



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE



Département de Technologie

Mémoire

En vue de l'obtention du

Diplôme de MASTER LMD

Présente par :

Aliouane Imane

Le jeudi 20 Juin 2019

***Etude numérique par Matlab de l'instabilité de
Rayleigh-Bénard d'un nano-fluide par la
méthode des différences finies***

Membre du JURY

Dr. Khatir Naima	Président	CU.Naâma
Dr. Benameur Benameur	Examineur	CU.Naâma
Dr. Ameer Houari	Examineur	CU.Naâma
Dr. Kaid Noureddine	Encadreur	CU.Naâma

Année Universitaire 2018/2019

Dédicaces

*A mon père que dieu ait pitié de lui et ma très chère
maman que Allah me le garde,*

*Qui m'ont éclairé le chemin en me donnant la main tout au
long de mes années d'étude.*

A mes frères.

A mes sœurs.

A tous mes amis sans exception.

Remerciements

*Mon premier remerciement va à **Allah** le tout puissant qui nous
éclaire le bon chemin.*

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur

*Monsieur **Kaid Noureddine** pour son aide et ses conseils qui
ont contribué à la réalisation de ce travail, et particulièrement
apprécié ses encouragements, ses conseils et la liberté qu'il m'a
accordé dans la poursuite de mon travail.*

A tous mes

*professeurs du département de Génie Mécanique et les
enseignants, qui ont contribué de près ou de loin de m'avoir
aidé.*

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Table des matières	iii
Liste des figures	vi
Liste des tableaux	viii
Liste des abréviations	ix
Introduction générale	1
Chapitre I. Généralités et recherches bibliographique	3
I.1 INTRODUCTION :	3
I.2 PRINCIPES GÉNÉRAUX ET NOTIONS DE BASE :	3
I.2.1 La chaleur :.....	3
I.2.1.1 Unités de chaleur :.....	3
I.2.1.2 Flux de chaleur :.....	4
I.2.2 La température :	4
I.2.3 Transfert de chaleur :.....	4
I.2.3.1 Définition :	5
I.2.3.2 Modes de transfert de chaleur :	5
• Conduction :.....	5
• Rayonnement :	6
• Convection :.....	7
I.2.4 Les nanofluides :	11
I.2.4.1 Les propriétés du nanofluide	11
I.2.5 Les coefficients du transfert thermique :	13
I.2.5.1 Nombre de Rayleigh :	13
I.2.5.2 Nombre de Nusselt :.....	14
I.2.5.3 Nombre de Prandtl :	14
I.2.5.4 Nombre de Reynolds :.....	15

I.2.5.5	Nombre de Peclet :	16
I.2.5.6	Nombre de Grashof :	16
I.2.6	Approximations de Boussinesq :	16
I.3	RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES :	17
Chapitre II. modèle physique et formulation mathématique.....		24
II.1	INTRODUCTION :	24
II.2	DESCRIPTION DU PROBLEME :	24
II.2.1	Mécanisme physique :	24
II.2.2	Model physique:	25
II.3	FORMULATION MATHÉMATIQUES :	26
II.3.1	Loi de conservation de la masse ou l'équation de continuité.....	26
II.3.2	Deuxième loi de Newton (principe de conservation de quantité de mouvement) ou les équations de quantité de mouvement.....	26
II.3.3	Loi de conservation d'énergie (premier principe de la thermodynamique) ou l'équation d'énergie.....	27
II.4	HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :	27
II.5	PARAMÈTRES CARACTÉRISTIQUES ET ADIMENSIONNEMENT DES ÉQUATIONS DU PROBLEME :	29
II.6	CALCUL DU NOMBRE DE NUSSELT MOYEN:	30
II.7	LA FORMULATION EN FONCTION DE VORTICITÉ ω ET DE FONCTION DE COURANT ψ :	30
II.8	CONDITIONS AUX LIMITES :	31
II.9	LES CONDITIONS CFL (COURANT–FRIEDRICH–LEWY) :	32
II.10	CONCLUSION :	33
Chapitre III. Discrétisations et maillage.....		34
III.1	INTRODUCTION :	34
III.2	CHOIX DE LA MÉTHODE NUMÉRIQUE :	34
III.3	MAILLAGE	35
III.4	DISCRETISATION DES DIFFÉRENTES DÉRIVÉES.....	36
III.5	DISCRETISATION DES SYSTÈMES DES ÉQUATIONS.....	37
III.5.1	Discrétisation de l'équation d'énergie.....	37
III.5.2	Discrétisation de l'équation de Vorticité	38
III.5.3	Discrétisation de l'équation de La Fonction de Courant :	39
III.5.4	Discrétisation du Champ De Vitesses :	39

III.5.5	Discrétisation des Conditions aux Limites et conditions initiales :	40
III.5.5.1	Les Conditions aux Limites :	40
•	La température et la vitesse, La fonction de courant :	40
•	La vorticité :	40
III.5.5.2	Les conditions initiales :	41
III.6	ALGORITHME ET ORGANIGRAMME	42
III.7	CONCLUSION :	44
Chapitre IV. Résultats et discussions		45
IV.1	INTRODUCTION :	45
IV.2	OPTIMISATION DU MAILLAGE :	45
IV.3	VALIDATION DE CODE DE CALCUL :	45
IV.4	RESULTATS	48
IV.5	EFFET DU RAPPORT DE FORME SUR LES CHAMPS THERMIQUE ET DYNAMIQUE :	48
IV.5.1	Le champ thermique :	48
IV.5.2	profil de température:	52
IV.5.3	champ dynamique :	55
IV.5.4	Champ de vitesse:	58
IV.5.5	Profil de vitesse:	64
IV.6	EFFET DU NANOFLUIDE :	68
IV.7	EFFET DES PARTIES ACTIVES :	69
IV.8	EFFET D'UNE AILETTE	70
IV.9	EFFET DU RAPPORT DE FORME SUR LE TAUX DE TRANSFERT DE CHALEUR :	71
IV.9.1	Nusselt moyen:	71
IV.9.2	Nusselt local:	72
IV.10	CONCLUSION	75
Conclusion générale.....		76
Bibliographie		79
Résumé:		82

Liste des figures

Figure 1. Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh –Bénard.	9
Figure 2. Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard.....	10
Figure 3. Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal.....	10
Figure 4. Les configurations étudiés dans cette étude.....	26
Figure 5. Schéma du maillage structuré.....	35
Figure 6. fragment code Matlab pour la température.....	38
Figure 7. fragment du code du Matlab pour la vorticité.....	39
Figure 8. L’organigramme du programme.....	43
Figure 9. Comparaison des isothermes (a) Présent travail (b) Résultats numérique de M. Corcione[28].....	46
Figure 10. Comparaison des lignes de courant (a) Présent travail (b) Résultats numérique de M. Corcione [28].....	47
Figure 11. Comparaison des nombres Nusselt moyenne à différents nombres de Rayleigh.....	48
Figure 12. Contours des isothermes pour $Ar = 1$ et différents nombres de Rayleigh	49
Figure 13. Contours des isothermes pour $Ar = 2$ et différents nombres de Rayleigh.	49
Figure 14. Contours des isothermes pour $Ar = 3$ et différents nombres de Rayleigh.	50
Figure 15. Contours des isothermes pour $Ar = 6$ et différents nombres de Rayleigh.	51
Figure 16. profile de température pour $Ar=1$	52
Figure 17. profile de température pour $Ar=2$	53
Figure 18. profile de température pour $Ar=3$	53
Figure 19. profile de température pour $Ar=6$	54
Figure 20. La température moyenne pour différent Ra	54
Figure 21. Contours des lignes de courant pour $Ar = 1$ et différents Rayleigh.....	55
Figure 22. Contours des lignes de courant pour $Ar = 2$ et différents Rayleigh.....	55

Figure 23. Contours des lignes de courant pour $Ar = 3$ et différents Rayleigh.....	56
Figure 24. Contours des lignes de courant pour $Ar = 6$ et différents Rayleigh.....	57
Figure 25. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra = 10^3$ et $1 \leq Ar \leq 6$	58
Figure 26. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra = 10^4$ et $1 \leq Ar \leq 6$	59
Figure 27. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra = 10^5$ et $1 \leq Ar \leq 6$	60
Figure 28. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra = 10^3$ et $1 \leq Ar \leq 6$	61
Figure 29. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra = 10^4$ et $1 \leq Ar \leq 6$	62
Figure 30. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra = 10^5$ et $1 \leq Ar \leq 6$	63
Figure 31. profile des vitesse V et U pour $Ar = 1$	64
Figure 32. profile de vitesse V et U pour $Ar = 2$	65
Figure 33. profile de vitesse V et U pour $Ar = 3$	66
Figure 34. profile de vitesse V et U pour $Ar = 6$	67
Figure 35. la vitesse V moyenne en fonction Ra pour différent Ar	68
Figure 36. Contour des isothermes et des lignes des courants pour $Ar = 2$, nanofluide (Al_2O_3), $C = 0.04$, $Ra = 10^4$	68
Figure 37. Contour des isothermes et des lignes des courants pour $Ar = 2$, nanofluide (Al_2O_3), $C = 0.04$, $Ra = 10^5$	69
Figure 38. Contour des isothermes et des lignes des courants pour différents nombre de Rayleigh $Ar = 1$	70
Figure 39. Contour des isothermes et des lignes des courants pour l'ailette chaude (a), l'ailette adiabatique (b) avec $Ra = 103$	70
Figure 40. Contour des isothermes et des lignes des courants pour l'ailette chaude (a), l'ailette adiabatique (b) avec $Ra = 10^4$	71
Figure 41. Nusselt moyenne en fonction Ra pour différent Ar	72
Figure 42. Nusselt local pour $Ar = 1$ et différent Ra	73
Figure 43. Nusselt local pour $Ar = 2$ et différent Ra	73
Figure 44. Nusselt local pour $Ar = 3$ et différent Ra	74
Figure 45. Nusselt local pour $Ar = 6$ et différent Ra	74

Liste des tableaux

Tableau 2. Nombre de Prandtl pour différents nanofluides en fonction de la fraction volumique... .	15
Tableau 3. Les conditions aux limites associées au problème	32
Tableau 4. Conditions aux limites sous forme adimensionnelle	32
Tableau 5. Les conditions aux limites de la vitesse et de température	40
Tableau 6. Conditions aux limites de la vorticité	41
Tableau 7. montre la sensibilité des résultats numériques aux maillages	45

Liste des abréviations

Symboles latines

C_p	Chaleur spécifique à pression constante	$(\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1})$
g	Accélération de la pesanteur	(ms^{-2})
H	Hauteur de la cellule selon \overline{oz}	
h	Coefficient de transfert de chaleur	$(\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1})$
K	Conductivité thermique	$(\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1})$
L	Longueur de la cellule selon ox	
Nu	Nombre de Nusselt, Nu	
P	Pression	(Pa)
Pr	Nombre de Prandtl,	
Q	Flux de chaleur	(W)
R_{ac}	Nombre de Rayleigh critique	
Ra	Nombre de Rayleigh	
T_f	Température de la paroi froide	(K)
T_c	Température de la paroi chaude	(K)
T	Température	(K)
u, w	Composantes des vitesses	(ms^{-1})
C	Fraction volumique	

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique	$(\text{m}^2\text{s}^{-1})$
β	Coefficient d'expansion thermique	(K^{-1})
μ	Viscosité dynamique	$(\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1})$
φ	Fraction volumique des nanoparticules	
ρ	Masse volumique	(Kg m^{-3})
ν	Viscosité cinématique	$(\text{m}^2\text{s}^{-1})$

Indices

np	Nanoparticule
F	Fluide
nf	Nanofluide
C	Paroi chaude
F	Paroi froide

Introduction générale

La théorie de transfert de la chaleur est une science, qui étudie la façon, dont la chaleur se propage d'une région à une autre, sous l'influence d'une différence de température.

