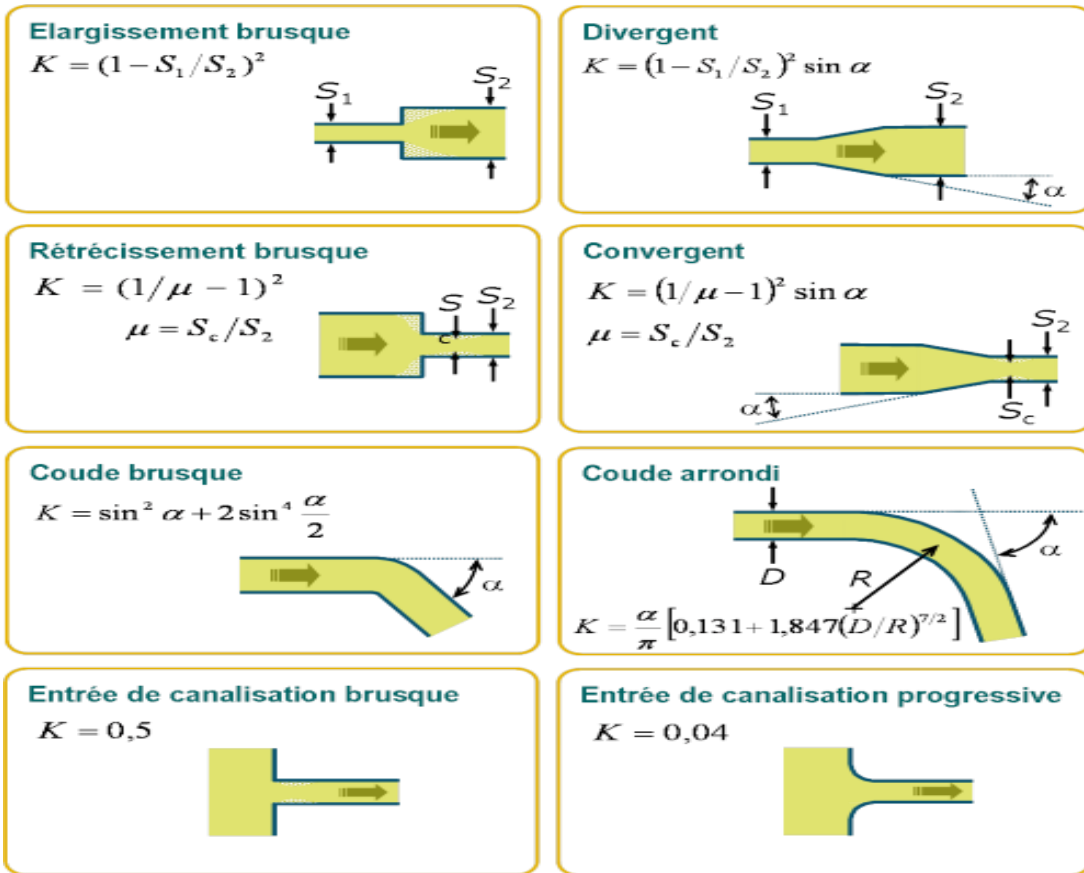
Ensuite, par un jeu d'écriture, on peut transformer cette égalité en faisant apparaître distinctement les pressions statiques et cinématiques en amont et en aval :  $P_1 - P_2 = \rho v_2$

$$(v_2 - v_1) = P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \rho v_2 v_1$$

où les trois derniers termes du membre de droite peuvent se regrouper sous la forme d'une différence au carré :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \rho (v_1 - v_2)^2$$





**Figure I.8 :** Schéma des quelques singularités typiques avec les coefficients de perte de charge

La plupart des singularités ne permettent pas une approche analytique simple comme celle qui vient d'être développée concernant l'élargissement brusque. Les coefficients de perte de charge sont donc le plus souvent déduit de mesures ou de calculs numériques, et sont disponibles sous forme d'abaques. À titre d'exemple, la (**Figure I.8**) liste de façon non exhaustive quelques singularités typiques avec les coefficients de perte de charge associés. (CHAUSSEMENT 2011).

## ***Chapitre II :***

### *Rappels sur la rhéologie*

## II.1. Définition :

La rhéologie est une branche de la physique qui étudie l'écoulement ou la déformation des corps sous l'effet des contraintes qui leur sont appliquées, compte tenu de la vitesse d'application de ces contraintes ou plus généralement de leur variation au cours du temps.

Les procédés de préparation de produits (solutions, pâtes, etc. ...) ou de formage de pièces (en métallurgie, en plasturgie, etc. ...) nécessitent inmanquablement l'écoulement de la matière, il est donc nécessaire de connaître le comportement de cette matière pour déterminer les forces à mettre en jeu.

La rhéologie se décompose en plusieurs sortes d'études :

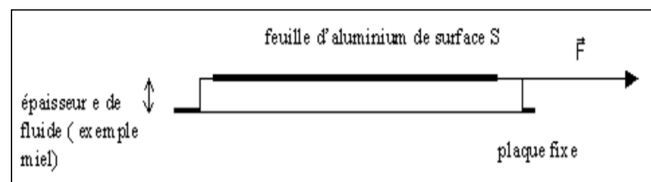
- rhéologie expérimentale : détermination expérimentale des relations de comportement (entre contraintes et déformation ou vitesse de déformation)
- rhéologie structurale : explication des comportements à partir de la structure du matériau
- rhéologie théorique: fournir des modèles mathématiques en nombre limité des comportements indépendamment de la structure microscopique (Youcefi, 1993).

## II.2. Grandeurs étudiées en rhéologie :

La viscosité : est le critère qui sépare un fluide réel d'un fluide parfait. Elle est la cause des frottements internes qui entraînent la dissipation d'énergie mécanique en chaleur.

La viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide lorsqu'il est en mouvement et ses molécules opposent à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein.

Imaginons deux plaques parallèles entre ces deux plaques, il y a un liquide. Soit une force  $F$  agisse sur la plaque supérieure pour déplacer celle-ci parallèlement à la plaque inférieure et à une vitesse constante.



Lors de déplacement de la plaque l'écoulement laminaire de liquide cisaille de manière similaire à celle qui cisaille un paquet de plaques ou cartes, c'est-à-dire la particule de liquide qui colle à la surface de la plaque supérieure, a la même vitesse de cette plaque, et lorsqu'on s'éloigne de celle-ci, les vitesses des particules liquide diminues chaque fois en approche de la plaque inférieure (fixe).

On définit la contrainte tangentielle par la loi de Newton :

$$\tau = \frac{F}{S} \quad (\text{II-1})$$

$\tau$  : est le rapport entre la force tangentielle et la section sur laquelle est appliquée. On définit le gradient de vitesse par la loi :

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy} \quad (\text{II-2})$$

$dv$  : C'est la petite différence entre les deux vitesses successives.

$dy$  : C'est la petite distance entre ces deux vitesses.

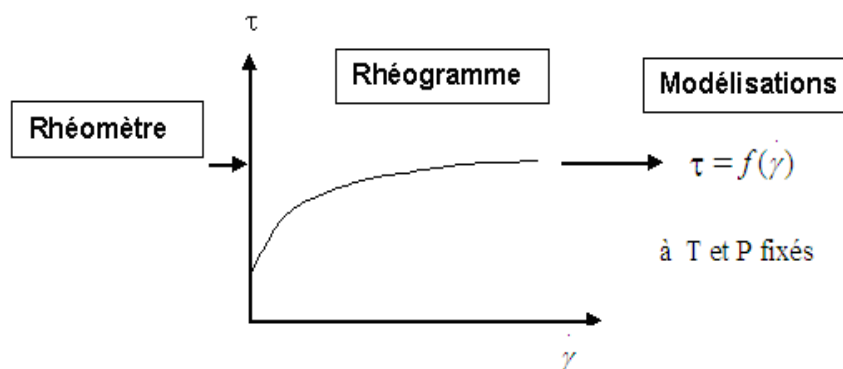
### II.3. Les principaux comportements rhéologiques

On considère un écoulement laminaire de fluide homogène dont chaque élément de fluide glisse parallèlement l'un sur l'autre sans mélanger. Si le fluide est visqueux et existe un gradient de vitesse entre les deux filets adjacents, le flux de quantité de mouvement entre les deux éléments, de fluide parallèle et adjacents est donné par la loi de Newton qui s'écrit :

$$\Delta\tau = \mu \text{ grade } dv \quad (\text{II-3})$$

$\Delta\tau$  : représente le tenseur des contraintes, mais pour un écoulement unidirectionnel et présentant une symétrie cylindrique, et la relation de Newton devient :

$$\tau = \mu \cdot \left[ \frac{dv}{dy} \right] \quad (\text{II-4})$$



**Figure II.1** : Présentation graphique de la contrainte et vitesse de cisaillement.

Les rhéogrammes (**Figure II.1**) sont des courbes qui traduisent le comportement mécanique des fluides sous l'effet de cisaillements.

Le comportement d'un fluide peut être différent si on change la façon de le cisailer (si la contrainte appliquée varie, il peut en son sein se déformer différemment, sa viscosité peut donc varier).

Les relations entre contrainte de cisaillement, vitesse de cisaillement, viscosité sont donc autant de fonctions d'état du fluide.

Exemples :

$\tau = f(\dot{\gamma})$  ;  $\mu = f(\dot{\gamma})$ . Leur représentation graphique est appelée rhéogramme. Elles sont déterminées grâce à des viscosimètres.

La substance étudiée y est cisailée entre deux surfaces solides, l'une au repos et l'autre mobile ou bien le cisaillement est obtenu par application d'une pression motrice dans un tube d'écoulement (Youcefi, 1993).

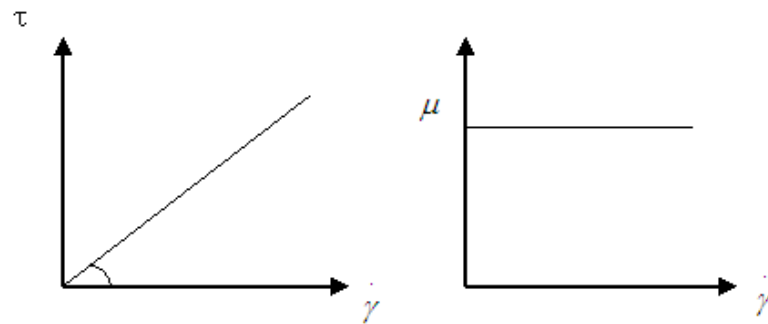
### II.3.1. Les fluides Newtoniens :

Le fluide Newtonien est caractérisé par sa viscosité indépendante de la contrainte appliquée. La courbe d'écoulement d'un fluide Newtonien est une droite linéaire qui passe par l'origine, à chaque fois si la contrainte appliquée augmente  $\tau$  le gradient de vitesse ( $\dot{\gamma}$ ) augmente aussi, ce qui rend le rapport de viscosité entre le rapport de la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse constante proportionnel, c'est-à-dire n'est pas affecté par le changement du cisaillement (Youcefi, 1993).

La loi qui régit le genre de comportement de ce fluide est :

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{II-5})$$

C'est-à-dire la viscosité est constante.



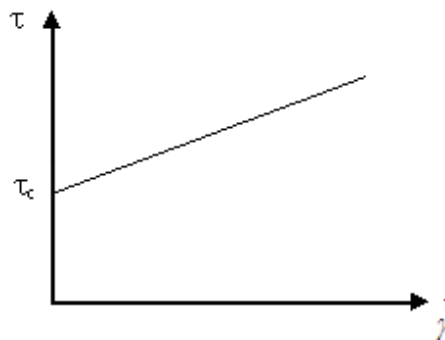
**Figure II.2 :** Caractéristiques d'un fluide Newtoniens

### II.3.2. Les fluides non-Newtoniens

L'écoulement d'un fluide non-Newtonien, sa viscosité varie en fonction de gradient de vitesse qui rend le traçage de la courbe caractéristique de  $\tau = f(\dot{\gamma})$  ne forme pas une ligne droite qui passe par l'origine.

#### *II-3-2-1-Fluide non-Newtoniens dont le comportement est indépendant de temps de cisaillement:*

##### *a-Fluide plastique ou (Bingham) :*



**Figure II-3 :** Caractéristiques d'un fluide plastique

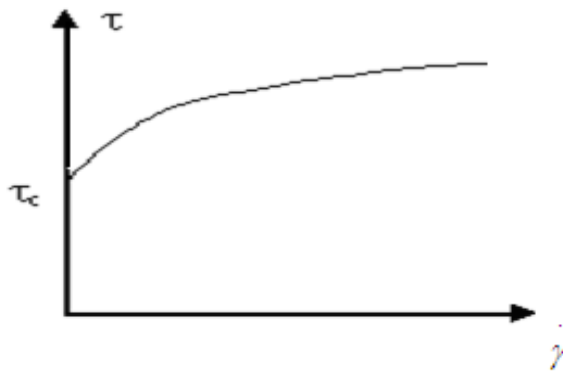
La viscosité de ces fluides est tellement forte, qu'il ne permet pas s'écouler. Le comportement est caractérisé par la contrainte de cisaillement  $\tau_c$  au dessous de laquelle l'écoulement n'est pas possible. La viscosité diminue si une contrainte supérieure au seuil est appliquée.

**b-Fluide plastique idéal ou Binghamien:**

Au dessus de la contrainte critique la courbe d'écoulement est une droite linéaire. La loi qui régit ce type de fluide s'appelle le modèle de Bingham (Ameur, 2012).

$$\tau = \tau_c + \alpha \dot{\gamma} \quad (\text{II-6})$$

avec :  $\alpha$  : viscosité plastique de Bingham.

**c-Fluide non idéal ou de casson**

**Figure II.4 :** Caractéristiques d'un fluide non idéal

L'écoulement de ces liquides plastiques de casson a besoin aussi d'une contrainte critique pour s'écouler. Ces liquides ne suivent pas une loi proportionnelle.