Ce phénomène est très important dans les domaines des sciences technologiques, des conceptions techniques et de l'industrie, il existe dans chaque aspect de la vie et a un grand champ d'application. C'est un processus complexe, qui est réalisé sur la base des différentes modes fondamentaux à savoir : la conduction, la convection et le rayonnement.

Le mécanisme le plus important de transfert d'énergie est représenté par le mode de convection, qui s'effectue par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation d'énergie et du mouvement du milieu.

Compte tenu des forces, qui produisent le mouvement du fluide on distingue deux type de convection : forcée et naturelle ou libre.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essai numérique et expérimentale portant sur la description des phénomènes géant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans la quelle a lieu (géométrie spécial), et les propriétés des fluides impliquées (propriétés physico-chimiques).

Chronologiquement, bien que les idées d'amélioration aient touché surtout la géométrie des systèmes, et la nature physico-chimique des milieux convectifs, les travaux n'ont touché que l'ordre macroscopique ou parfois microscopique du processus. Mais avec l'apparition et le développement rapide des nanosciences et nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20ème siècle, la convection a pris une grande part de cette nouvelle richesse, et a pris un autre aspect de perfectionnement : c'est au niveau nanométrique de la matière du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Les nanofluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Ces derniers sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide de base quelconque. Grace à leur propriété physico-chimique particulière et intéressante telle que leur importante conductivité thermique. Dans ce contexte nous avons choisi d'aborder la

programmation par logiciel Matlab le problème de convection naturelle de l'air ou bien d'un nanofluide confinée dans une cavité de Rayleigh-Bénard rectangulaire horizontale soumise à un gradient de température vertical.

Nous allons étudier dans cette configuration le taux de transfert de chaleur par convection qui est décrit par le nombre de Nusselt (Nu) pour un nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^5 et pour différents facteurs de forme (Ar) et différentes répartitions des parties actives et adiabatiques, puis pour différents nombres de Prandtl (Pr) selon le fluide de convection et la fraction volumique.

Cette présente étude est divisée en quatre chapitres :

Ce mémoire débute par une introduction générale sur le transfert thermique et son importance, en présentant l'objectif essentiel du présent travail.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des notions de base et des généralités dans le transfert de chaleur, puis la présentation des nanofluides et de leurs propriétés thermophysiques en cas général. À la fin de ce chapitre une synthèse bibliographique sur la convection naturelle dans les cavités est également présentée.

Le deuxième chapitre présente la configuration géométrique du problème à étudier, ainsi que le modèle mathématique contenant les équations, qui régissent le phénomène de la convection naturelle de Rayleigh Bénard dans le cas où le fluide est assimilé à un fluide incompressible dans un écoulement laminaire avec des caractéristiques thermophysiques particulières dans le cas où on a un nanofluide.

Le troisième chapitre s'intéresse à la description de la méthode des différences finies, ainsi que la discrétisation des équations différentielles du modèle mathématique obtenu. Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations et comparaisons avec les résultats contenus dans la littérature.

Enfin nous terminerons cette étude par une conclusion générale, qui résume les principaux résultats de simulation et les aspects positifs et les acquis de la recherche.

Chapitre I. Généralités et recherches bibliographique

I.1 Introduction :

Ce chapitre a pour but de présenter les connaissances actuelles relatives à le transfert du chaleur, les nanofluides ainsi à décrire l'influence de plusieurs paramètres sur la convection naturelle et nous allons décrire des travaux consacrés aux ayant pour but l'étude de ce phénomène, tant d'un point de vue théorique qu'expérimental.

I.2 Principes généraux et notions de base :

I.2.1 La chaleur :

En physique, on appelle chaleur une forme particulière de l'énergie. Cette équivalence de la chaleur et du travail constitue le premier principe de la thermodynamique.

Dans l'étude des transferts thermiques se trouvent les concepts de quantité de chaleur et de différence de température. Le transfert de chaleur d'une partie d'une substance à une autre partie, ou d'un corps à un autre corps, s'effectue sous forme d'énergie cinétique d'agitation moléculaire désordonnée.

Ce transfert est le fait d'une différence de température entre les deux corps. La chaleur se propage spontanément du corps ayant la température la plus élevée vers celui ayant la température la plus basse, élevant ainsi la température de ce dernier, tout en abaissant la température du premier, dans la mesure où le volume des deux corps reste constant. Ceci constitue le second principe de la thermodynamique. Ce second principe met en évidence la notion d'irréversibilité.

La chaleur ne pourra pas se propager d'un corps froid vers un corps chaud, sauf si on fournit un travail.

I.2.1.1 Unités de chaleur :

On a vu qu'en physique, la quantité de chaleur est exprimée dans les mêmes unités que l'énergie et le travail, à savoir en Joules (J).

On utilise également la calorie (Cal), définie comme la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 1 g d'eau de 14,5 °C à 15,5 °C sous une pression de 1 atm.

L'énergie mécanique peut être convertie en chaleur par frottement, et le travail mécanique nécessaire pour produire une calorie s'appelle «l'équivalent mécanique de la calorie».

On a : 1 Cal = 4,1855 J

I.2.1.2 Flux de chaleur :

Comme on dit précisément la chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur.

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps.

I.2.2 La température :

On appelle température la grandeur physique qui mesure le degré de chaleur d'un corps ou d'un milieu.

La température est une propriété thermodynamique du corps et mesure l'agitation microscopique de la matière. Selon la théorie cinétique, la température d'un corps est fonction de l'énergie cinétique moyenne de translation de ses molécules. L'énergie cinétique d'un corps est nulle à une température appelée zéro absolu.

I.2.3 Transfert de chaleur :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

I.2.3.1 Définition :

Un transfert thermique, appelé plus communément chaleur, est un transfert d'énergie microscopique désordonnée. Cela correspond en réalité à un transfert d'agitation thermique entre particules, au gré des chocs aléatoires qui se produisent à l'échelle microscopique.

I.2.3.2 Modes de transfert de chaleur :

On distingue trois mécanismes d'échange de chaleur entre milieux matériels :

- **Conduction :**

a. Définition :

La conduction est une transmission de chaleur dans la masse d'un milieu matériel, les zones chaudes cédant de la chaleur à celles qui le sont moins. C'est le cas lorsqu'on chauffe l'extrémité d'une barre.

Au plan corpusculaire, l'interprétation est la suivante: une zone chaude est occupée par des particules à vitesse élevée, par définition même de la température. Le mouvement brownien fait constamment passer des particules d'une zone à l'autre ; mais entre zones à températures inégales, les particules ont des énergies cinétiques différentes ; le brassage a pour effet de transférer de l'énergie cinétique d'agitation, des zones chaudes vers celles qui le sont moins. La manifestation macroscopique en est un transfert de chaleur. C'est donc un mécanisme de chocs qui intervient.

b. Applications :

Le transfert de chaleur par conduction caractérise tous les transferts de chaleur qui s'effectuent dans les parois séparant deux corps à des températures différentes. C'est le cas des surfaces d'échange des échangeurs de chaleur, mais c'est aussi celui des murs et vitrages d'un bâtiment, des cuves contenant des liquides chauds ou froids, des parois des fours, etc.

Il est courant que les parois soient constituées de plusieurs matériaux ayant chacun un rôle spécifique (réfractaire, revêtement anticorrosion, isolant thermique, etc.) et qui sont des parois composites à travers lesquelles s'effectue le transfert de chaleur.

- **Rayonnement :**

- a. **Définition :**

Le rayonnement est une transmission d'énergie à distance, entre deux corps séparés ou non par un milieu matériel (transformation d'énergie thermique d'un émetteur en énergie électromagnétique, propagation, transformation partielle en énergie thermique sur un corps récepteur).

C'est le cas de l'énergie qui nous vient du soleil. L'interprétation physique est la suivante:

Tout corps émet des particules désignées par "photons"; ceux-ci se déplacent à la vitesse de la lumière et transportent une énergie fonction de leur "longueur d'onde».

Un corps A émettant des photons dans toutes les directions possibles, certains d'entre eux sont reçus par l'autre corps B, éventuellement absorbés, en tout ou partie.

Bien entendu, le corps B émet aussi des photons dont certains seront reçus et absorbés par C. Le bilan net se traduit par un échange d'énergie entre A et B.

- b. **Applications:**

Le rayonnement infrarouge est appliqué dans de très nombreux procédés industriels. Son action sur la matière est essentiellement thermique et les applications principales concernent :

- le séchage (papiers, cartons, textiles, etc.);
- la cuisson (teintures, apprêts, enductions...);
- le chauffage (avant formage de matériaux divers, traitements thermiques, soudage, chauffage de postes de travail...);
- les polymérisations (encres, revêtements, emballages...);
- la stérilisation (flacons pharmaceutiques, produits alimentaires divers...).

Le rayonnement ultraviolet est constitué de photons dont l'énergie est de l'ordre de grandeur de l'énergie des liaisons atomiques. [1]

Ceux-ci agissent sur la matière par déplacement des électrons vers des niveaux énergétiques supérieurs.

Lorsque la matière soumise au rayonnement y est sensible, il s'y produit des réactions chimiques. La partie du rayonnement ultraviolet absorbée par la matière et qui n'est pas utilisée à la réaction chimique est transformée en chaleur...