Le modèle de casson qui régit le comportement de fluide est :

$$\tau = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{\beta \dot{\gamma}} \quad (\text{II-7})$$

**d-Fluide fluidifiant ou pseudo-plastique :**

Pour ce genre des fluides, les viscosités et la contrainte de cisaillement sont inversement proportionnelle. Ces fluides sont gouvernés par la loi de puissance appelé aussi loi d'Ostwald :

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (\text{II-8})$$

Avec  $n < 1$  d'où

$k$  : la constante de fluide.

$n$  : indice d'écoulement.

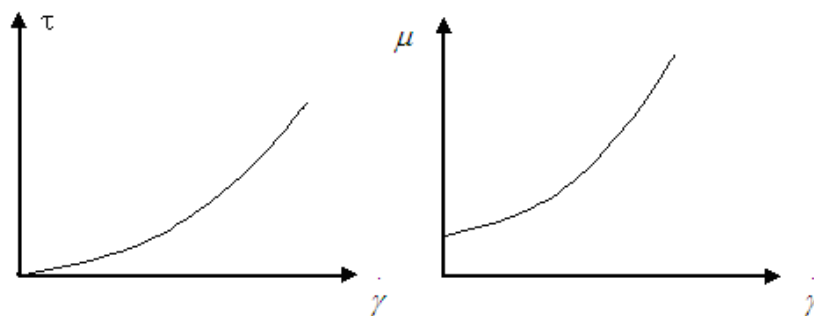
Si :  $\mu$  augmente  $\Rightarrow \tau$  diminue et  $\mu$  diminue  $\Rightarrow \tau$  augmente

**e-Fluide épaisissants ou dilatants**

La viscosité et la contrainte de cisaillement si l'un des deux augmente l'autre augmente aussi et l'inverse.

Ces fluides sont régis aussi par la même loi de puissance que le fluide pseudo-plastique, mais la différence c'est que l'indice de l'écoulement ( $n$ ) est supérieur à 1.

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad \text{Avec } n > 1$$

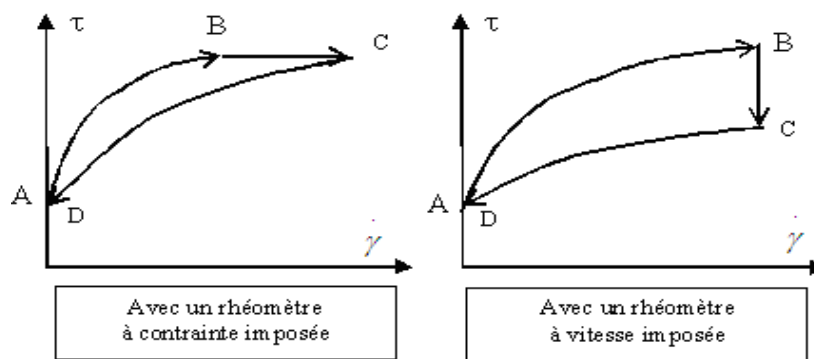


**Figure II.5 :** Caractéristiques d'un fluide épaisissant

**II-3-2-2- Fluide non newtoniens dont les comportements est dépend de temps de cisaillement:**

**a. Fluide rhéopexe :** Dans cette catégorie des fluides, la viscosité varie en fonction de temps de cisaillement. Un fluide est dit rhéopexe si sa viscosité apparente augmente avec le temps de cisaillement à gradient de vitesse constant.

**b. Fluide thixotropie :**



**Figure II.6 :** Caractéristique d'un fluide thixotrope



Un fluide est thixotropie si, sa viscosité, à vitesse de cisaillement constante, diminue au cours du temps à condition que ce phénomène soit réversible.

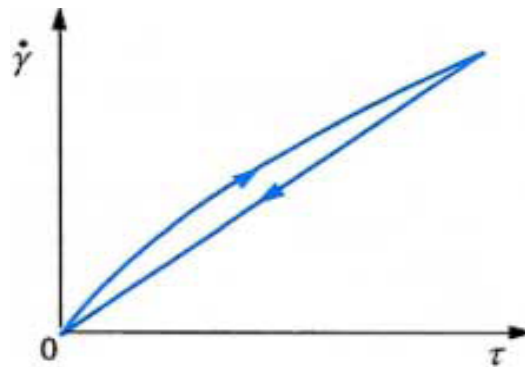
Le comportement thixotrope concerne les corps fluidifiants et les corps plastiques (plus rarement les épaississants).

Pour les corps plastiques, on peut avoir au cours de la modification de structure, un changement de contrainte seuil ou pas (Ameur, 2012).

- **Exemple : le phénomène d'hystérésis :**

On trace un rhéogramme  $\dot{\gamma} = f(\tau)$  en faisant croître puis décroître régulièrement  $\dot{\gamma}$ , afin de revenir à la valeur initiale, on réalise ce qu'on appelle une "charge" puis une "décharge".

Si on applique des valeurs de vitesse de cisaillement assez fortes pendant assez longtemps, on obtient le diagramme suivant : la structure a été modifiée durablement lors de la charge et le comportement du produit est affecté (rhéogramme de décharge différent, liquide globalement moins visqueux).



**Figure II.7 :** Rhéogramme d'un fluide non newtonien dépendant du temps

Pour certains corps, si après ce cycle de charge et décharge, on laisse au repos pendant un temps assez long, la structure se réorganise et si on recommence une charge, on obtient le premier rhéogramme à nouveau (Youcefi, 1993).

# ***Chapitre III :***

## *Rappel sur les méthodes numériques*

### III.1. Rappel des équations de base

#### III.1.1. Equations des quantités de mouvement

L'équation différentielle décrivant la conservation des quantités de mouvement pour un écoulement de fluide newtoniens s'écrit :

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \beta_i + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{III-1})$$

Considérons  $U$  comme étant la composante axiale de la vitesse ; l'équation des quantités de mouvement suivant la direction  $x$ . peut être écrite sous la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U) + \text{div} (\rho U U) = \text{div} (\mu \overline{\text{grad}} U) - \left( \frac{\partial p}{\partial x} + B_x \right) \quad (\text{III-2})$$

Où  $B_x$  : est la forme de volume dans la direction des  $x$ . (MATENE 2010) .

#### III.1.2. Equation de continuité

L'équation différentielle décrivant le principe de conservation de la masse est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho U) = 0 \quad (\text{III-3})$$

#### III.1.3. Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie contient un nombre important d'influente. On s'intéresse ici beaucoup plus à la forme de l'équation qu'aux détails. Donc il sera suffisant de considérer quelques cas simples :

Pour un écoulement permanent ou la dissipation visqueuse ce négligée l'équation

s'écrit : 
$$\text{div} (\rho U . h) = \text{div} (\lambda \overline{\text{grad}} T) + S_h \quad (\text{III-4})$$

Où  $h$ : est l'enthalpie spécifique ;

$\lambda$  : est le coefficient de conductivité thermique ;

$T$  : est la température ;

$S_h$ : est le taux volumétrique de génération de chaleur. (MATENE 2010) .

Selon la loi de Fourier du transfert de chaleur par conduction. Le terme  $(\text{div} (\lambda \overline{\text{grad}} T))$  représente l'influence de chaleur par conduction dans l'écoulement.

Pour des gaz parfaits et pour des solides et des liquides on peut écrire :

$$C \cdot \text{grad } T = \text{grad } h \quad (\text{III-5})$$

Avec  $C$  : est la chaleur spécifique à pression constante.

L'équation de l'énergie devient :

$$\text{div}(\rho U \cdot h) = \text{div}\left(\frac{\lambda}{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} h\right) + S_h \quad (\text{III-6})$$

Dans le cas où  $C$  est constante, la relation  $h = h(T)$  est :

$$h = C \cdot T \quad (\text{III-7})$$

On peut écrire :

$$\text{div}(\rho U \cdot h) = \text{div}\left(\frac{\lambda}{C} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} h\right) + \frac{S_h}{C} \quad (\text{III-8})$$

Dans ce cas la température,  $T$ , ou l'enthalpie  $h$  peut être considérée comme variable dépendante. La situation de transfert de chaleur par conduction permanent est obtenu en posant ( $U=0$ ) donc :

$$\text{div}(\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T) + S_h = 0 \quad (\text{III-9})$$

### III.1.4. Forme générale des équations

Les équations différentielles (III-2) à (III-6) décrivant les variations des différentes variables de l'écoulement ( $U$ ,  $k$ ,  $T$  et  $h$ ) peuvent être écrit sous la forme générale suivante:

- en notation vectorielle :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho U \cdot \phi) = \text{div}(\Gamma_\phi \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \phi) + S_\phi \quad (\text{III-10})$$

- en notation tensorielle :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\phi \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S_\phi \quad (\text{III-11})$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$  : Taux de change ou accumulation.

$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \cdot \phi)$  : Flux de convection.

$\frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\phi \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x_j})$  : Flux de diffusion.

Où :

$\phi$  : est la variable dépendante générale qui peut être la vitesse  $U$ , l'énergie cinétique de turbulence  $k$ , sa dissipation,  $\varepsilon$ , l'enthalpie  $h$ , ou la température  $T$ .

$\Gamma_\phi$  : est le coefficient de diffusion de  $\phi$ .

$S_\phi$  : est le terme de la source.

Les termes de l'équation généralisée (III-11) sont regroupés dans le tableau (III-1) pour les différentes équations.

L'avantage d'écrire les équations différentielles décrivant l'écoulement sous la forme générale (III-11) est de construire une procédure numérique générale qui s'applique pour les différentes équations en considérant les conditions aux limites spécifiques.

Avant de passer à la construction de cette procédure, l'équation (III-11) doit être discrétisée. (MATENE 2010) .

**Tableau III.1 :** Termes de l'équation généralisée

Equation	Variable $\phi$	Coefficient de diffusion	Terme de source $S_\phi$
Quantité de mouvement	$U_i$	$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$	$\beta_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \cdot \frac{\delta U_i}{\delta U_j} \right] - \frac{\delta P}{\delta x_i}$
Continuité	1	0	0
Energie cinétique	$K$	$\frac{\mu_t}{\mathfrak{S}_k}$	$\mu_t \cdot C_1 - \rho \varepsilon$
Dissipation d'énergie	$E$	$\frac{\mu_t}{\mathfrak{S}_\varepsilon}$	$\frac{\varepsilon}{k} (\mu_t \cdot C_1 \cdot G - C_2 \cdot \rho \cdot \varepsilon)$

### III.2. Discrétisation des équations différentielles

Après avoir sélectionné les équations différentielles à résoudre, il est nécessaire de transformer ces équations différentielles en équations algébriques où les variations continues des variables de l'écoulement sont représentées par des valeurs à des ponts discrets dans le temps et dans l'espace.

Les locations discrètes dans l'espace sont représentées par des points nodaux (ou nœuds) choisis dans une grille numérique qui subdivise le domaine de l'écoulement. Selon la nature et la géométrie de l'écoulement, la grille numérique peut appartenir à l'une des familles de grilles suivantes et qui sont représentées dans la (**Figure III.2**).

- grille rectangulaire
- grille curvilinéaire et orthogonale,
- grille curvilinéaire non orthogonale.
- grille à subdivision arbitraire.

Le choix d'une structure de grille détermine la flexibilité géométrique de la procédure numérique à utiliser et doit être fait selon la méthode de discrétisation choisie. (GILLI 2006).

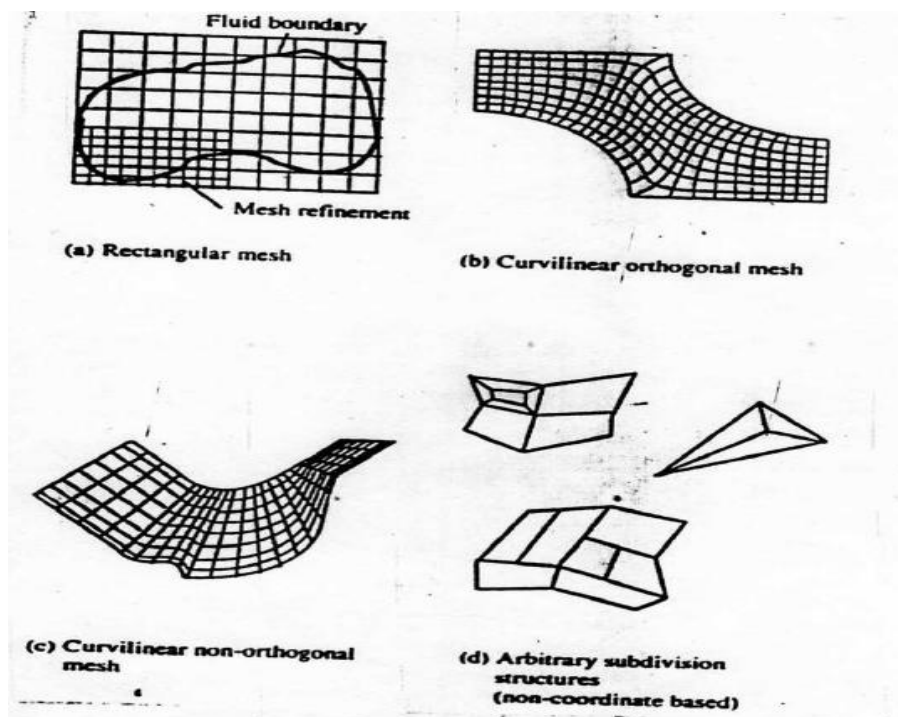
### III.2.1.Méthodes de discrétisation

La procédure de discrétisation fait des approximations aux dérivées dans le temps et dans l'espace des variables de l'écoulement présente dans l'équation (III-11), à chaque nœud de la grille, en fonctions algébriques des variables dans le nœud considéré et les nœuds en son voisinage.

La discrétisation se fait en suivant l'une des quatre méthodes :

- Méthode des différences finies.
- Méthode des volumes finis.
- Méthode des éléments finis.
- Méthode des spectrales.

Dans ce qui suit on se limite à examiner uniquement les méthodes les plus utilisées dans le domaine de la dynamique et la thermique des écoulements de fluides qui sont les méthodes des différences finies et des volumes finis. Pour plus d'informations sur les autres méthodes, on peut consulter Patankar (1980) et Aston (1991).



**Figure III.1** : Arrangement des grilles numériques de discrétisation

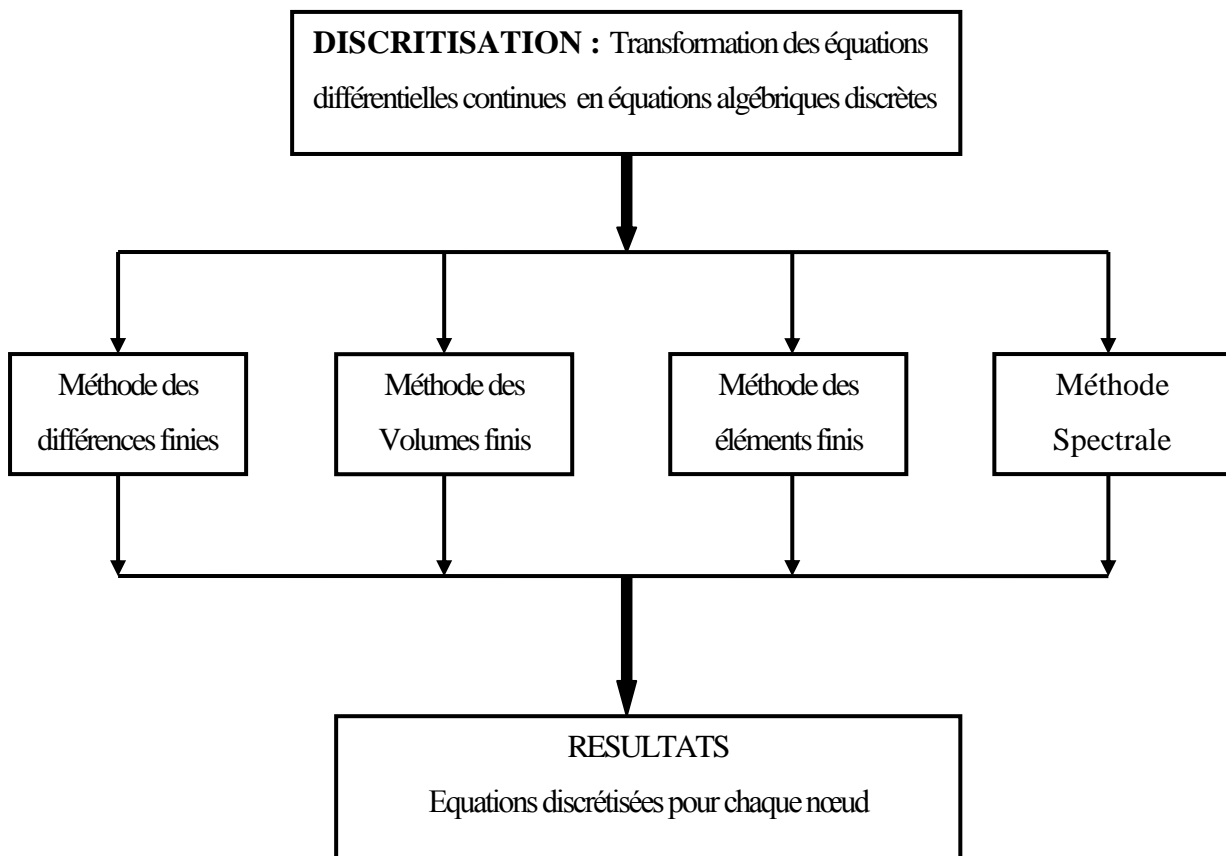


Figure III.2 : méthode de discrétisation

### III.2.2. Formulation en série de Taylor

C'est la procédure la plus simple et la plus utilisée pour exprimer les dérivées dans les équations différentielles en fonction des séries de Taylor. Pour expliquer la méthode nous allons l'illustrer dans l'exemple montré sur la (Figure III.3).

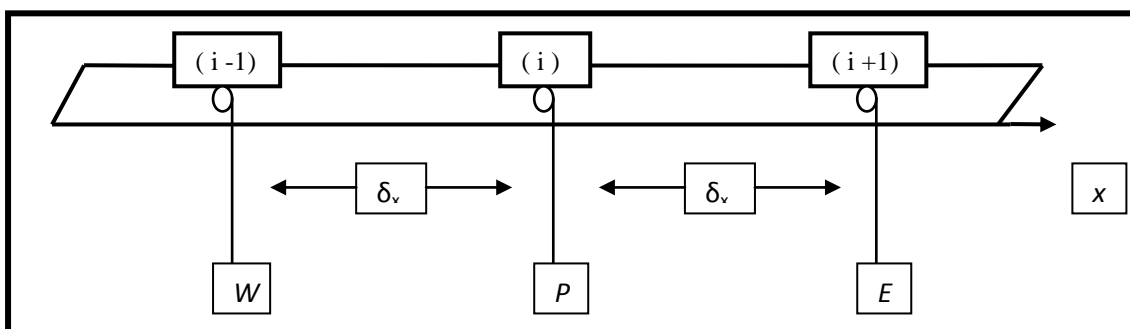


Figure III.3 : Nœuds de discrétisation en séries de Taylor

P : nœud principal, E : East, W: West

L'expansion des séries de Taylor autour de nœud P, permet d'écrire :

$$\phi_{i+1} = \phi_i + \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \cdot \delta_x + \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i \cdot \frac{\delta x^2}{2!} + \dots \quad (\text{III-12})$$

$$\phi_{i-1} = \phi_i - \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \cdot \delta_x + \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i \cdot \frac{\delta x^2}{2!} - \dots \quad (\text{III-13})$$

Notant ici que les termes du troisième ordre sont négligés. La différence et la somme des deux équations permet d'obtenir :

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\delta_x} \quad (\text{III-14})$$

$$\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1} - 2\phi_i}{\delta x^2} \quad (\text{III-15})$$

Les relations (III-14) et (III-15) représentent un schéma de discrétisation aux différences centrées. D'autres schémas peuvent être obtenus. (MATENE 2010) .

### III.2.3. Méthode des résidus

La méthode des résidus est une méthode numérique très puissante et efficace qui permet la résolution des équations différentielles.

Soit une équation différentielle représentée par :

$$L(\phi) = 0 \quad (\text{III-16})$$

Supposant  $\bar{\phi}$  comme une solution approchée de l'équation (III.17) qui contient un nombre de paramètres ( $a_i$ ) ; par exemple :

$$\bar{\phi} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m \quad (\text{III-17})$$

La substitution de (III.17) dans (III.18) donne un résidu tel que :

$$L(\bar{\phi}) = R \quad (\text{III-19})$$

L'objectif est de maintenir le résidu proche de zéro. Donc on considère une fonction de balance  $W$  telle que :

$$\int W \cdot R \cdot dx = 0 \quad (\text{III-20})$$



L'intégration se fait sur le domaine d'intérêt.

$W$  étant une fonction de balance. En utilisant une succession de fonction, on peut générer plusieurs équations algébriques qui permettent d'évaluer les paramètres ( $a_i$ ) et par la suite déterminer la solution de l'équation différentielle (III-15). Plusieurs méthodes ont été développées selon les différentes classes de fonction de balance  $W$ .

### III.2.4. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis ou volume de contrôle est une version spéciale de la méthode des résidus.

Le domaine de calcul est subdivisé en sub-domaines ou à des volumes de contrôle finis. Il suffit de poser la fonction de balance,  $W$ , égale à l'unité ( $W=1$ ) dans un sub-domaines et égale à zéro ( $W=0$ ) ailleurs. L'intégration de l'équation (III-19) donnant le résidu  $R$  doit être égale à zéro, dans un volume de contrôle.

Dans la littérature, la méthode des volumes finis à été qualifiée comme la plus utilisée parmi les méthodes de discrétisation. Dans ce qui suit nous allons l'examiner à travers le traitement de l'équation différentielle généralisée (III-19) dans le cas d'un écoulement à une dimension. Il est à noter ici que nous avons considéré une seule dimension pour raison de simplifier la procédure. Toutefois, la même procédure s'applique pour les autres dimensions.

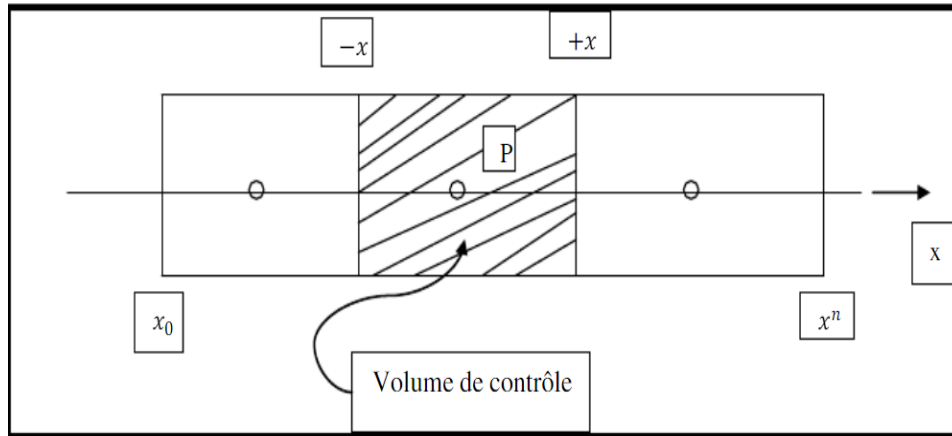
#### III.2.4.1. Principe de méthode

L'équation à discrétiser est :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho.\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho.U.\phi) - \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\phi.\frac{\partial\phi}{\partial x}) + S_\phi \quad (\text{III-21})$$

La méthode consiste à subdiviser le domaine de calcul (volume géométrique de l'écoulement) en petits volumes de contrôle tel que chaque nœud est entouré par un seul volume de contrôle.

Considérons le cas d'un écoulement à une dimension :



**Figure III.4 :** Arrangement des volumes de contrôle

La discrétisation de l'équation (III-23) ne s'obtient pas par substitution des expressions des différences dans l'équation différentielle (III-22). Par contre, cette équation est intégrée le long du volume de contrôle ; d'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x^-}^{x^+} \rho \phi dx + [(\rho U \phi)_+ - (\rho U \phi)_-] = \left[ \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] + \int_{x^-}^{x^+} S_\phi dx \quad \text{(III-22)}$$

L'équation (III.24) est une équation « intégró – différentielle » exacte qui exprime une balance entre les flux convectif et le flux diffusif.

La source et le taux d'accumulation en volume intégré. Ceci constitue une propriété importante de cette approche, qui est la conservation.

Pour  $S_+ = 0$  et  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ , il est clair que le flux sortant de la face d'un volume de contrôle représente le flux entrant dans le volume de contrôle voisinant. D'où le principe de la conservation tout le long du domaine de calcul.

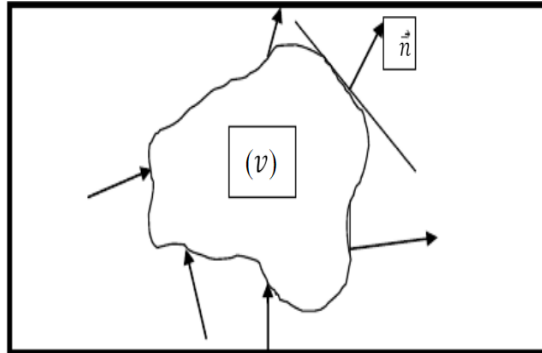
Une généralisation du cas à une dimension considéré ici s'obtient comme suit :

Ecrivant l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \Delta \vec{V} \phi - \nabla (\Gamma_\phi \text{grad } \phi) = S_\phi \quad \text{(III-23)}$$

L'intégration sur un volume de contrôle donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \phi dv + \iiint \nabla (\vec{V} \phi - \Gamma_\phi \text{grad } \phi) dv = \iiint S_\phi dv \quad \text{(III-24)}$$



**Figure III.5 :** Volume de contrôle (v)

Le théorème d'Ostogradski est utilisé pour transformer les intégrales de volume en intégrales de surface :

$$\iiint \nabla \vec{A} dv = \iint \vec{A} \vec{n} ds \quad (\text{III-25})$$

L'équation (III.26) s'écrit donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \cdot \phi \cdot dv + \iint (\vec{V} \cdot \phi - \Gamma_{\phi} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \phi) \vec{n} ds = \iiint S_{\phi} \cdot dv \quad (\text{III-26})$$

## ***Chapitre IV :***

*Présentation du Problème  
et code de calcul*

### IV.1. Objectif du travail

Les écoulements engendrés à travers une conduite cylindrique présentant une singularité (élargissement brusque) sont caractérisés par voie numérique. Les simulations sont effectuées par le code de calcul ANSYS CFX 16.0, basé sur la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations de transfert de quantité de mouvement.

### IV.2. Résolution numérique

Les résultats de la simulation numérique sont obtenus à l'aide d'un code de calcul dont la réalisation résulte d'études et de recherches portant successivement sur les thèmes suivants :

- La modélisation du problème physique : elle consiste à traduire la physique en un problème mathématique bien posé, complète par des conditions initiales et des conditions aux limites.
- Une étape de discrétisation, c'est d'approcher ces opérateurs classiques de l'analyse fonctionnelle par des expressions ne faisant intervenir que des opérations arithmétiques. On notera que cette opération de discrétisation se porte non seulement sur les EDP mais également sur le domaine de calcul discrétisé en un maillage constitué d'un ensemble discret d'éléments géométriques (volumes de contrôle élémentaires). Le résultat de cette discrétisation conduit à un système d'équations algébriques de très grande dimension.
- La troisième étape consiste à résoudre le système à l'aide d'un algorithme approprié.

Ces trois étapes fondamentales sont suivies d'une étape de mise en œuvre des discrétisations et des algorithmes associés dans un code de calcul dont la validation permet, d'une part, de vérifier la pertinence des choix techniques effectués et, d'autre part, de préciser le domaine d'application du logiciel et, par conséquent, des modélisations physiques et numériques sous-jacentes.