Dans la pratique, cet échauffement reste faible et le rayonnement ultraviolet est principalement utilisé dans le domaine des réticulations de films plastiques et des polymérisations de produits organiques comme les encres d'imprimerie, les laques et vernis, opérations qui sont souvent appelées improprement séchages.

- **Convection :**

- a. Définition :*

Le phénomène de convection se réfère au transfert thermique qui a lieu dans les fluides-liquides ou gaz- en mouvement.

La convection est le processus de transfert thermique déterminé par le mouvement des particules élémentaires d'un fluide- liquide ou gaz entre des zones ayant des températures différentes ; ce mouvement entraîne un mélange intense des particules fluides, qui changent de l'énergie (la chaleur) et de la quantité de mouvement (impulse) entre elles.

Ayant toujours lieu dans un milieu fluide, elle a comme caractéristique de base le fait que le transfert de chaleur est intimement lié par le mouvement de ce milieu (d'ailleurs son nom vient du verbe latin *convehere* qui signifie porté avec soi).

- b. Applications :*

Les applications du transfert de chaleur par convection sont beaucoup trop nombreuses pour que l'on puisse envisager de les citer toutes. Elles interviennent chaque fois que l'on chauffe ou que l'on refroidit un liquide ou un gaz, qu'il s'agisse de faire bouillir de l'eau dans une casserole, du radiateur de chauffage central, du radiateur associé au moteur d'une voiture ou de l'échangeur dans un procédé, évaporateur ou condenseur.

La convection s'applique même si la surface d'échange n'est pas matérialisée par une paroi, ce qui est le cas des condenseurs par mélange ou des réfrigérants atmosphériques, voire des sècheurs à air chaud.

c. Les types de la convection :

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre, convection forcée et convection mixte.

Il convient de distinguer la convection forcée (mouvement créé par une différence de pressions) dans laquelle le fluide est mis en mouvement par un apport d'énergie mécanique extérieure (pompe, une soufflerie, ventilateur, ...) de la convection naturelle (libre) dans laquelle le fluide prend, en son sein, l'énergie nécessaire au mouvement (variation de masse volumique associée à une variation de température).

1. La convection naturelle :

Le phénomène de convection naturelle (ou libre) a pour origine les variations de la masse volumique au sein d'un fluide, liées aux variations de sa température. Donc, la mise en mouvement du fluide n'est pas due à une cause extérieure, mais à la distribution de la température à l'intérieur même du fluide. [1]

Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

Pour formaliser la convection naturelle, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.[2]

1.a.La convection dans les enceintes fermées:

La convection naturelle dans des enceintes fermées de différentes formes occupe une grande partie de la littérature des transferts de chaleur. Le carré, le rectangle, le triangle, la géométrie cylindrique, elliptique et sphérique ont été étudiées dans de nombreuses recherches, D'autre part, les études traitant les problèmes de convection naturelle à l'intérieur de géométries plus complexes ont été plutôt limitées. [3]

On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température.

1.a.a Enceintes aux parois horizontales chauffées différemment:

La cavité qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques horizontales qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes Figure 1. [4]

La convection naturelle de Rayleigh-Bénard a fait l'objet de plusieurs investigations puisqu'elle présente plusieurs régimes d'instabilités suivant la valeur du nombre de Rayleigh, lui-même fonction de l'écart de températures imposées de part et d'autre des parois horizontales actives.

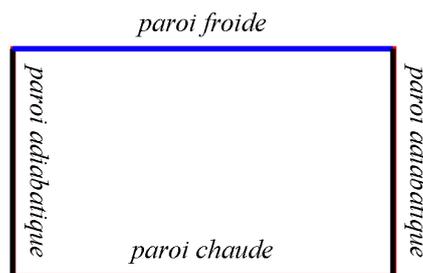


Figure 1. Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh –Bénard.

En effet, l'augmentation de cet écart entraîne une évolution du type d'écoulement et des configurations intéressantes de rouleaux contrarotatifs apparaissent Figure 2.

Au-dessous d'une valeur critique du nombre de Rayleigh, de l'ordre de 1708, les cavités fermées chauffées par le bas présentent un écoulement de convection naturelle en régime conductif.

Au-dessus de cette valeur critique, les couches horizontales de fluide sont soumises à des gradients verticaux de température suffisamment importants, le seuil d'instabilité est alors atteint. Par la suite, des arrangements de cellules de convection apparaissent prenant la forme de rouleaux contrarotatifs bidimensionnels d'axes horizontaux parallèles.

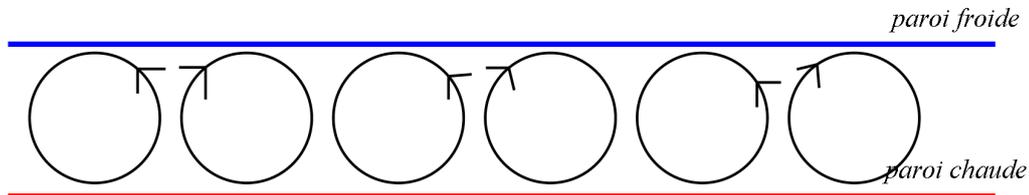


Figure 2. Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard

La plupart des travaux sur la convection de Rayleigh-Bénard ((Dubois, 1978), (Zierep, 1982)) se concentrent sur des nombres de Rayleigh de l'ordre de 10^4 . Les études sont généralement bidimensionnelles et ne tiennent pas compte des effets d'instabilités 3D. Les résultats des simulations numériques sont cohérents avec son étude expérimentale. [5]

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités, qui contiennent l'air comme fluide de convection.

1.a.b Enceinte aux parois verticales chauffées différemment :

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidie, alors que les parois horizontales sont adiabatiques. L'écoulement prend la forme d'un vortex avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide Figure 3.

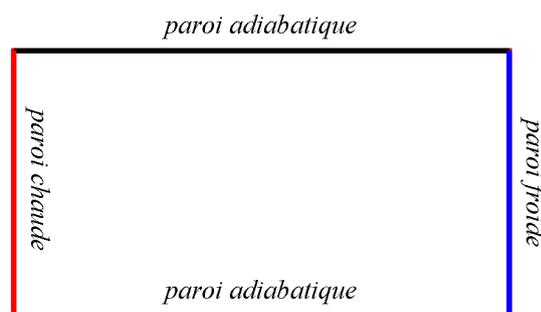


Figure 3. Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal.

Le transfert thermique par convection naturelle et l'écoulement d'air dans les lames d'air verticales ont fait l'objet de plusieurs études numériques et expérimentales. Ces cavités verticales allongées intégrées dans le bâtiment se trouvent dans les unités d'isolation des fenêtres (double vitrage), les murs multicouches, les façades à double peaux, les portes, les

façades intégrant des capteurs solaires et les panneaux d'isolation transparents ou à faces peu émissives.

Le gradient de température étant orthogonal à l'accélération de pesanteur, il n'existe pas un d'état d'équilibre mécanique puisqu'au moindre écart de températures entre les parois verticales actives, un mouvement convectif est généré. Les premiers travaux réalisés sur l'étude des phénomènes thermiques ayant lieu dans les lames d'air verticales sont des études expérimentales qui établissent des corrélations basées sur les résultats des essais obtenus.

I.2.4 Les nanofluides :

Le terme "nanofluides" a été proposé par **Choi** [6] en **1995** dans le laboratoire national d'Argonne. Pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un fluide conventionnel. Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes. Donc ils sont des fines particules nanométriques leur diamètre est de quelques nanomètres qui se situent à la frontière entre les deux 'échelle microscopique et atomique, et sont fabriqués à base d'oxydes métalliques comme le trioxyde d'Aluminium (**Al₂O₃**), le dioxyde de Titan (**TiO₂**), l'oxyde de Cuivre (**CuO**).

Un fluide conventionnel est tout corps qui n'est pas à l'état solide, donc constitué d'une seule phase : liquide ou gazeux ; à savoir : l'eau, l'huile ou l'alcool, les fluides frigorigènes, l'air et les différents gaz, etc.... [2].

I.2.4.1 Les propriétés du nanofluide

Les propriétés thermophysiques des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. Les paramètres de ces nanoparticules (la taille, la fraction volumique, la conductivité et la nature du nanoparticule a un effet notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide, etc.); a une influence notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques.

Dans notre travail on utilise le modèle à une seule phase qui considère le nanofluide comme milieu continu. En supposant que les nanoparticules sont bien dispersées dans le fluide de base, on peut donc calculer les propriétés du nanofluide par les formules suivantes :

– La masse volumique effective du nanofluides est donnée par :

$$\rho_{nf} = (1 - C) \rho_f + C \rho_{np}$$

Avec C: est la fraction volumique de nanoparticule $C = \frac{V_{np}}{V_{np} + V_f}$

– Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide :

La variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique, ce dernier est calculé d'après la relation suivante :

$$(\beta\rho)_{nf} = (1 - C)(\rho\beta)_f + C(\beta\rho)_{np}$$

D'après l'auteur Hwang [7], la relation qui permet de déterminé la chaleur spécifique d'un nanofluide est comme suit:

$$(Cp)_{nf} = (1 - C)(\rho Cp)_f + C(\rho Cp)_{np}$$

– La diffusivité thermique du nanofluide est exprimé par :

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho \cdot Cp)_{nf}}$$

– La conductivité thermique effective du nanofluide :

A partir de la résolution de l'équation de l'énergie, beaucoup de modèles de calculs de la conductivité thermique ont été développés pour prédire l'estimation de la conductivité du nanofluide, est approximé a partir du model de Maxwell en 1881[7]. Ces modèles concernent les milieux ou l'empilement des particules est régulier. La phase solide est supposée discontinue, noyée dans une phase fluide continue. A partir de ce modèle, beaucoup de chercheurs ont développé plusieurs modèles qui s'appuient sur les mêmes principes que Maxwell; qui est définie comme suit :

$$k_{nf} = k_f \left(\frac{(k_{np} + 2k_f) - 2C(k_f - k_{np})}{(k_{np} + 2k_f) + C(k_f - k_{np})} \right)$$

I.2.5 Les coefficients du transfert thermique :

La mécanique des fluides a souvent recours aux nombres sans dimensions pour décrire les systèmes étudiés. En effet, cela permet de s'affranchir des propriétés des fluides et de la géométrie des écoulements, et ainsi de pouvoir comparer des résultats d'expériences réalisées avec des fluides différents. Il est possible de mettre en évidence les différents nombres sans dimensions caractéristiques de la convection thermique à partir de la résolution analytique du problème.