Le solveur CFX 16.0 est utilisé pour la résolution de notre problème. Il est pratiqué dans le domaine de la dynamique des fluides CFD (Computational Fluid Dynamics). Il utilise entre autre la méthode des volumes finis (MVF), c'est une méthode semi intégrale qui procède par intégration des équations locales sur un ensemble discret de volumes de

contrôle englobant les points de calculs. Cela conduit à des équations discrètes exprimant la conservation exacte de toutes les quantités transportables.

### IV.3. Présentation du solveur CFX5

Le but de cette section est de présenter une marche à suivre pour effectuer une simulation numérique sur le solveur CFX5 (version 16.0). Ce solveur est conçu pour les simulations dans le domaine de la dynamique des fluides. On propose ainsi une rapide description des problèmes liés à la définition de la géométrie, à la génération du maillage et à l'initialisation de la solution. Cette section a uniquement pour but de faciliter la mise en œuvre d'une simulation en mettant en évidence quelques aspects pratiques au niveau de l'utilisation des différents logiciels. Le processus pour effectuer une simulation de CFD (Computational Fluid Dynamics) est composé comme suivant :

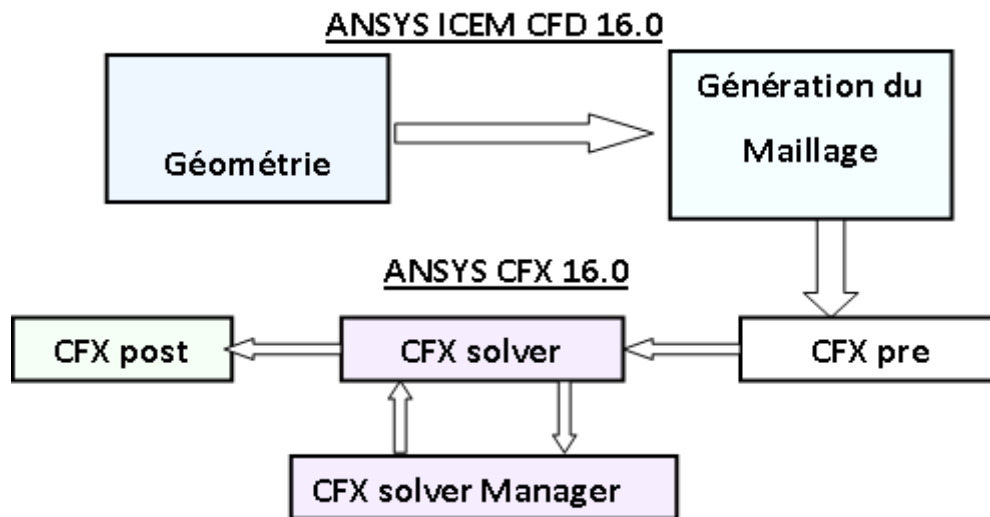


Figure IV.1 : Les modules principaux du CFX 16.0

#### IV.3.1. ICEM CFD

Permet de préparer la configuration géométrique du problème étudié et de générer le maillage de manière assez conviviale bien qu'assez simple. Quand il s'agit de géométries complexes, ICEM CFD peut être couplé avec d'autres logiciels meilleurs pour la réalisation de la géométrie ainsi que le maillage. L'un des avantages de ce logiciel est sa simplicité ainsi que sa robustesse envers la réalisation des géométries les plus complexes. Pour le maillage, ICEM CFD 16.0 utilise des structures mono ou multi blocs en fonction de la géométrie, il permet de générer deux types de maillages, le maillage en tétraèdre et en hexaèdre.

Pour la création de la géométrie, et le maillage du domaine de calcul nous avons utilisé un software de haute qualité « ICEM CFD 16.0 » et qui permet d'exporter le maillage généré au CFX-Pre .

#### **IV.3.2. CFX Pre**

C'est une interface puissante pour la définition du problème (modèle choisit, condition initiale, condition aux limite, propriété du fluide ...etc.) c'est le pré-processing « CFX-pre ».

Il permet d'importer le maillage de la géométrie étudiée, construit par le module CFX-BUILD ou l'importer à partir d'un autre logiciel (DAO), générateur de maillage tels que ICEM CFD, GAMBIT. Le CFX-Pre est conçu pour spécifier la nature de l'écoulement (permanent ou transitoire), laminaire ou turbulent, et pour introduire les conditions initiales et aux limites du problème étudié ainsi que les paramètres de convergence (nombre d'itérations et la tolérance d'erreur)

#### **IV.3.3. CFX Solver**

Il permet de résoudre les équations de l'hydrodynamique modélisant le problème physique étudié. Toutes les spécifications du problème produites dans le module CFX-Pre sont résolues par CFX Solver pour un nombre d'itération bien défini et une erreur tolérée.

Un solveur de solution (solver manager) qui permet le retour d'information sur la progression de convergence à travers la définition d'exécution et le contrôle, avec des graphes configurés pour l'utilisateur aussi bien que l'affichage du multiple exécution simultanément sur écran.

#### **IV.3.4. CFX Solver Manager**

C'est un module qui permet de gérer la tâche CFD. Ses fonctions principales sont les suivantes :

- Indiquer les dossiers d'entrée au solveur CFX 16.0;
- Lancer ou arrêter la simulation avec le solveur CFX 16.0 ;
- Surveiller la progression de la solution avec le solveur CFX 16.0 ;
- Lancer une autre simulation en parallèle.
- Le calcul doit être effectué avec un taux résiduel choisi, un temps moyenne de calcul déterminé, et un nombre d'itération maximum donné.

#### IV.3.5. CFX Post

C'est une interface très puissante pour la représentation des résultats, graphiquement et quantitativement (courbe, ligne de courant, contours ....etc), c'est le post-processing « CFX –post ». Il permet d'exporter les résultats en différents formats, pour tracer l'évolution des variables avec d'autres logiciels graphiques tels que « Origine ou Tecplot ».

#### IV.4. Géométrie du problème étudié :

Dans ce cas les écoulements engendrés à travers une conduite cylindrique présentant une singularité (élargissement brusque), Cette conduite contient les caractéristiques suivantes : Le diamètre d'entrée égale 6 mm, Le diamètre de sortie égale 10 mm. Les longueurs de  $L_1$  et  $L_2$  égale 100 mm pour chacun.

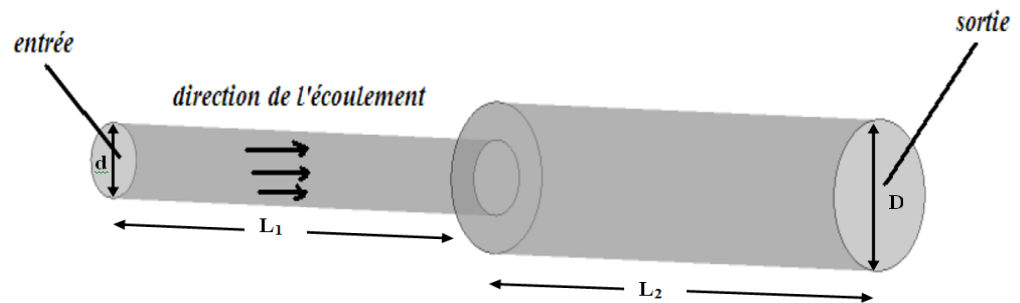


Figure IV.2 : Géométrie du domaine de calcul

#### IV.5. Les différents paramètres étudiés

L'influence de trois paramètres sur les champs d'écoulement, la distribution de vitesse et la puissance consommée a été explorée. Il s'agit de :

- 1) Influence du nombre de Reynolds  $Re$  du 0.1 à 600
- 2) Influence du rapport d'aspect  $d/D = 0.25, 0.4, 0.5, 0.6$  .
- 3) Influence des propriétés rhéologiques du fluide: pour  $d/D = 0.6, Re = 0.1$ , quatre cas sont considérés et qui sont montrés sur le Tableau suivant :

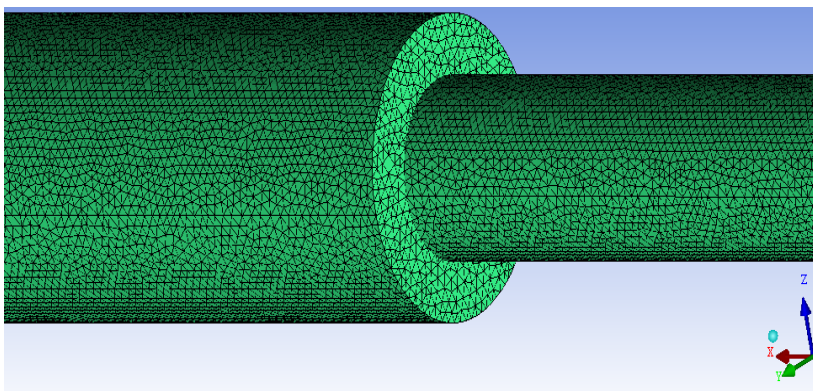


	Concentration C ( g CMC/g )	K [Pa s <sup>n</sup> ]	n
Solution No. 1	0.04	0.79	0.83
Solution No. 2	0.05	2.55	0.75
Solution No. 3	0.06	3.83	0.74
Solution No. 4	0.09	50.0	0.46

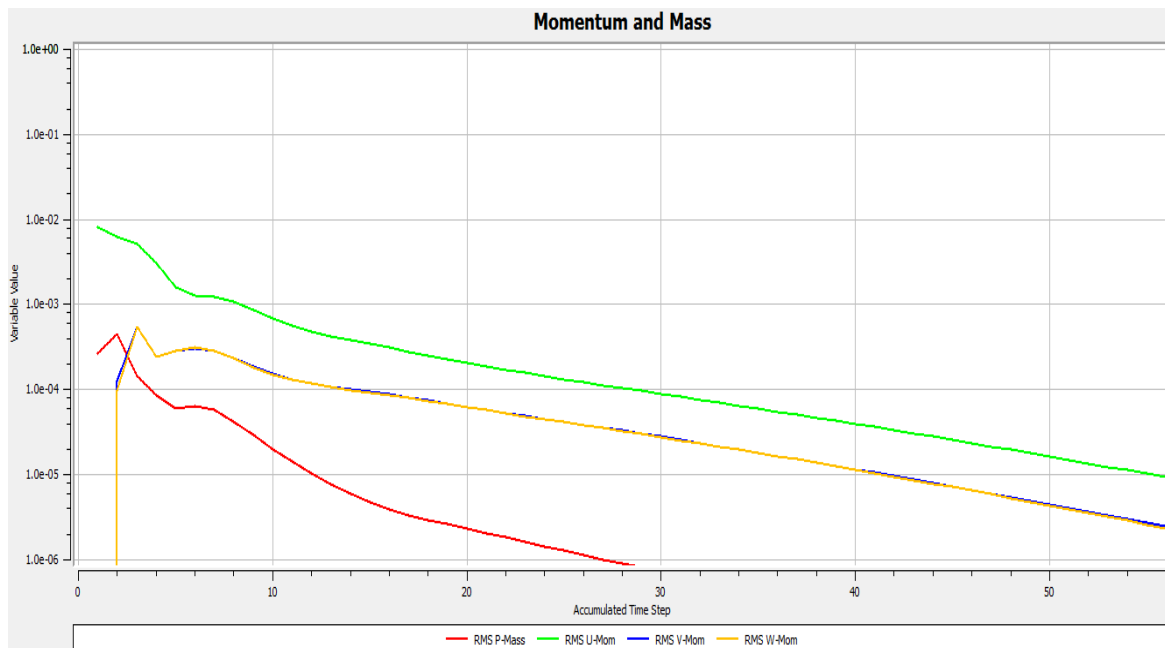
**Tableau IV.1 :** Influence des propriétés rhéologiques du fluide

#### IV.6. Maillage

Avant d'entamer le CFX, on doit créer la géométrie et générer le maillage qui sera exporter vers le CFX, on a utilisé le meilleur ANSYS ICEM CFD qui offre la possibilité de choisir entre deux types de maillages : hexahedral et tetrahedral. Pour notre cas on a utilisé le tetrahedral, Car est un maillage semi automatique et nécessite moins d'étapes par rapport au maillage hexahedral, Après le teste du maillage, le compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul réduit nous a permis d'opter pour un nombre d'élément d'environ 393 412 (pour un rapport de section  $S = d/D = 0.6$ ). Pour une machine Intel celeron avec 2.16 Ghz et 2.00 Go de RAM, et une erreur de convergence de  $10^{-5}$  (Figure IV.4), le temps de calcul était de 15 à 60 min.



**Figure IV.3 :** Le maillage tétraédral généré



**Figure IV.4 :** Convergence de la solution vers une erreur de  $10^{-5}$

#### IV.7. Considérations du problème :

- Les fluides utilisés sont visqueux, incompressibles et Non-Newtoniens.
- Le processus est isotherme.
- Le régime d'écoulement est permanent et laminaire.

*Chapitre V :*

*Résultats et Discussion*

## V.1. Introduction

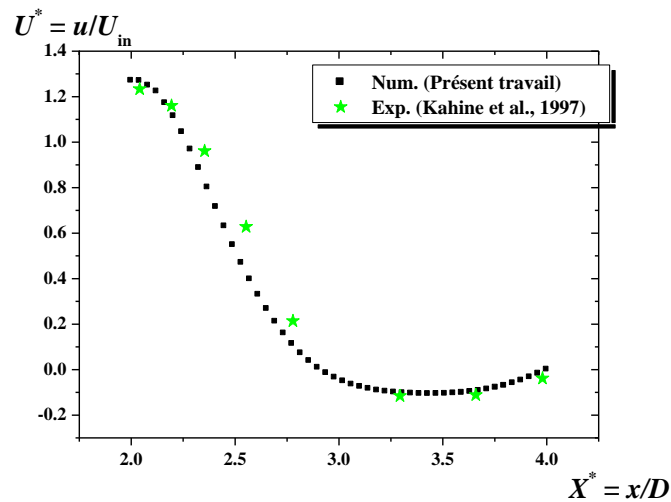
Les écoulements séparés instables ont reçu une attention toute particulière, car ils sont présents dans de nombreuses applications pratiques. Parmi eux, l'écoulement en aval d'un élargissement brusque. Cette configuration, représentative de plusieurs géométries industrielles comme des déversoirs, chambre de combustion, etc., elle provoque la formation de nombreuses structures tourbillonnaires pouvant jouer un rôle important dans les phénomènes de mélange, de vibration ou de combustion.

Kahine et al. (1997) et Nguyen et al. (1999) ont analysé numériquement la structure d'écoulement dans un élargissement, Armaly et al. (2002) ont effectué une étude expérimentale sur les tourbillons développés derrière une marche descendante, d'autres travaux expérimentaux montrent l'influence de la géométrie de la marche sur le phénomène de l'écoulement après la marche (Chiang et al., 1999; Eaton, 2000 ; Mahfoud et al., 2008).

Ce mémoire est une investigation numérique de l'instabilité stationnaire de l'écoulement provoquée par la présence d'un élargissement brusque. Les propriétés rhéologiques des fluides complexes affectent fortement cette transition, d'où la raison qu'on propose de traiter des fluides non newtoniens. Les liquides considérés présentent un comportement pseudoplastique obéissant à la loi d'Ostwald, avec un indice structurel ( $n$ ) variant entre 0.4 et 1. On s'intéresse au processus isotherme et incompressible.

## V.2. Validation

Avant d'entamer l'investigation numérique, on a vu nécessaire de vérifier la fiabilité du code de calcul, et si la modélisation du problème physique est bien posée. À cette fin on s'est référé à d'autres littératures pour comparer certains résultats. Kahine et al. (1997) ont étudié les écoulements induits à travers une conduite rectangulaire portant un élargissement brusque, afin de pouvoir effectuer la comparaison, on a réalisé une configuration géométrique semblable. La figure ci-dessous représente la variation de vitesse axiale à partir du coin entrant jusqu'à la sortie du canal, la confrontation de nos résultats numériques avec ceux de Kahine et ces co-auteurs indique une bonne concordance.



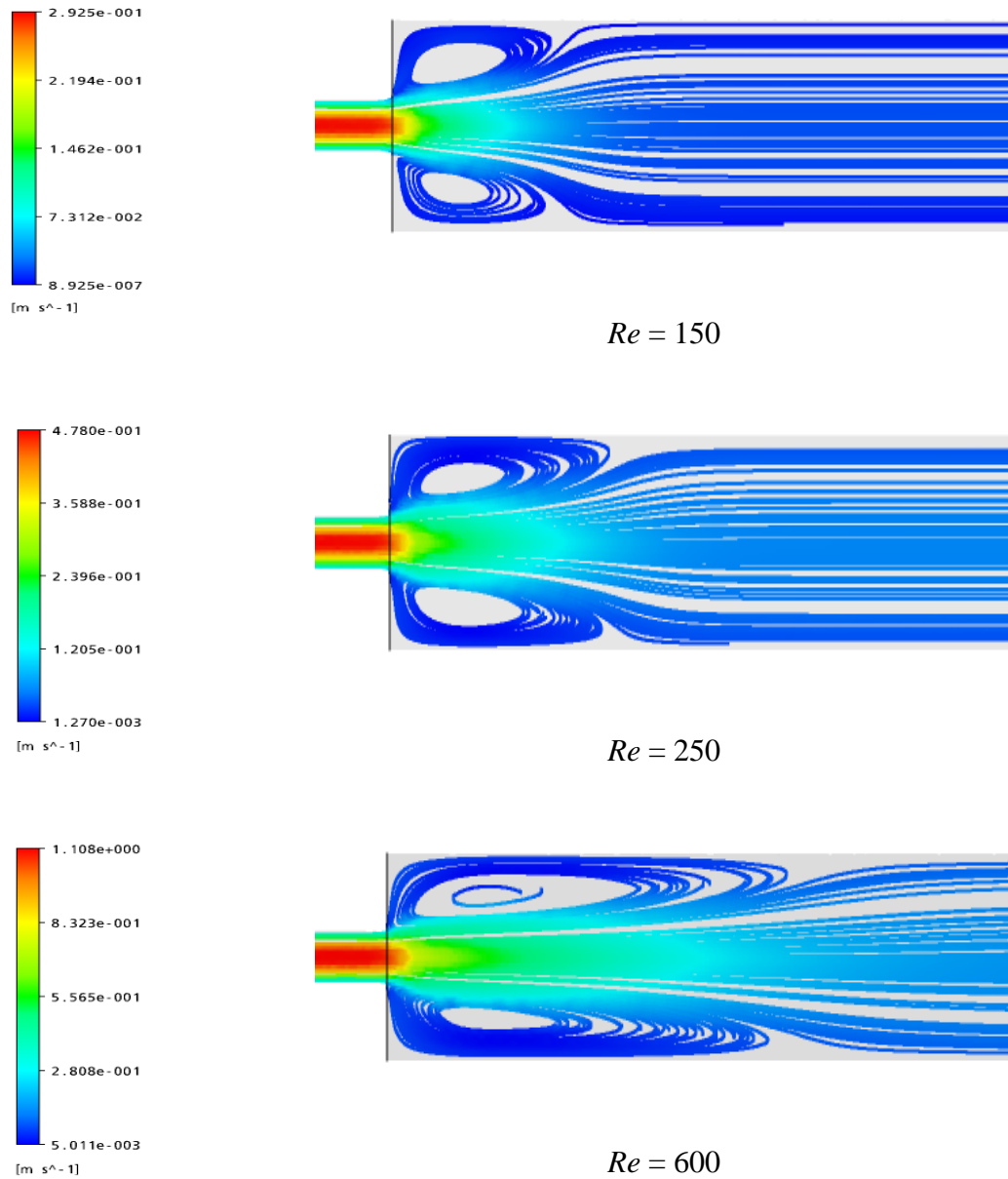
**Figure V.1 :** Evolution de la vitesse axiale pour  $n = 0.6$ ,  $d/D = 0.112$

### V.3. Influence du nombre de Reynolds

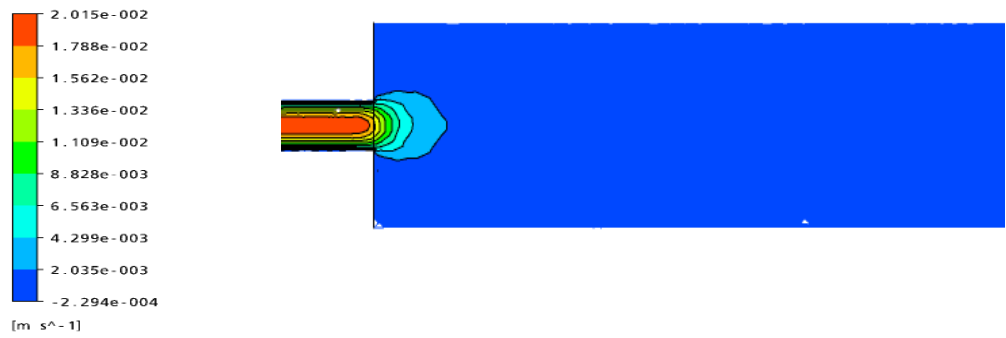
Différents paramètres pouvant affecter la structure des écoulements induits, commençant d'abord par le régime hydrodynamique traduit par le nombre de Reynolds.

Dans la présente géométrie (conduite cylindrique), le fluide est soumis à un brusque élargissement où l'écoulement se sépare en deux parties ayant des forts cisaillements. Derrière le saut de section se forme une zone de recirculation où l'écoulement se referme pour revenir vers le coin et former ainsi un tourbillon (Figure V.2). Elle prend fin au point de recollement à partir duquel la couche limite se redéveloppe. Selon Eaton, 1980, il existe dans cette zone (de recirculation) de forts gradients de pression adverses et une interaction importante des différentes structures turbulentes avec la paroi solide.

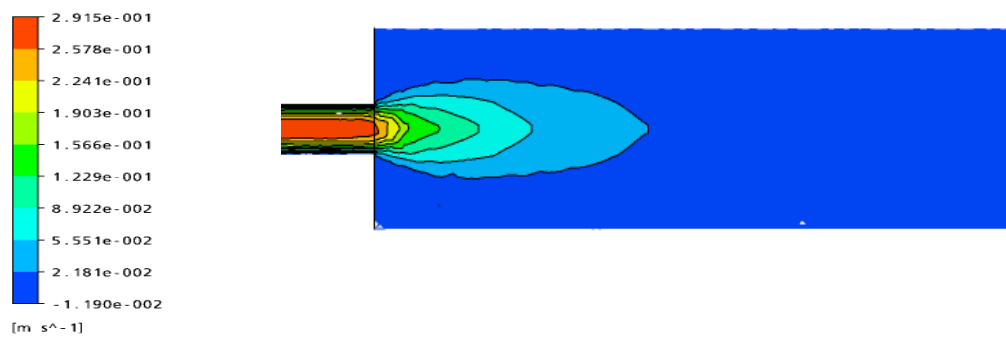
Les Figures V.2 et V.3 montrent les isovaleurs de la composante de vitesse  $U$  sur le plan central vertical de la conduite pour le cas où  $Re = 150, 250, 600$  respectivement. La Figure V.2 représente bien la zone de recirculation se développant au niveau du coin sortant, et qui prend de taille de plus en plus grande avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Les planches de la Figure V.3 illustre le jet résultant de la singularité, la proportionnalité entre la longueur et l'expansion du jet et la valeur du nombre de Reynolds est bien évidente.



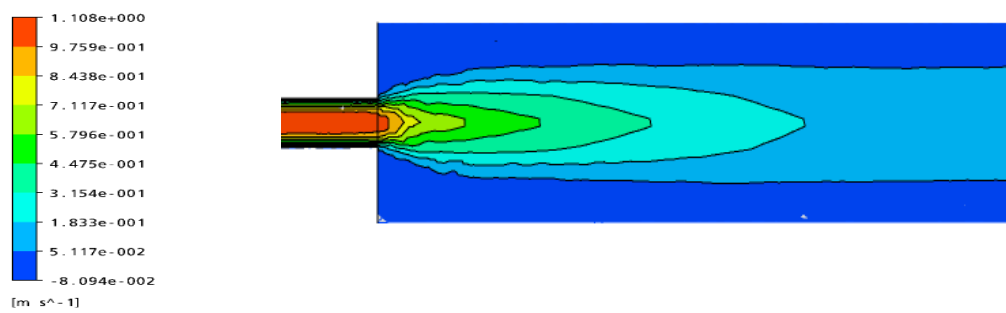
**Figure V.2** : Lignes de courant pour  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$



$Re = 150$

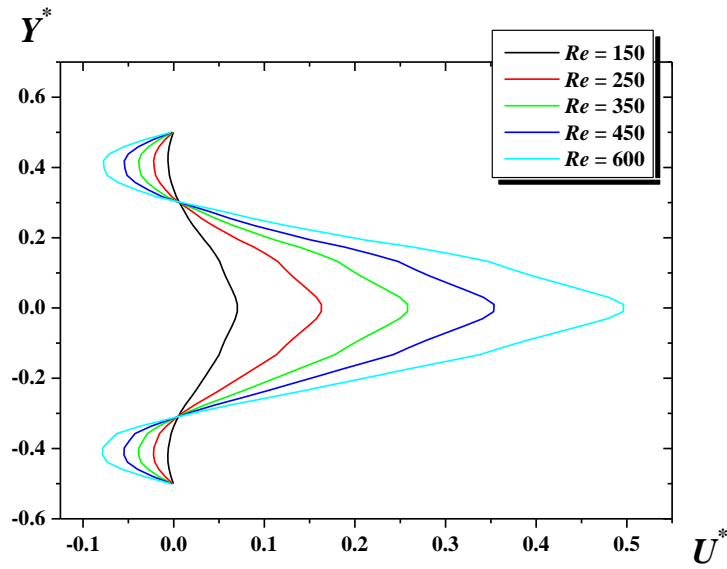


$Re = 250$

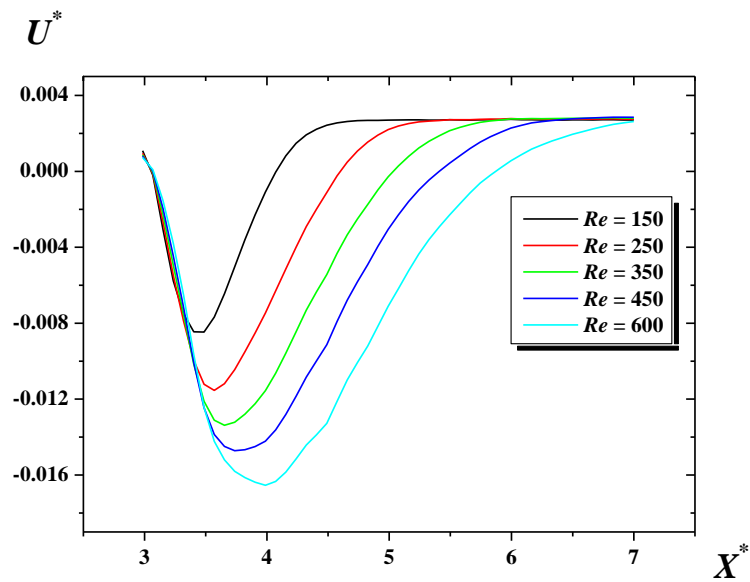


$Re = 600$

Figure V.3 : Contours de vitesse pour  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$



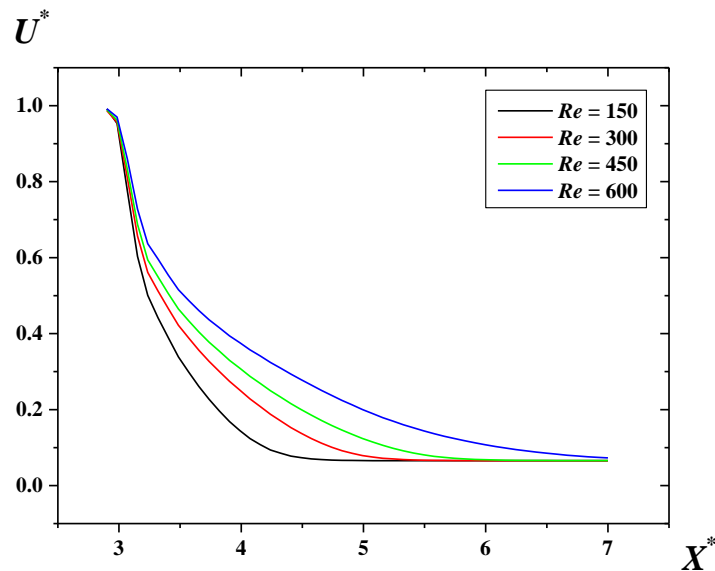
**Figure V.4 :** Variations de vitesse axiale pour une position juste après la singularité,  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$



**Figure V.5 :** Evolution de vitesse axiale sur la paroi (à partir de la singularité) pour  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$



Suivant la hauteur du tube et à une position proche du coin sortant, la vitesse réduite est relevée pour différents nombre de Reynolds. On remarque que les mouvements de particules fluides sont plus intenses au niveau central, dès qu'on s'approche vers les parois cette intensité diminue jusqu'à devenir nulle. Les signes moins indique l'existence d'un tourbillon, cette structure est analysée par la Figure V.5 où les vitesses sont relevées au contact immédiat avec la paroi. Avec l'accroissance du régime hydrodynamique, le vortex devient encore plus vaste.