Cela est déterminés à partir de la méthode d'analyse dimensionnelle (théorème de **Vaschy-Buckingham** ou théorème des groupements π) [6], les nombres adimensionnels qui caractérisent les écoulements et les transferts d'énergie associés sont :

I.2.5.1 Nombre de Rayleigh :

C'est le rapport entre les forces motrices du fluide (force d'Archimède) et les forces de frottement. L'analyse de stabilité linéaire conduit à définir un nombre de Rayleigh critique, \mathbf{Ra}_c , en dessous duquel les instabilités induites par les perturbations thermiques s'amortissent. L'expression du nombre de Rayleigh dépend du type de chauffage imposé, et s'exprime en fonction des grandeurs caractéristiques du système. Ce nombre est défini de la manière suivante:

$$Ra = \frac{g \beta (T_s - T_0) L^3}{\nu \alpha}$$

Il existe un nombre de Rayleigh critique \mathbf{Ra}_c au-delà duquel l'instabilité convective croît. Pour $\mathbf{Ra} < \mathbf{Ra}_c$, la diffusion thermique l'emporte sur l'advection et toute perturbation est dissipée ; pour $\mathbf{Ra} > \mathbf{Ra}_c$, le mouvement s'amplifie.

Un calcul complet conduit à un Rayleigh critique $\mathbf{Ra}_c = 1708$ pour des limites rigides, $\mathbf{Ra}_c = 657$ pour des limites libres et $\mathbf{Ra}_c = 1100$ pour des limites rigide libre (Chandrasekhar, 1961).[8]

L'expérience montre que la convection de Rayleigh Bénard démarre à partir de Rayleigh $\mathbf{Ra} = 1708$, ce qui est en accord avec les prévisions théoriques.

I.2.5.2 Nombre de Nusselt :

C'est le nombre adimensionnel fondamental théorique de la convection car il nous permet d'en déduire le coefficient de transfert de chaleur par convection h .

Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la régularité des rouleaux se brise et le système devient chaotique. A haut Rayleigh (supérieur à 10^5), le système se trouve dans un régime turbulent : la vitesse du fluide semble varier aléatoirement, dans le temps comme dans l'espace. Dans les premiers temps, les chercheurs confrontés à ce phénomène ont eu recours à des méthodes statistiques pour tirer des informations pertinentes du système et tester des modèles théoriques pour savoir comment la chaleur est transportée entre les deux plaques et l'efficacité de ce transport, Le nombre caractérisant cette efficacité est le nombre de Nusselt.[9]

Ce nombre sans dimension mesurant le rapport entre effets déstabilisants et stabilisants contrôle l'apparition de l'instabilité.

Il s'écrit sous la forme :

$$Nu = \frac{\text{flux de chaleur en présence de convection}}{\text{flux de chaleur diffusif sans convection}} = \frac{hL}{K}$$

I.2.5.3 Nombre de Prandtl :

C'est un nombre adimensionnel. Il tire son nom de **Ludwig Prandtl**, qui a introduit le concept de couche limite en 1904 et a apporté des contributions significatives à la théorie de la couche limite [10]. Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique.

Est définie de la manière suivante :

$$Pr = \frac{\text{temps caractéristique de diffusion thermique}}{\text{temps caractéristique de diffusion de la quantité de mouvement}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{K}$$

Ce nombre compare les importances relatives de la diffusion de quantité de mouvement (viscosité) et de la diffusion de chaleur (conduction). Il est d'autant plus élevé quand la diffusion de la quantité de mouvement est plus efficace que la diffusion de la chaleur. Le nombre de Prandtl peut ainsi prendre des valeurs très variées, selon le phénomène physique et le matériau qui entrent en jeu [10].

Les expériences analogiques utilisent des fluides dont le nombre de Prandtl est nettement plus faible. Quant aux études numériques, elles imposent en général un nombre de Prandtl infini, ce qui permet de négliger l'accélération du fluide.

Dans le tableau ci-dessous nous donnons la variation du nombre de Prandtl des cinq nanofluides le plus utilisé dans la contributions à l'étude de la convection naturelles dans les nanofluides avec l'eau comme fluide de base en fonction de la fraction volumique (C) à une température $T = 20^{\circ}\text{C}$.

Tableau 1. Nombre de Prandtl pour différents nanofluides en fonction de la fraction volumique..

Nombre de Prandtl pour les nanofluides à base d'eau					
C%	Al ₂ O ₃	CuO	Cu	Ag	Au
0%	7.006	7.006	7.006	7.006	7.006
1%	6.906	6.922	6.883	6.317	5.847
2%	6.758	6.787	6.713	5.697	4.963
3%	6.618	6.661	6.554	5.176	4.295
4%	6.487	6.542	6.404	4.734	3.773
5%	6.365	6.430	6.264	4.354	3.355
6%	6.249	6.325	6.132	4.026	3.014
7%	6.141	6.226	6.008	3.739	2.731
8%	6.039	6.133	5.891	3.487	2.493

I.2.5.4 Nombre de Reynolds :

Après des expériences exhaustives dans les années 1880, **Osborn Reynolds** à découvert que le temps d'écoulement dépend principalement du rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses dans le fluide [10]; Ce rapport s'appelle le Reynolds :

$$\text{Re} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces visqueuses}} = \frac{\nu \cdot h}{\nu} = \frac{\rho \cdot D \cdot U}{\mu}$$

Le nombre de Reynolds est une réponse de l'écoulement à un forçage donné (c'est-à-dire une différence de température dans la cellule).

Ce n'est pas un paramètre de contrôle, mais plutôt une façon d'observer le système.

Ce nombre caractérise le régime d'écoulement ; dans la canalisation ; en circulation forcée

Laminaire si **Re < 2300** ;

De transition si **2300 < Re < 10 000** ;

Turbulent si **Re > 10 000**. [11]

I.2.5.5 Nombre de Peclet :

Est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique et en transfert massique. Il représente le rapport de deux temps caractéristiques : celui du transfert par convection et celui du transfert par conduction (ou par diffusion pour les transferts massiques).

Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl dans le cas du transfert thermique. Ce nombre porte le nom du physicien français **Jean Claude Eugene**

Peclet,:

$$Pe = \frac{U \cdot D}{\alpha} = \frac{\rho \cdot D \cdot U \cdot C_p}{K} = Re \cdot Pr$$

I.2.5.6 Nombre de Grashof :

Est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il joue le rôle du nombre de Reynolds dans la convection forcée. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses (remplace Re). Ce nombre porte le nom de **Franz Grashof**, ingénieur allemand .[10]

On le définit de la manière suivante :

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2 \cdot D^3 \cdot \Delta T}{\mu^2}$$

I.2.6 Approximations de Boussinesq :

En 1903, à l'époque même où Rayleigh s'intéresse à la convection, Boussinesq propose une simplification de ces équations de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires et suffisants à la convection thermique.

Pour des configurations d'écoulement dans une enceinte, la résultante des forces externes est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de la température soit évidente. Quand les forces de flottabilité se produisent dans l'écoulement, la conception des propriétés physiques fixes n'assortit plus le comportement de l'écoulement du fluide[12]. L'effet de la convection naturelle est pris en considération dans l'équation de quantité de mouvement par la variation de la masse volumique.

L'hypothèse essentielle de Boussinesq est : la masse volumique (ρ) est constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède C'est-à-dire prises en compte uniquement dans le terme moteur des équations de Navier-Stokes [2].

Si en prenant un état thermodynamique de référence (masse volumique ρ_0 et température T_0) l'équation d'état pour la masse volumique ρ devient en utilisant le développement de Taylor.

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{(T - T_0)}{T_0} + \dots \right)$$

En se limitant à un développement du premier ordre [13][14]:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0))$$

Est le coefficient de dilatation isobare du fluide soit :

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p=cst}$$

L'utilisation de l'approximation de Boussinesq ne s'applique pas dans le cas des écoulements de combustion réactifs, et dans le cas où un écart de température entre les parois chaudes et les parois froides est considérable, son utilisation est limitée pour $\beta (T - T_0) \ll 1$.

I.3 Recherches Bibliographiques :

La convection naturelle est le mouvement de fluide dû à une force motrice volumique (Archimède) résultant, par exemple, de la présence simultanée, dans le fluide, d'un gradient de température et d'une force de gravité. Ce couplage fort entre la thermique

Cette partie est consacrée à la revue des principales investigations effectuées par le passé sur la convection naturelle dans des enceintes confinées et qui sont en relation directe avec notre étude.

L'étude de ce phénomène a suscité et suscite encore aujourd'hui l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte du phénomène par les expériences de **(Bénard,1901)** [15] et l'analyse théorique de **(Rayleigh, 1916)** [16] au début du XXème siècle jusqu'à présent.

La plupart des travaux, qui se sont intéressés au problème de la convection naturelle concernent les cas d'enceintes de forme régulière comme Le carré et le rectangle, En vue de comprendre le problème ci-dessus, nous devons d'abord consulter les études précédentes, faites par quelques chercheurs :

(Catton, 1972) [17] montre que le nombre de Rayleigh critique vaut 3449. L'adjonction de parois verticales adiabatiques nécessite donc un apport de chaleur plus important pour déclencher la convection que dans le cas de plaques infinies.

(Vahl Davis, 1983) [18] a présenté une solution numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée chauffée différemment, où les deux surfaces supérieure et inférieure sont adiabatiques, tandis que les surfaces verticales sont chauffées différemment.

(Anderson et Lauriat 1986) [19] qui ont étudié l'écoulement dans une enceinte carrée avec chauffage localisé au dessous grâce à un flux uniforme ou par maintien d'une température constante tandis qu'un mur vertical était refroidi et isotherme. Les observations expérimentales ont confirmé l'absence de l'instabilité de type Rayleigh Bénard pour le flux, si les nombres de Rayleigh sont plus grands que 5×10^3 .

(Novembre et Nansteel, 1987) [20] qui ont étudié analytiquement et numériquement, la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage au dessous et refroidissement le long d'un côté. Dans cette étude des expressions asymptotiques ont été trouvées pour les taux de transfert de chaleur.

(Paolucci et Chenoweth, 1988) [21] ont étudié la convection naturelle dans les enceintes peu profondes avec des parois différentiellement chauffées. Ils ont trouvé que la solution

de l'écoulement classique parallèle, précise dans le cœur de la cavité, à la limite de Boussinesq n'existe pas quand les propriétés des variables sont introduites.