**Figure V.6** : Evolution de vitesse axiale sur la ligne centrale (à partir de la singularité)  
pour  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$

A partir de la singularité et suivant la direction longitudinale, la vitesse axiale est suivie (Figure V.6). A une certaine distance de l'élargissement, les profils se réunies pour atteindre la même valeur faible, mais avant cela, on note que la décroissance est plus rapide à faible Re, autrement dit : pour Re plus important, le jet est plus long et épais.

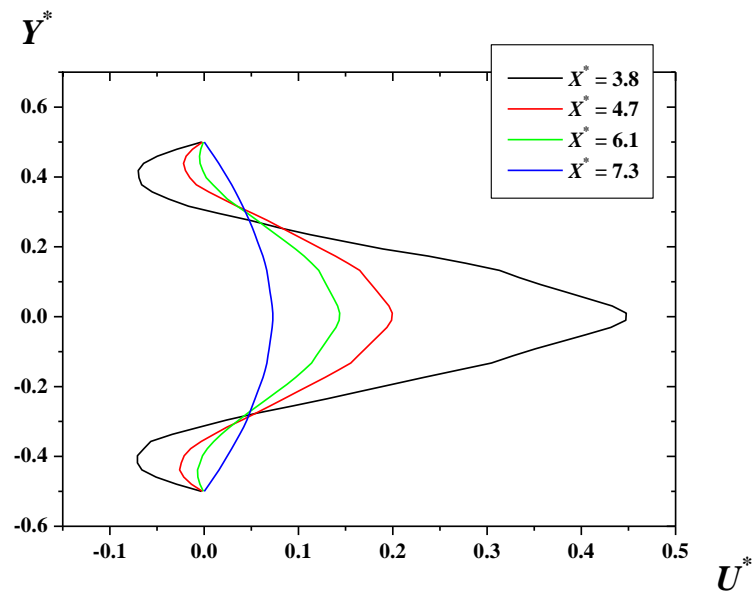


Figure V.7 : Variations de vitesse axiale pour  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>],  $d/D = 0.25$

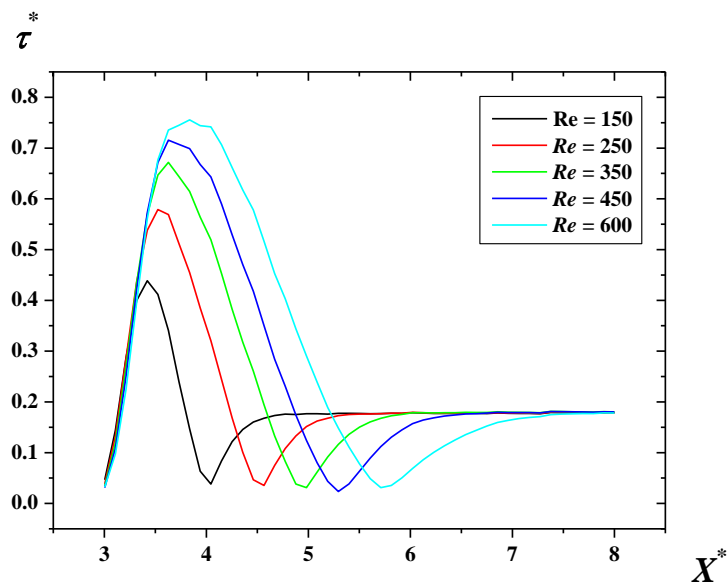


Figure V.8 : Contraintes de cisaillement (à partir de la singularité)  
pour  $n = 0.83$ ,  $d/D = 0.25$

La Figure V.7 permet de décrire le champ hydrodynamique de l'écoulement moyen au passage de la singularité. La couche limite amont décolle au sommet du coin pour donner naissance à une couche de cisaillement du fait de la présence d'un fort gradient de pression défavorable (i.e. la pression augmente suivant la direction de l'écoulement) (Figure V.8). La ligne de séparation entre l'écoulement moyen et la zone de recirculation est légèrement courbée et la couche de cisaillement assez fine pour ne pas être affectée par la présence des parois. Lors de l'impact de celle-ci sur la paroi, une partie de l'écoulement est dévié vers l'amont pour former une zone de recirculation tandis que l'autre partie est convectée vers l'aval avec une décroissance de l'échelle des tourbillons qu'elle contient.

Ces structures sont intenses et visibles surtout près de la singularité (Figure V.7) au niveau de la couche de cisaillement alors qu'elles sont progressivement atténuées à mesure que l'on s'approche de la frontière de sortie de l'écoulement.

V.4. Influence des propriétés rhéologiques du fluide

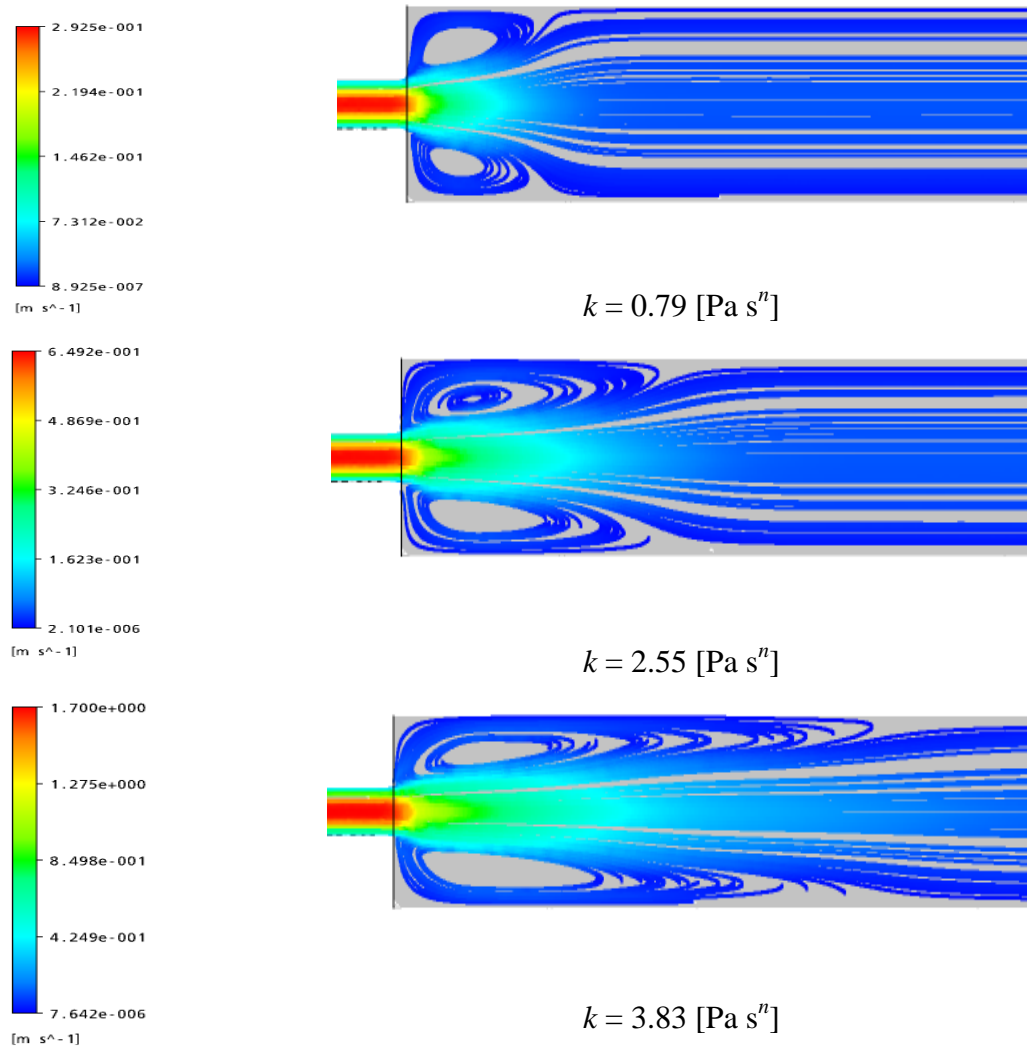


Figure V.9 : Lignes de courant pour  $Re = 180$ ,  $d/D = 0.25$

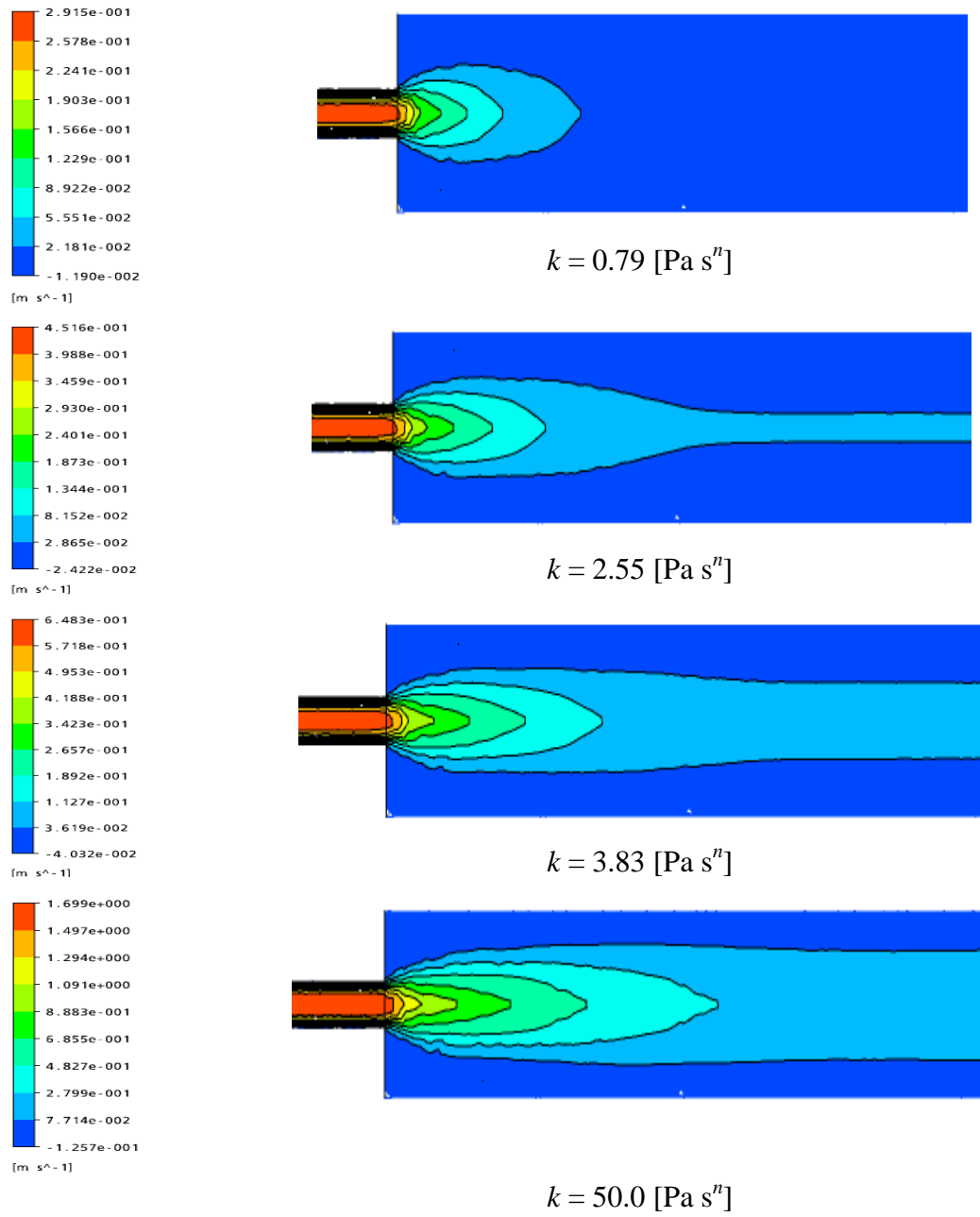
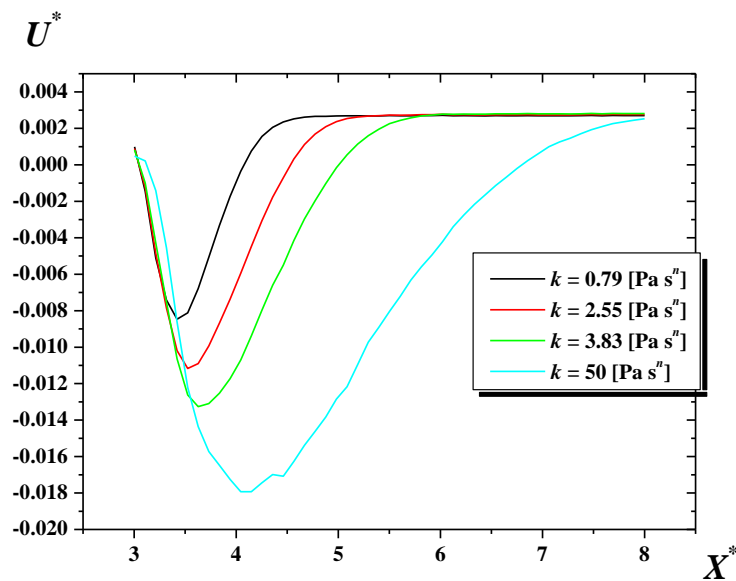


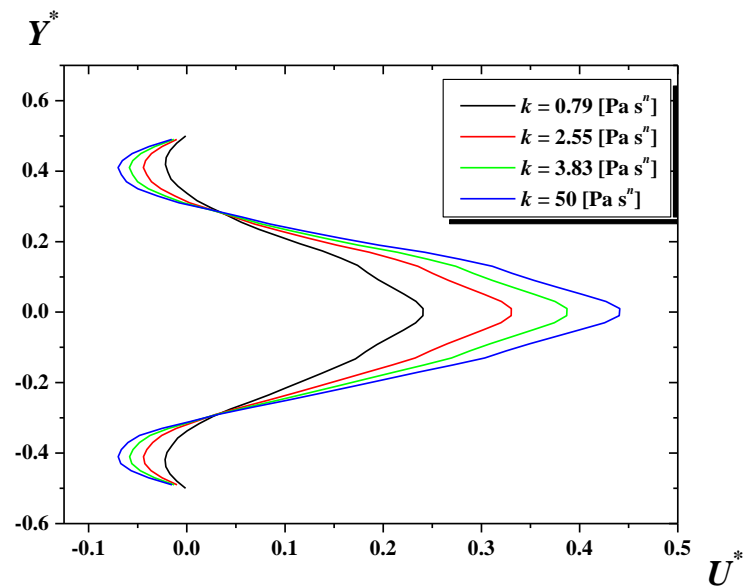
Figure V.10 : Contours de vitesse pour  $Re = 130$ ,  $d/D = 0.25$

Les propriétés rhéologiques du fluide sont l'un des paramètres qui présentent de forte influence sur l'hydrodynamique induite. Quatre différentes valeurs de l'indice de consistance ont été mis en précédé pour effectuer l'investigation.

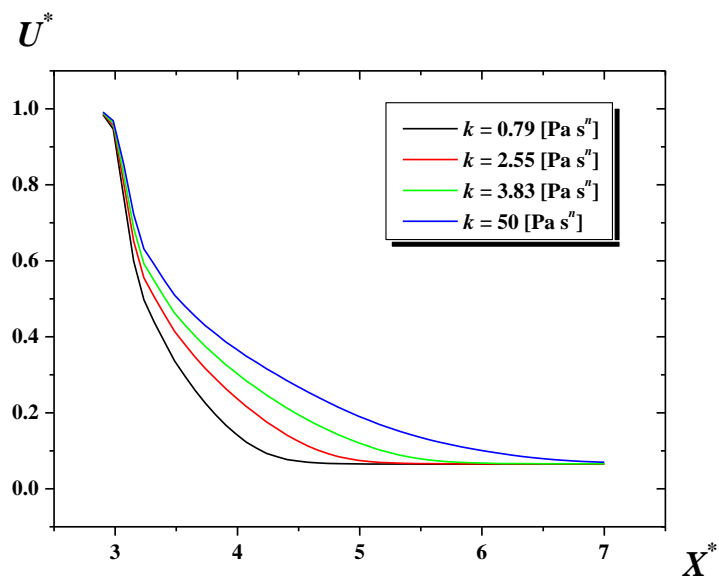
Figure V.9 : lorsque l'indice de consistance ( $k$ ) continue d'augmenter le taux d'amplification des instabilités augmente également et l'intensité de l'émission tourbillonnaire s'accroît. Il en résulte une forte modification de la zone de recirculation due au transport convectif efficace de la quantité de mouvement du volume vers la paroi (Figure V.11). Une autre conséquence est que le jet devient plus long (Figure V.10).



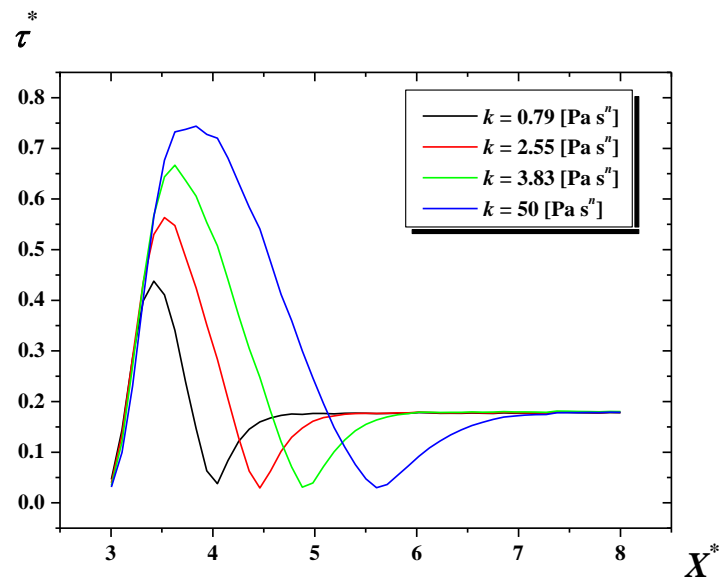
**Figure V.11** : Variations de vitesse sur la paroi pour  $Re = 130$ ,  $d/D = 0.25$



**Figure V.12 :** Variations de vitesse suivant la hauteur de la conduite pour une position juste après la singularité,  $Re = 130$ ,  $d/D = 0.25$



**Figure V.13 :** Variations de vitesse sur la ligne centrale ( $Y^* = 0$ ) pour  $Re = 180$ ,  $d/D = 0.25$



**Figure V.14** : Contraintes de cisaillement pour  $Re = 150$ ,  $d/D = 0.25$ ,  $Y^* = 0.5$

Le phénomène étudié précédemment est confirmé par les Figures V.12 et V.13, une fois par le suivi de l'évolution de la vitesse suivant la verticale proche du coin pour analyser la taille des vortex, et autre fois par la représentation de la même variable mais suivant la dimension longitudinale pour valoriser la longueur et l'épaisseur du jet.

Ceci est dû aux contraintes de cisaillement qui s'intensifient pour les fluides très visqueux (Figure V.14).



V.5. Influence du rapport d'aspect

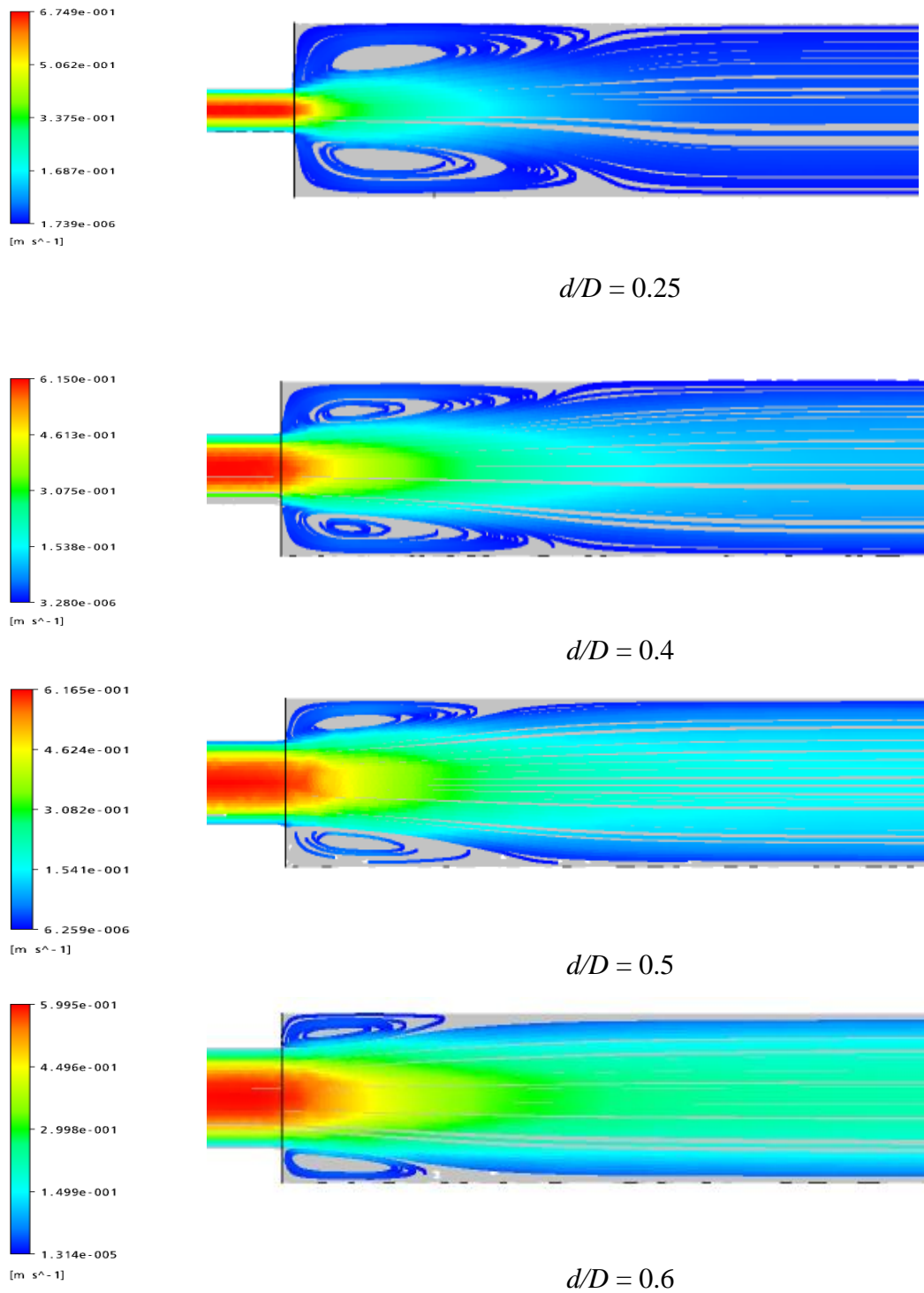
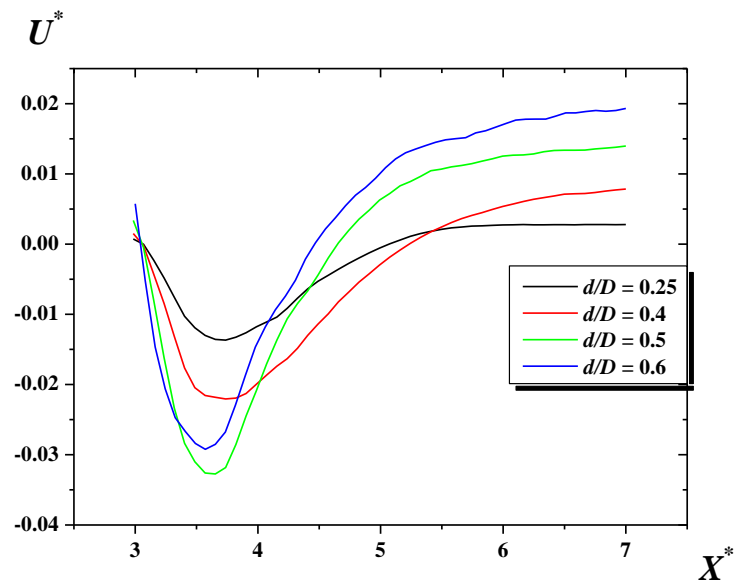


Figure V.15 : Lignes de courant pour  $Re = 180$ ,  $k = 0.79 [Pa s^n]$

Figure V.15 : Le coefficient d'expansion représente en fait une mesure du gradient de pression adverse agissant sur la couche de cisaillement ainsi qu'une mesure du gradient de pression défavorable agissant sur la région de recirculation. Avec l'augmentation de  $S$  la taille de vortex est en croissance, mais si  $d/D > 5$ , la longueur d'établissement va diminuer. Une grande valeur du rapport  $d/D$  permet de minimiser les effets du gradient de pression dus à l'expansion.

Ce phénomène est vérifié par le suivi de la variation de la vitesse réduite au niveau de la paroi (Figure V.16).