(Valencia et Frederick, 1989) [22] ont analysé numériquement la convection naturelle de l'air dans une cavité carrée avec parois partiellement thermiquement actives pour cinq différents endroits de chauffage. Ils ont trouvé que le taux de transfert de chaleur est augmenté quand l'endroit de chauffage est au milieu du mur chaud.

(Hasnaoui et al, 1992) [23] qui ont étudié numériquement par la méthode de différences finies la convection naturelle laminaire dans une enceinte, avec le chauffage localisé sur la paroi inférieure et le refroidissement à travers la paroi supérieure de l'enceinte, tandis que le reste du fond et les murs verticaux étaient adiabatiques. Les paramètres principaux du problème étaient le rapport de forme de l'enceinte, la position de la source de chaleur et le nombre de Rayleigh. L'existence des solutions multiples équilibrées et le comportement oscillant pour un ensemble donné des paramètres ont été démontrés.

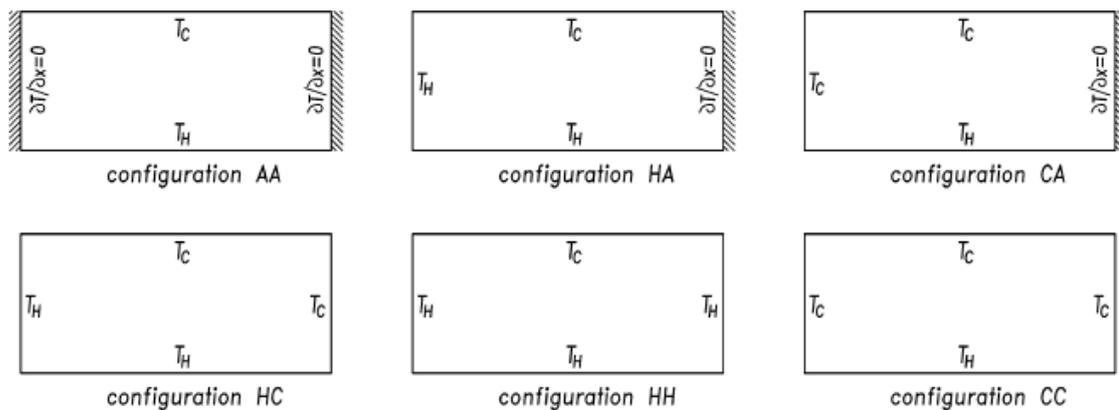
(Miller et al, 1992) [24] dans cette étude expérimentale, les auteurs ont examiné l'écoulement et le transfert de chaleur en convection naturelle dans le cas où la température de la paroi chaude varie périodiquement dans le temps autour d'une valeur moyenne, la paroi supérieure froide étant maintenue à une température constante et les parois verticales adiabatiques. il est montré que le transfert de chaleur moyen sur un cycle est comparable au transfert de chaleur permanent calculé à partir de la température moyenne de la paroi chaude.

(Ganzarolli et Milanez, 1995) [25] qui ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 10^3 à 10^7 et le rapport de forme varié de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh (Ra), du nombre de Prandtl (Pr) et du rapport de forme sur le mouvement de fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans leur étude.

(Pallares et al, 1999) [26] s'attachent à la description en 3 dimensions des écoulements présents dans une cavité cubique chauffée par le bas. Ces travaux numériques mettent en évidence la complexité des structures présentes dans l'écoulement. Dans le cas de parois latérales adiabatiques, et pour $Ra = 6 \times 10^4$, on observe la présence de 7 structures d'écoulement dont la stabilité intrinsèque dépend des nombres de Prandtl et Rayleigh.

(Deng et al, 2002) [27] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte rectangulaire avec des sources de chaleur discrètes sur la paroi. Ils ont conclu que le rôle des sources de chaleur isothermes est généralement beaucoup plus fort que le flux des sources de chaleur.

(Corcione, 2003) [28] qui ont fait une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans les enceintes rectangulaires bidimensionnelles remplies d'air, chauffées par le dessous et refroidies par le dessus pour une grande variété de conditions limites thermiques au niveau des parois latérales. Comme suit :



Des simulations sont effectuées pour plusieurs valeurs du facteur de forme compris entre 0,66 et 8 et du nombre de Rayleigh basé sur la cavité hauteur comprise entre 10^3 et 10^6 , dont l'influence sur les régimes d'écoulement, les distributions de température et les taux de transfert de chaleur sont analysés et discutés. Des comparaisons entre les différentes configurations thermiques considérées sont rapportées. En particulier, en ce qui concerne la configuration typique dans laquelle les parois latérales sont adiabatiques, est qui constate que l'efficacité de transfert de chaleur de la paroi inférieure augmente (ou diminue légèrement) car chaque paroi latérale adiabatique est remplacée par une paroi latérale refroidie (ou chauffée).

(Sarris et al, 2004) [29] qui ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans les réservoirs rectangulaires chauffés localement au dessous. Basé sur des prévisions numériques, les effets du Ra et la géométrie de la source de chauffage et du réservoir sur les structures d'écoulement et le transfert thermique ont été étudiés pour le nombre de Rayleigh dans la gamme 102 à 107. Leur étude a indiqué que l'augmentation de l'intensité de circulation d'écoulement augmente avec une augmentation de longueur de la source de chauffage.

(**Bourich et al, 2004**) [30] qui ont étudié numériquement la convection naturelle double-diffusive bidimensionnelle dans une enceinte poreuse carrée chauffée partiellement au dessous et refroidies par les côtés à une température constante. Leur analyse a inclus l'influence de la partie chauffée sur le transfert de chaleur.

(**Sharif et Mohammad, 2005**) [31] qui ont étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire, par une méthode informatique basée sur les volumes finis. Ils ont considéré un chauffage par flux constant au fond et un refroidissement isotherme des parois latérales tandis que le mur supérieur était adiabatique. La longueur de la source de chaleur a été variée de 20% à 80% de la longueur du fond de l'enceinte pour la gamme du nombre de Grashof de 10^3 à 10^6 . Ils ont constaté que le nombre moyen de Nusselt et la température maximale sont des fonctions de l'allongement de l'enceinte et de la longueur de la source de chaleur.

(**Kandaswamy, 2007**) [32] une autre étude qui décrit la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec parois partiellement actives, pour neuf différents endroits de chauffage, c'est-à-dire, pour la région chaude située au-dessus, milieu et fond et la région froide, qui se déplace du bas en haut, pour localiser les régions, où le taux de transfert de chaleur est maximum et minimum. Dans cette étude les parois partiellement thermiquement actives sont maintenues à des températures différentes et uniformes, nommées respectivement T_h et T_c avec ($T_h > T_c$). Les zones inactives et les parois horizontales $y = 0$ et $y = H$ sont thermiquement isolés. La longueur de la partie active est égale à $H/2$.

L'écoulement obéit à l'approximation de Boussinesq. Comme méthode de discrétisation, **Kandaswamy** a utilisé la technique des volumes finis pour résoudre numériquement les équations régissant le mouvement du fluide. Un processus itératif, basé sur la technique

« Successive Over Relaxation (SOR) » est employé pour déterminer les champs, représentant la fonction de courant, la vorticité ainsi que la température. Le processus est répété jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint.

(**Florent P. Kiéno et al, 2007**) [33] qui on étudie numériquement la convection naturelle laminaire bidimensionnelle d'un fluide newtonien (air) confiné dans une enceinte rectangulaire allongée de section droite carrée. Elle est chauffée par le bas et les trois autres parois sont maintenues à une même température froide. Les équations qui régissent

le fonctionnement du système sont écrites en formulation "fonction de courant-vorticité" et intégrées à l'aide d'une méthode aux différences finies. La grande sensibilité des comportements dynamique et thermique du fluide vis-à-vis des variations de paramètres de contrôle, tels que le nombre de Rayleigh, est mise en évidence.

(**N. Ouertatani et al, 2008**) [34] une étude numérique bidimensionnelle relative à un problème de convection naturelle, Il s'agit en l'occurrence d'une convection de type Rayleigh Bénard dans une cavité carrée. Utilisé dans cette étude un maillage assez fin correspondant à 256^2 nœuds de calcul. La résolution numérique est basée sur une formulation de type volumes finis et une accélération multi-grille. Des solutions Benchmark sont alors proposées relativement aux nombres de Rayleigh 10^3 , 10^4 , 10^5 et 10^6 . Une comparaison des résultats obtenus par la méthode classique RBSOR et la méthode multi- grille est également faite et montre qu'un facteur gain de 17 peut être atteint.

Compte tenu de l'importance accordée aux nanofluides, plusieurs études effectuées sur leurs performances thermiques et ces propriétés physiques telles que le coefficient de transfert thermique et la viscosité dynamique ont prouvé que les nanofluides sont très différents par rapport au fluide de base et présentaient de meilleures caractéristiques de transfert de chaleur et thermophysiques. Pour cela nous devons consulter les études précédentes, faites par quelques chercheurs.

(**Haddad et al, 2012**)[35] ont réalisé un aperçu sur des diverses études expérimentales et théoriques récentes pour examiner et expliquer les raisons de l'amélioration du transfert de chaleur en convection naturelle avec différents types de nanofluides. Et ont trouvé que la majorité des résultats numériques montrent que les nanofluides améliorent considérablement la capacité du transfert de chaleur.

(**Jmai et al, 2013**) [36] Cette étude a été effectuée pour une gamme du nombre de Rayleigh qui varie entre $Ra=(10^4 \text{ et } 10^7)$, et une fraction volumique de nanoparticule qui varie entre 0 et 0.02 et l'emplacement des sources de chaleur sur la convection naturelle dans une cavité partiellement chauffée remplie de différents types de nanoparticules (Cu, Ag, Al_2O_3 et TiO_2). Ils ont constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la concentration de la nanoparticule, et que le

nanofluide (Cu-eau) assure un transfert très élevé par rapport aux autres nanofluides eau- $(\text{Al}_2\text{O}_3, \text{TiO}_2)$.

(Boudjeniba et al, 2015) [37] qui ont effectué une étude numérique concerne les transferts de chaleur par convection naturelle qui se développe à l'intérieur d'une cavité fermée rectangulaire contenant un nanofluide. La paroi horizontale inférieure est partiellement chauffée et les deux parois verticales de gauche et de droite sont refroidies sur leurs moitiés supérieures. Le reste des frontières est thermiquement isolé. Le nanofluide en question est à base d'eau et de particules nanométriques de cuivre. Le nombre de Rayleigh est un paramètre de l'étude avec la fraction volumique et le facteur de forme de la cavité. Les principaux résultats de cette étude concernent l'amélioration des transferts suite à l'incorporation des nanoparticules dans les solutions utilisées principalement pour le refroidissement des systèmes énergétiques et l'effet du facteur de forme sur le mouvement ascendant des courants fluides.