**Figure V.16** : Variations de vitesse sur la paroi pour  $Re = 180$ ,  $k = 0.79$  [ $\text{Pa s}''$ ]

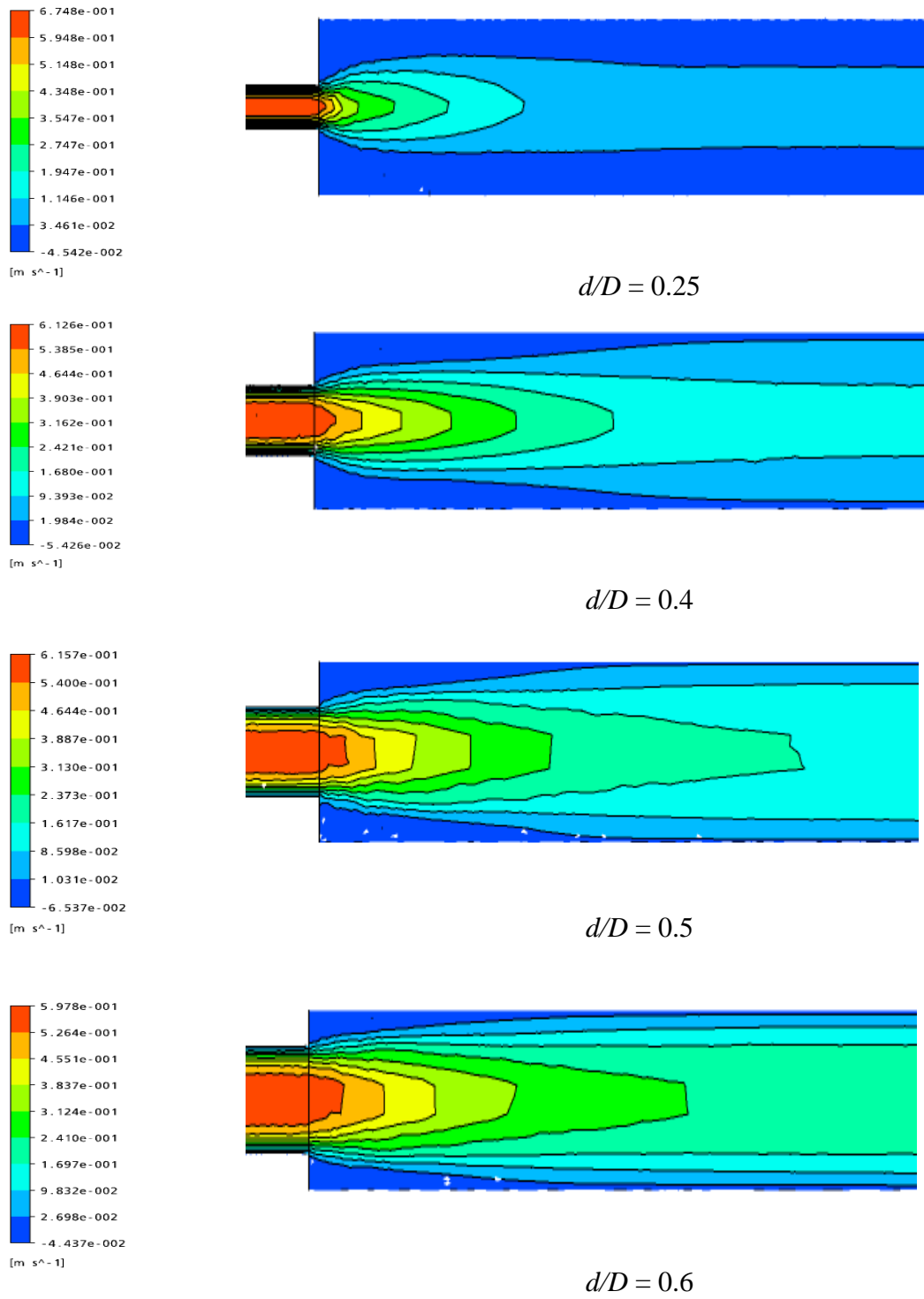
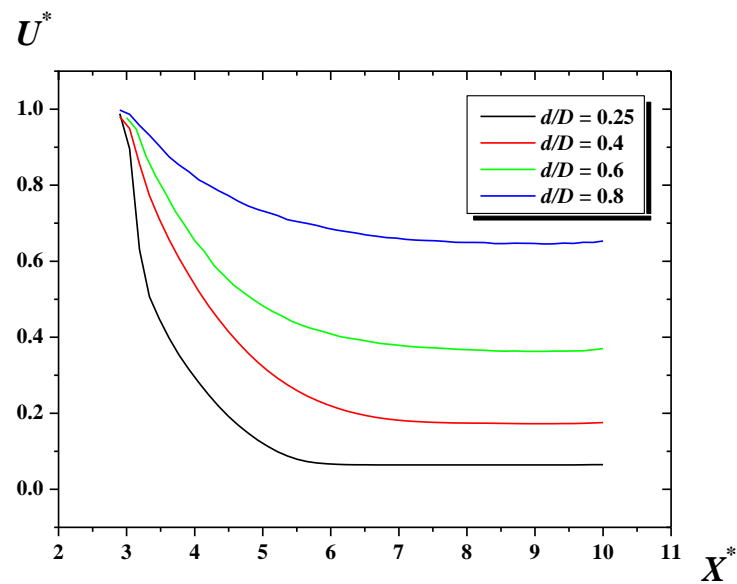


Figure V.17 : Contours de vitesse pour  $Re = 180, k = 0.79 \text{ [Pa s}^n]$

Les contours montrés sur la Figure V.17 illustrent l'influence du rapport d'aspect sur la longueur et l'expansion du jet et qui devient puissant pour  $d/D$  encore important, mais il y a une certaine limite au delà du quelle la longueur du jet va diminuer du nouveau, la puissance se perd en expansion.

Le phénomène est encore étudié par la Figure V.18, sous une autre forme. L'expansion du jet est en proportionnalité avec le rapport d'aspect.



**Figure V.18** : Variations de vitesse sur l'axe de la conduite ( $Y^* = 0$ )  
pour  $Re = 180$ ,  $k = 0.79$  [Pa s<sup>n</sup>]

# *Conclusion générale*

L'écoulement à travers un élargissement brusque est caractérisé par un décollement du fluide sur une arête vive à  $90^\circ$  et par la formation des tourbillons en aval de la singularité. Le point de rattachement correspond à la position d'équilibre entre le tourbillon et l'écoulement principal.

Différents paramètres pouvant affecter la structure des écoulements induits : le régime hydrodynamique, les propriétés du fluide (comme la viscosité) et les conditions géométriques (comme le rapport d'aspect).

La taille du vortex augmente et se déplace plus loin en aval lorsque la viscosité du fluide et le nombre de Reynolds augmente dans le régime laminaire, diminue et se déplace en amont pour le rapport d'aspect supérieur à 5.

Plus l'écoulement est rapide, l'indice de consistance du fluide et le rapport d'aspect sont importantes, plus la longueur et l'expansion du jet deviennent considérables, mais à une certaine limite du  $d/D$ , le jet perd son intensité en longueur pour devenir plus épais.

## *Nomenclature*

$S$	Section
$R$	Rayon
$Re$	Nombre de Reynolds
$K$	Coefficient d'équilibre
$L$	La longueur de la conduite .
$D$	Grand diamètre de la conduite .
$d$	Petit diamètre de la conduite .
$d/D$	Rapport d'aspect
$v$	Volume
$V$	Vitesse du fluide en $m/s$ .
$Z$	Dénivelé vertical du conduit en mètres.
$P$	Pression statique en pascals.
$g$	Gravité terrestre $9.81 m/s^2$ .
$k$	Constante de fluide.
$n$	Indice d'écoulement.
$h$	L'enthalpie spécifique
$qm$	Débit massique
$qv$	Débit volumique
$u$	Vitesse moyennée
$\mu$	Viscosité dynamique
$\sigma$	Contrainte
$\nabla$	Opérateur nabla
$\Delta$	Delta
$\rho$	Masse volumique en $Kg/m^3$ .
$\lambda$	Coefficient de perte de charge régulière
$\Delta H$	Variation d'enthalpie.
$Q$	Chaleur échangée avec le milieu extérieur.
$W_u$	Travail utile échangé.
$\Delta\tau$	Tenseur des contraintes

$\dot{\gamma}$	Gradient de vitesse
$\Gamma_\phi$	Coefficient de diffusion de $\phi$ .
$S_\phi$	terme de la source.
$\varepsilon$	Tenseur de déformation
$\phi$	Variable dépendante générale
$U^*$	$= u/U$ : vitesse d'entrée / variable $U$
$Y^*$	$= y/D$ : l'axe $y$ / Diamètre
$X^*$	$= x/D$ : l'axe $x$ / Diamètre



## *Liste des figures*

	page
<b>Figure I.1</b> : L' interface du tube de venturi .....	03
<b>Figure I.2</b> : Théorème D'Euler à un changemnet de section.....	06
<b>Figure I.3</b> : Graphe de chute de pression totale $\Delta P_t$ .....	08
<b>Figure I.4</b> : Perte des charges sur une longueur $L$ de conduite de diamètre $D$ .....	10
<b>Figure I.5</b> : Profil d'écoulement turbulent et laminaire.....	10
<b>Figure I.6</b> : Diagramme de Moody.....	11
<b>Figure I.7</b> : Siège de pertes de charge dues à la présence de zones de turbulences...	12
<b>Figure I.8</b> : Schéma des quelques singularités typiques avec les coefficients de perte de charge.....	14
<b>Figure II.1</b> : Présentation graphique de la contrainte et vitesse de cisaillement.....	16
<b>Figure II.2</b> : Caractéristiques d'un fluide Newtoniens.....	18
<b>Figure II-3</b> : Caractéristiques d'un fluide plastique.....	18
<b>Figure II.4</b> : Caractéristiques d'un fluide non ideal.....	19
<b>Figure II.5</b> : Caractéristiques d'un fluide épaississant.....	20
<b>Figure II.6</b> : Caractéristique d'un fluide thixotrope.....	20
<b>Figure II.7</b> : Rhéogramme d'un fluide non newtonien dépendant du temps.....	21
<b>Figure III.1</b> : Arrangement des grilles numériques de discrétisation.....	25
<b>Figure III.2</b> : méthode de discrétisation.....	26
<b>Figure III.3</b> : Nœuds de discrétisation en séries de Taylor.....	26
<b>Figure III.4</b> : Arrangement des volumes de contrôle.....	29
<b>Figure III.5</b> : Volume de contrôle ( $v$ ).....	30
<b>Figure IV.1</b> : Les modules principaux du CFX 16.0.....	32
<b>Figure IV.2</b> : Géométrie du domaine de calcul .....	34
<b>Figure IV.3</b> : Le maillage tétrahedral généré.....	35
<b>Figure IV.4</b> : Convergence de la solution vers une erreur de $10^{-5}$ .....	36
<b>Figure V.1</b> : Evolution de la vitesse axiale pour $n = 0.6$ , $d/D = 0.112$ .....	38
<b>Figure V.2</b> : Lignes de courant pour $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	39
<b>Figure V.3</b> : Contours de vitesse pour $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	40
<b>Figure V.4</b> : Variations de vitesse axiale pour une position juste après la singularité, $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	41

<b>Figure V.5</b> : Evolution de vitesse axiale sur la paroi (à partir de la singularité) pour $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	<b>41</b>
<b>Figure V.6</b> : Evolution de vitesse axiale sur la ligne centrale (à partir de la singularité) pour $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	<b>42</b>
<b>Figure V.7</b> : Variations de vitesse axiale pour $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ], $d/D = 0.25$ .....	<b>43</b>
<b>Figure V.8</b> : Contraintes de cisaillement (à partir de la singularité) pour $n = 0.83$ , $d/D = 0.25$ .....	<b>43</b>
<b>Figure V.9</b> : Lignes de courant pour $Re = 180$ , $d/D = 0.25$ .....	<b>45</b>
<b>Figure V.10</b> : Contours de vitesse pour $Re = 130$ , $d/D = 0.25$ .....	<b>46</b>
<b>Figure V.11</b> : Variations de vitesse sur la paroi pour $Re = 130$ , $d/D = 0.25$ .....	<b>47</b>
<b>Figure V.12</b> : Variations de vitesse suivant la hauteur de la conduite pour une position juste après la singularité, $Re = 130$ , $d/D = 0.25$ .....	<b>48</b>
<b>Figure V.13</b> : Variations de vitesse sur la ligne centrale ( $Y^* = 0$ ) pour $Re = 180$ , $d/D$ $= 0.25$ .....	<b>48</b>
<b>Figure V.14</b> : Contraintes de cisaillement pour $Re = 150$ , $d/D = 0.25$ , $Y^* = 0.5$ .....	<b>49</b>
<b>Figure V.15</b> : Lignes de courant pour $Re = 180$ , $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ].....	<b>50</b>
<b>Figure V.16</b> : Variations de vitesse sur la paroi pour $Re = 180$ , $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ].....	<b>51</b>
<b>Figure V.17</b> : Contours de vitesse pour $Re = 180$ , $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ].....	<b>52</b>
<b>Figure V.18</b> : Variations de vitesse sur l'axe de la conduite ( $Y^* = 0$ ) pour $Re = 180$ , $k = 0.79$ [Pa s <sup>n</sup> ].....	<b>53</b>

## *Liste des Tableaux*

	<b>page</b>
<b>Tableau III.1</b> : Termes de l'équation généralisée.....	<b>24</b>
<b>Tableau IV.1</b> : Influence des propriétés rhéologiques du fluide.....	<b>35</b>

## *Références Bibliographiques*

- Ameur, H. Simulation des fluides visqueux dans une cuve agitée par des mobiles à pales, à disques, hélicoïdaux et Maxblend. *Thèse de Doctorat*, USTO-MB, 2012.
- Armaly B.F., Li A., Nie J. H. Three-dimensional forced convection flow adjacent to backward-facing step. *AIAA J. Thermophys. Heat Transfer*, 16, 222–227, 2002.
- Ben Hamouda R. Notions de mécanique des fluides. Centre de Publication Universitaire, 2008.
- Chaussement S. Statique et Dynamique des fluides. Université d'Anges, 2011.
- Chiang T.P., Sheu T. W. H. A numerical revisit of backward-facing step flow problem. *Phys. Fluids*, 11, 862–874, 1999.
- Eaton J.K. Turbulent flow reattachment: an experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step. *Thèse de Doctorat*, Stanford University, 2000.
- Gilli M. Méthodes numériques. Université de Genève, 2006.
- Hammad F. Cours mécanique des fluides. Université A.MIRA BEJAIA, 2010.
- Kahine K., Nguyen V.T., Lebouché M. Ecoulement de fluides non newtoniens à travers des élargissements brusques. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 24, 1103–1112, 1997.
- Mahfoud M., Benhadid S., Lebouché M. Étude du comportement d'un fluide non-newtonien dans une conduite avec contraction brusque 4 : 1. *C. R. Mécanique*, 336, 616–621, 2008.
- Matene E. Méthode numérique de résolution des équations de Navier-stokes. Support de cours, Université Djilali Bounaama Khemis Miliana, 2010.
- Nguyen V.T., Kahine K., Lebouché M. Etude numérique de l'écoulement de fluides non newtoniens à travers un élargissement brusque. *Mécanique des fluides*, 327, 91–94, 1999.

Youcefi A. Etude expérimentale de l'écoulement d'un fluide viscoélastique autour d'un agitateur bipale en cuve agitée. *Thèse de Doctorat* Institut National Polytechnique Toulouse, 1993.