Chapitre II. *modèle physique et formulation mathématique*

II.1 Introduction :

Le phénomène de convection est généré par le développement d'instabilités dans un milieu initialement stable, auquel on superpose à un instant donné une petite perturbation. La nature de la perturbation n'est pas unique.

Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement de fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales de fluide.

Ces variables sont gouvernés par les lois fondamentales de conservation de la masse, quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs groupes adimensionnels. Dans les écoulements de convection naturelle, comme les nombres : Rayleigh, Prandtl, et d'autres nombres sans dimensions représentés par plusieurs propriétés physiques dépendantes de la température.

Dans ce chapitre, nous allons établir les différentes équations mathématiques permettant la résolution du problème considéré.

II.2 Description du problème :

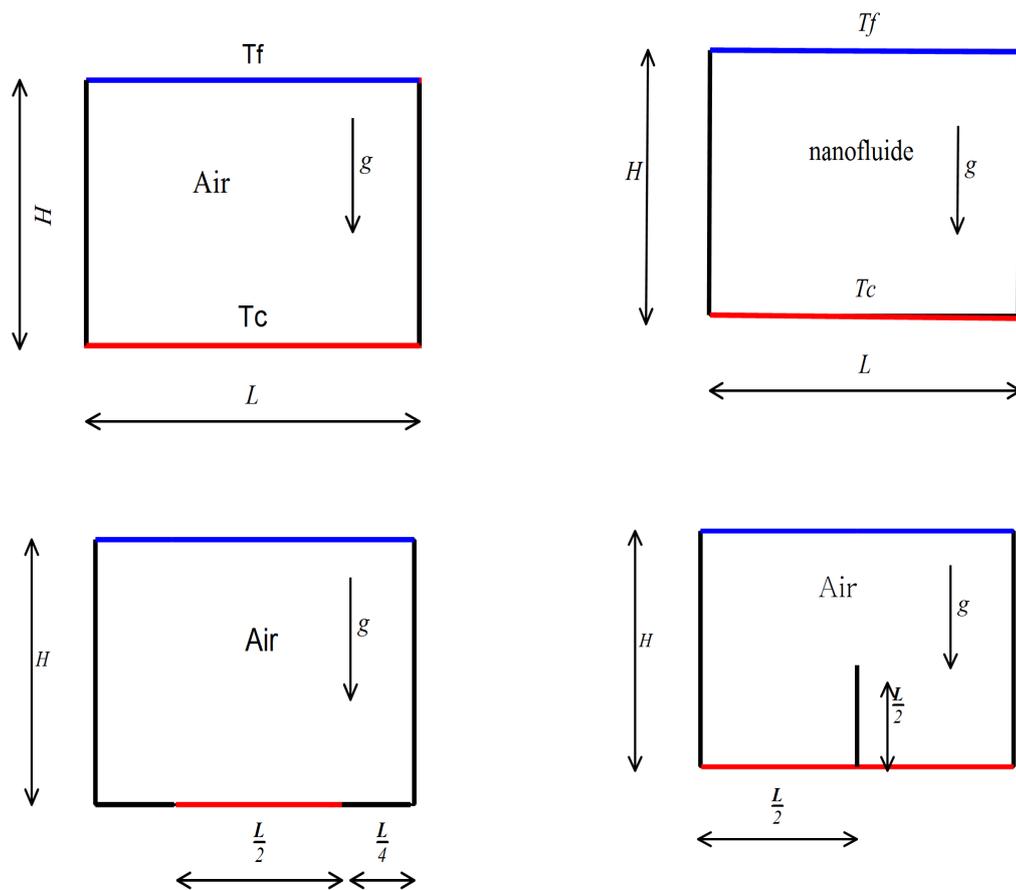
II.2.1 Mécanisme physique :

La convection dite de Rayleigh-Bénard correspond au cas, simple en principe, d'un fluide compris entre deux plaques horizontales, portées à des températures différentes Figure 3. Si la température à la base T_c est supérieure à la température de surface T_f , et lorsque $\Delta = T_c - T_f$ dépasse un certain seuil, un mouvement de matière se développe. Une partie du fluide, rendue moins dense par les perturbations de température, remonte en surface, il relâche son surplus de chaleur, puis replonge. Il existe deux principaux freins au développement des instabilités ainsi initiées: la diffusion thermique, qui tend à homogénéiser la température des particules ascendantes avec le reste du milieu; et la viscosité qui augmente les forces de frottement.

La capacité de la convection à surmonter ces difficultés est exprimée à l'aide de nombres sans dimensions, eux-mêmes définis à partir des propriétés physiques et géométriques du système.

La convection constitue ainsi une alternative au transport conductif de la chaleur, lorsque la diffusivité thermique du fluide est trop petite. La transition entre un transfert purement convectif et un transfert purement conductif de la chaleur s'effectue dans une zone de petite épaisseur (en comparaison avec les dimensions de la cellule), de la couche limite thermique. Une couche limite thermique va se développer lorsque l'interface entre deux milieux (eux-mêmes thermiquement homogènes) est caractérisée par une forte discontinuité de température. Ainsi, même si les gradients thermiques peuvent rester élevés, la couche limite thermique assure une transition thermique plus douce. Les couches limites contrôlent le flux de chaleur (entrant ou sortant), et le développement des instabilités, et il est donc important d'en avoir une bonne description.

II.2.2 Model physique:



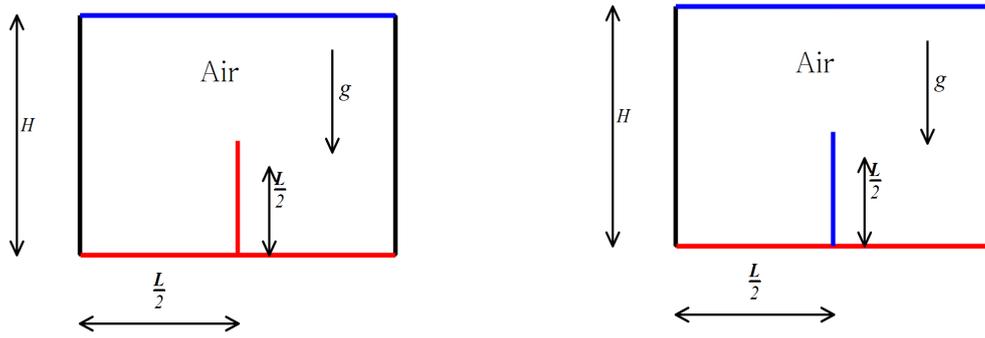


Figure 4. Les configurations étudiés dans cette étude.

II.3 Formulation mathématiques :

Les équations générales qui régissent la convection naturelle sont celles de la mécanique des fluides. La convection thermique fait intervenir le transport de chaleur par mouvement de matière. Les équations nécessaires à la modélisation de ce processus doivent donc décrire d'une part le mouvement de la matière, et d'autre part le transport de la chaleur. C'est précisément ce que font les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de la chaleur.

Dans un système cartésien, les équations de conservation pour une seule particule de fluide newtonien sont présentées comme suit :

II.3.1 Loi de conservation de la masse ou l'équation de continuité.

Cette loi traduit le fait que la variation de masse m du volume matériel au cours du temps est nulle s'il n'y a pas de terme source ou puits en son sein et s'exprime comme suit :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\text{div}(\rho\vec{v}) + \sum \rho q_{vi} \quad (II.1)$$

II.3.2 Deuxième loi de Newton (principe de conservation de quantité de mouvement) ou les équations de quantité de mouvement.

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, le taux temporaire de variation de la quantité de mouvement d'une particule de fluide est égale à la résultante de toutes les

forces extérieures qui agissant sur cette particule. L'équation dynamique s'écrit alors comme suit :

$$\frac{d \rho \vec{V}}{dt} = \rho F - \overline{\text{grad}}(P) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{V})) \quad (II.2)$$

II.3.3 Loi de conservation d'énergie (premier principe de la thermodynamique) ou l'équation d'énergie.

Cette loi traduit la conservation de l'énergie totale, interne et cinétique, du volume matériel au cours du temps. Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{d(\rho C_p T)}{dt} = \text{div}(k \cdot \overline{\text{grad}}T) + Q + \beta T \frac{dp}{dT} + \mu \varphi \quad (II.3)$$

Avec: φ est la fonction de la dissipation visqueuse

II.4 Hypothèses simplificatrices :

Pour simplifier les formules du modèle mathématique, nous allons considérer des approximations qui sont plus utilisées dans l'étude de la convection naturelle. Donc il s'agit de négliger les variations des propriétés du fluide avec la température et la pression dans la cellule, Ces hypothèses ont été regroupées dans l'approximation de Boussinesq. Et nous négligeons la variation de masse volumique du fluide dans les équations sauf dans le terme moteur de l'instabilité, et on néglige l'échauffement dû à la viscosité dans l'équation d'énergie car les vitesses en convection naturelle sont modérées. Ainsi on considère que le fluide est un fluide newtonien et incompressible qui s'écoule avec un régime conservatif, laminaire et instationnaire dans le plan $(\overline{ox}, \overline{oy})$ c'est-à-dire l'écoulement est bidimensionnel (troisième dimension de la cavité suffisamment grande). Dans cette étude on considère que il n'y a pas de source interne et il n'y a aucune dissipation de la puissance volumique et on néglige le travail induit par les forces visqueuses et de pression, ainsi on néglige le transfert de chaleur par rayonnement.

Après introduction des hypothèses et les équations mathématiques et physiques données ci-dessus, on peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans cette étude comme suit:

– **Equation de continuité :**

$$\rho = \text{constante} ; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 ; \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 ; \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad \sum q_{vi} = 0$$

On obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (\text{II. 4})$$

– **Equation de quantité de mouvement (Navier-Stokes):**

Ces équations relient la vitesse et la pression en chaque point de l'écoulement. Trois fonctions inconnues doivent être déterminées : les deux composantes du vecteur vitesse et la pression. Ces équations sont des équations non linéaires, pour lesquelles une solution analytique n'est pas connue. De plus, la théorie mathématique de ces équations est encore incomplète : si en deux dimensions d'espace (écoulement plan) des résultats d'existence, d'unicité et de régularité de solution sont connus.

• **Suivant x :**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \mathcal{G} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 5})$$

• **Suivant y :**

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \mathcal{G} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_f) \quad (\text{II.6})$$

– **Equation de l'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 7})$$

$$\text{Avec} \quad \alpha = \frac{K}{\rho_0 C_p}$$

II.5 Paramètres caractéristiques et adimensionnement des équations du problème :

La formulation adimensionnelle permet généralement de réduire le nombre de paramètres nécessaires à la résolution de système mathématique et de déterminer le nombre des paramètres sans dimension qui contrôle le problème. Pour obtenir la formulation adimensionnelle de ce problème on introduit les variables sans dimensions suivantes en fonction des grandeurs dimensionnelles.

Pour la longueur : l'écoulement en convection naturelle est considéré pour les phases liquide ; la hauteur de cette dernière est prise comme une longueur de référence.

$$\text{Donc on obtient : } X = \frac{x}{H} ; Y = \frac{y}{H}$$

$$\text{Pour les températures adimensionnelles on a : } \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

$$\text{Pour la pression le temps adimensionnel on prend : } P = \frac{p.H^2}{\alpha^2.\rho_0} ; \tau = \frac{t.\alpha}{H^2}$$

$$\text{Pour les vitesses on obtient : } U = \frac{u.H}{\alpha} ; V = \frac{v.H}{\alpha}$$

En substituant ces variables adimensionnelles dans les équations (II.4), (II.4), (II.6), (II.7) établies précédemment, nous obtenons le système d'équations adimensionnelles suivant :

– **Équation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II. 8})$$

– **Equation de quantité de mouvement :**

• **Suivant x :**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 9})$$

• **Suivant y :**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot \text{Pr} \cdot \theta \quad (\text{II. 10})$$

– **Equation de l'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 11})$$

II.6 Calcul du nombre de Nusselt moyen:

Dans notre travail on s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la partie chauffée de la paroi inférieure, Puisqu'il ya une conservation de l'énergie à travers la cavité, les nombres de Nusselt moyen aux parois chaude et froide devraient être égaux. . Donc le nombre de Nusselt moyen est défini par :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{Ar} \int_0^1 Nu(X) dX \quad (\text{II.12})$$

Où Nu(X) est le nombre de Nusselt local défini par :

$$Nu(X) = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (\text{II.13})$$

La substitution de (II.13) dans (II.12) donne :

$$\overline{Nu} = - \frac{1}{Ar} \int_0^1 \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} dX \quad (\text{II.14})$$

II.7 La formulation en fonction de vorticité ω et de fonction de courant

ψ :

La vorticité est donnée par la relation suivante :

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (\text{II. 15})$$

Les vitesses de l'écoulement sont définies par :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} ; V = - \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{II. 16})$$

En combinant les équations (II.15) et (II.16), la fonction de courant est obtenue par :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (\text{II. 17})$$

Si on dérive l'équation par rapport Y on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial \tau} \right) + U \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + V \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \\ - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right) + \text{Pr} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{II. 18})$$

Et lors qu'on dérive l'équation par rapport X on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right) + U \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + V \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) = \\ - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial P}{\partial Y} \right) + \text{Pr} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra.Pr.} \frac{\partial \theta}{\partial X} \end{aligned} \quad (\text{II. 19})$$

Si on fait la soustraction entre les deux équations obtenues on obtient :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra.Pr.} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{II. 20})$$

Donc lors qu'on exprime les équations adimensionnelles qui régissent notre problème en termes de vorticité et fonction de courant ψ et température deviennent finalement comme suit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II. 21})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra.Pr.} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{II. 22})$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}; \quad U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}; \quad V = - \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{II. 23})$$

II.8 Conditions aux limites :

Le système d'équations obtenu précédemment est fermé à l'aide de conditions aux frontières appropriées. En plus du choix de la géométrie du confinement, il est nécessaire de fixer les conditions aux limites. Les conditions aux frontières représentatives du problème considéré dans cette étude sont les suivantes : La cavité est composée de deux parois horizontales, supposées isothermes, maintenues à des températures constantes mais

différentes. Donc sont des conditions de type Dirichlet et les deux parois vertical sont des parois adiabatique c'est- a- dire le flux est nul au niveau de ces parois donc on à des conditions de types Newmann.

Tableau 2. Les conditions aux limites associées au problème

<i>position</i>	<i>condition</i>
$y = \mathbf{0}$; sur la partie chaude	$T = T_c \quad u = 0 \quad v = 0$
$y = \mathbf{H}$; sur la partie froide	$T = T_f \quad u = 0 \quad v = 0$
$x = \mathbf{0}$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad u = 0 \quad v = 0$
$x = \mathbf{L}$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad u = 0 \quad v = 0$

Tableau 3. Conditions aux limites sous forme adimensionnelle

<i>position</i>	<i>condition</i>
$\mathbf{Y} = \mathbf{0}$; sur la partie chaude	$\theta = 1 \quad U = 0 \quad V = 0$
$\mathbf{Y} = \mathbf{1}$; sur la partie froide	$\theta = 0 \quad U = 0 \quad V = 0$
$\mathbf{X} = \mathbf{0}$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad U = 0 \quad V = 0$
$\mathbf{X} = \mathbf{1}$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad U = 0 \quad V = 0$

II.9 Les conditions CFL (Courant–Friedrich–Lewy) :

Le nombre de Courant est un nombre adimensionnel utilisé en calcul par tous les méthodes numériques. Ce nombre est connu pour son lien avec la condition de Courant–Friedrich–Lewy (d'après Richard Courant, Kurt Friedrich, et Hans Lewy) et consiste en une condition de convergence pour résoudre certaines équations aux dérivées partielles (notamment les équations aux dérivées partielles hyperboliques). Pratiquement, il sert à donner le seuil dimensionnel sous lequel on observe une instabilité de calcul, erreur d'approximation dans des calculs numériques, grandissant rapidement au fur et à mesure

des calculs. Si la dimension de la grille est inférieure à la distance parcourue dans l'intervalle de pas de temps par l'onde la plus rapide que permettent l'équation, l'erreur grandit et envahit la solution physique.

$$c = \Delta\tau \sum_i^m \frac{U_{xi}}{\Delta X_i} \leq C_{\max} \quad (\text{II. 24})$$

$$c = \frac{U\Delta\tau}{\Delta X} + \frac{V\Delta\tau}{\Delta Y} \leq C_{\max} \quad (\text{II. 25})$$

II.10 Conclusion :

Au cours de ce chapitre, nous avons essayé de présenter les configurations géométriques étudiées avec ces hypothèses correspondantes.

Notre but c'est d'avoir une vue claire sur la formulation mathématique utilisée et la formulation en fonction de vorticité et de fonction du courant (psi-oméga), Ce dernier Il s'agit d'un système complexe formé par des équations, qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues mais la résolution analytique de ces équations n'est pratiquement jamais réalisable car leur non-linéarités visibles. Et par la suite voir les différentes méthodes de résolution numériques employées. Ce qui exposés dans le chapitre suivant.

Chapitre III. *Discrétisations et maillage*

III.1 Introduction :

Plusieurs phénomènes physiques peuvent être modélisés par des équations différentielles et non linéaires; par exemple l'écoulement à l'intérieure des échangeurs de chaleur et tous les phénomènes de mécanique des fluides et de transfert de chaleur. Mais la résolution de ces équations en méthode analytique est souvent plus difficile et plus complexe.

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires, A cette étape, intervient le concept de la discrétisation des équations différentielles, qui a pour résultat, un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide dans chaque nœud du domaine étudié.

Il existe deux grandes familles de méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles :

- **Les méthodes d'approximation des solutions :**

Selon ces méthodes on cherche une solution approchée à partir des équations exactes.

Les solutions sont écrites comme des séries de fonctions tronquées aux ordres de précisions désirées (les méthodes spectrales et la méthode des éléments finis).

- **Les méthodes d'approximation des équations :**

Selon ces méthodes, on cherche une solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage (la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis).

III.2 Choix de la méthode numérique :

Pour résoudre le système d'équations régissant notre phénomène d'écoulement qui sont présenté dans le chapitre précédent, nous avons choisi la méthode des différences finies développée.

Cette méthode est basée sur la technique du développement en séries de Taylor qui permet d'approximer la valeur d'une fonction en un point donné si on connaît la valeur de la dite

fonction ainsi que toute ces dérivées en un point voisin en espace ou en temps. Alors cette technique permet de remplacer les dérivées apparaissant dans le système d'équation régissant notre phénomène étudié par des différences divisées ou combinaisons des valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. La résolution du système d'équations nous permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré.

Notre choix est porté sur la méthode des différences finies grâce aux avantages qu'elle nous offre pour notre étude telle que la stabilité, la convergence, et principalement le faible cout de calcul.

III.3 Maillage

Un maillage est un ensemble des points du domaine de définition sur lequel on va appliquer une méthode numérique. Il consiste à diviser le domaine d'étude en un ensemble de cellules.

Dans cette étude nous avons adopté un maillage uniforme dans les deux directions horizontale et verticale ($\Delta x = \Delta y$) comme le montre dans la figure 5.

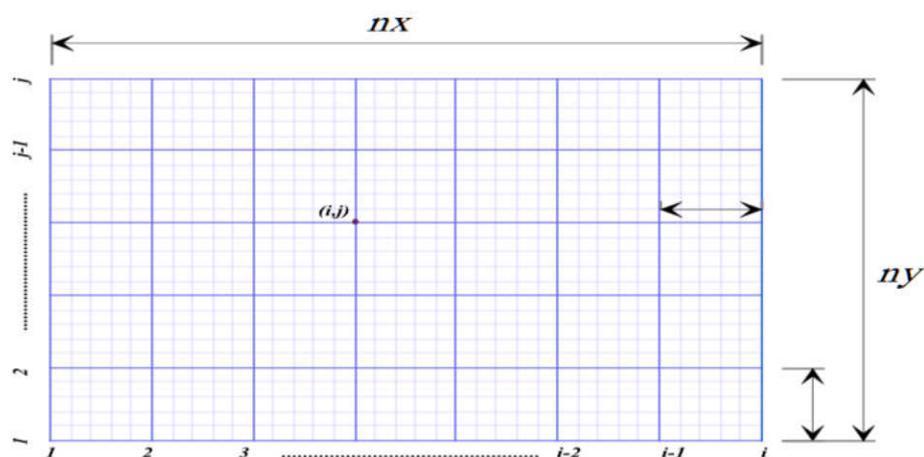


Figure 5. Schéma du maillage structuré

III.4 Discrétisation des différentes dérivées

Le système d'équations régissant notre problème est discrétisé en approchant les dérivées partielles par des différences finies. La discrétisation est faite à l'aide de développement de Taylor. Qui défini comme suit :

$$\phi(x_0 + \Delta x, y_0) = \phi(x_0, y_0) + \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_0 \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \left. \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right|_0 \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n \quad (\text{III.1})$$

$$\phi(x_0 - \Delta x, y_0) = \phi(x_0, y_0) - \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_0 \frac{\Delta x^2}{2!} - \dots + \left. \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right|_0 \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n \quad (\text{III.2})$$

Une deuxième écriture des équations (III.1) et (III.2), on oublie temporairement la deuxième dimension.

$$\phi_{i+1,j} = \phi_{i,j} + \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} \Delta x + \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \left. \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right|_{i,j} \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n \quad (\text{III.3})$$

$$\phi_{i-1,j} = \phi_{i,j} - \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} \Delta x + \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} \frac{\Delta x^2}{2!} - \dots + \left. \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right|_{i,j} \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n \quad (\text{III.4})$$

Le terme R_n , représente les termes omis d'ordre $(n+1 \text{ à } \infty)$. Théoriquement, on aura besoin d'un nombre infini de termes pour pouvoir calculer la valeur de ϕ_{i+1} . En pratique, on se limite à un nombre fini de terme et tout le reste sera considéré en tant que l'erreur de l'approximation (erreur de troncature).

En arrangeant l'équation (III.3), on obtient le schéma aux différences avant:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta x} + \partial(\Delta x) \quad (\text{III.5})$$

L'équation (III.4), donne le schéma aux différences arrière :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta x} + \partial(\Delta x) \quad (\text{III.6})$$

Le développement de Taylor reste l'outil de base pour la construction d'approximations des dérivées d'ordre supérieur. Pour la dérivée seconde, par exemple, il suffit d'additionner les équations (III.3) et (III.4) poussé jusqu'à l'ordre 4, avec le développement similaire pour obtenir une approximation centrée (d'ordre deux) de la dérivée seconde.

Donc le schéma aux différences centrées s'obtient en soustrayant l'équation (III.4) de l'équation (III.3):

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x} + \partial(\Delta x^2) \quad (\text{III.7})$$

La dérivée seconde est obtenue en additionnant l'équation (III.3) à l'équation (III.4):

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j}}{\Delta x^2} + \partial(\Delta x^2) \quad (\text{III.8})$$

Pour chaque terme dans les équations qui régissent notre problème, nous avons utilisé un schéma pour la discrétisation de ce terme.

- **Discrétisation des termes Convectifs et des termes diffusifs :**

Les termes convectifs sont des dérivées partielles du premier ordre et deuxième ordre respectivement par rapport à l'espace. Pour cela nous avons discrétisée par l'utilisation du schéma centré de second ordre.

- **Discrétisation temporelle :**

Lors de cette discrétisation nous avons choisi la méthode explicite, puisqu'elle permet de formuler l'expression de la variable au point i et à l'instant $k+1$ explicitement en fonction de la solution déjà calculée au temps k . On applique la méthode dans les schémas centrés du développement du Taylor.

III.5 Discrétisation des Systèmes des Equations

III.5.1 Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation (II.21) devient :

$$\frac{\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k}{\Delta \tau} + \frac{U_{i+1,j}^k \theta_{i+1,j}^k - U_{i-1,j}^k \theta_{i-1,j}^k}{2\Delta X} + \frac{V_{i,j+1}^k \theta_{i,j+1}^k - V_{i,j-1}^k \theta_{i,j-1}^k}{2\Delta Y} = \frac{\theta_{i+1,j}^k + \theta_{i-1,j}^k - 2\theta_{i,j}^k}{\Delta X^2} + \frac{\theta_{i,j+1}^k - \theta_{i,j-1}^k - 2\theta_{i,j}^k}{\Delta Y^2} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{aligned} \theta_{i,j}^{k+1} = \theta_{i,j}^k + \frac{\Delta \tau}{2\Delta X} (U_{i-1,j}^k \theta_{i-1,j}^k - U_{i+1,j}^k \theta_{i+1,j}^k) + \frac{\Delta \tau}{2\Delta Y} (V_{i,j-1}^k \theta_{i,j-1}^k - V_{i,j+1}^k \theta_{i,j+1}^k) \\ + \frac{\Delta \tau}{\Delta X^2} (\theta_{i+1,j}^k + \theta_{i-1,j}^k - 2\theta_{i,j}^k) + \frac{\Delta \tau}{\Delta Y^2} (\theta_{i,j+1}^k - \theta_{i,j-1}^k - 2\theta_{i,j}^k) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Si on prend :

$$A = \frac{\Delta\tau}{2\Delta X} ; B = \frac{\Delta\tau}{2\Delta Y} ; C = \frac{\Delta\tau}{\Delta X^2} ; D = \frac{\Delta\tau}{\Delta Y^2}$$

L'équation (III.10) devient :

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^{k+1} = \theta_{ij}^k + A & \left(U_{i-1,j}^k \theta_{i-1,j}^k - U_{i+1,j}^k \theta_{i+1,j}^k \right) + B \left(V_{i,j-1}^k \theta_{i,j-1}^k - V_{i,j+1}^k \theta_{i,j+1}^k \right) \\ & + C \left(\theta_{i+1,j}^k + \theta_{i-1,j}^k - 2\theta_{i,j}^k \right) + D \left(\theta_{i,j+1}^k - \theta_{i,j-1}^k - 2\theta_{i,j}^k \right) \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

```
Told=T;
for j=2:ny-1
    for i=2:nx-1
        T(i,j)=(A*(U(i-1,j)*Told(i-1,j))-(U(i+1,j)*Told(i+1,j)))
            +(B*(V(i,j-1)*Told(i,j-1))-(V(i,j+1)*Told(i,j+1)))
            +(C*(Told(i+1,j)+Told(i-1,j)-(2*Told(i,j))))
            +(D*(Told(i,j+1)+Told(i,j-1)-(2*Told(i,j))))+Told(i,j);
    end
end
```

Figure 6. fragment code Matlab pour la température.

III.5.2 Discrétisation de l'équation de Vorticité

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k}{\Delta\tau} + \frac{U_{i+1,j}^k \omega_{i+1,j}^k - U_{i-1,j}^k \omega_{i-1,j}^k}{2\Delta X} + \frac{V_{i,j+1}^k \omega_{i,j+1}^k - V_{i,j-1}^k \omega_{i,j-1}^k}{2\Delta Y} = \\ \text{Pr} \left(\frac{\omega_{i+1,j}^k + \omega_{i-1,j}^k - 2\omega_{i,j}^k}{\Delta X^2} + \frac{\omega_{i,j+1}^k - \omega_{i,j-1}^k - 2\omega_{i,j}^k}{\Delta Y^2} \right) + \text{Ra.Pr} \cdot \frac{\theta_{i+1,j}^k - \theta_{i-1,j}^k}{2\Delta X} \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

$$\begin{aligned} \omega_{ij}^{k+1} = A & \left(U_{i-1,j}^k \omega_{i-1,j}^k - U_{i+1,j}^k \omega_{i+1,j}^k \right) + B \left(V_{i,j-1}^k \omega_{i,j-1}^k - V_{i,j+1}^k \omega_{i,j+1}^k \right) \\ & + \text{Pr} \left[C \left(\omega_{i+1,j}^k + \omega_{i-1,j}^k - 2\omega_{i,j}^k \right) + D \left(\omega_{i,j+1}^k - \omega_{i,j-1}^k - 2\omega_{i,j}^k \right) \right] \\ & + \text{Ra.Pr} A \left(\theta_{i+1,j}^k - \theta_{i-1,j}^k \right) + \omega_{ij}^k \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

```

%% boucle de vorticit  omiga
wold=w;
for j=2:ny-1
    for i=2:nx-1
        w(i,j)=(A*((U(i-1,j)*wold(i-1,j))-(U(i+1,j)*wold(i+1,j))))
            +(B*((V(i,j-1)*wold(i,j-1))-(V(i,j+1)*wold(i,j+1))))
            +(Pr*(C*(wold(i+1,j)+wold(i-1,j)-(2*wold(i,j))))
            +D*(wold(i,j+1)+wold(i,j-1)-(2*wold(i,j))))
            +((Ra*Pr*A)*(T(i+1,j)-T(i-1,j)))+wold(i,j);
    end
end
end

```

Figure 7. fragment du code du Matlab pour la vorticité.

III.5.3 Discrétisation de L'équation de La Fonction de Courant :

$$-\omega_{i,j}^k = \frac{\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^k - 2\psi_{i,j}^k}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^k + \psi_{i,j-1}^k - 2\psi_{i,j}^k}{\Delta Y^2} \quad (\text{III.14})$$

$$\psi_{i,j}^k = \frac{\frac{\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^k}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^k - \psi_{i,j-1}^k}{\Delta Y^2} + \omega_{i,j}^k}{\frac{2}{\Delta X^2} + \frac{2}{\Delta Y^2}} \quad (\text{III.15})$$

III.5.4 Discrétisation du Champ De Vitesses :

Les composantes du champ de vitesses sont obtenues explicitement à partir de la définition de la fonction de courant (II.16). C'est-à-dire une fois les valeurs de la fonction de courant calculées, les vitesses seront déduites par les relations suivantes :

$$V_{i,j}^k = \frac{\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^k - 2\psi_{i,j}^k}{2\Delta X} \quad (\text{III.16})$$

$$U_{i,j}^k = \frac{\psi_{i,j+1}^k + \psi_{i,j-1}^k - 2\psi_{i,j}^k}{2\Delta Y} \quad (\text{III.17})$$

III.5.5 Discrétisation des Conditions aux Limites et conditions initiales :

III.5.5.1 Les Conditions aux Limites :

- **La température et la vitesse, La fonction de courant :**

Tableau 4. Les condition aux limites de la vitesse et de température

<i>Position</i>	<i>condition</i>
$Y = 0$; sur la partie chaude	$\theta_{i,1}^k = 1 \quad U_{i,1}^k = 0 \quad V_{i,1}^k = 0 \quad \psi_{i,1}^k = 0$
$Y = 1$; sur la partie froide	$\theta_{i,ny}^k = 0 \quad U_{i,ny}^k = 0 \quad V_{i,ny}^k = 0 \quad \psi_{i,ny}^k = 0$
$X = 0$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\theta_{1,j}^k = \theta_{2,j}^k \quad U_{1,j}^k = 0 \quad V_{1,j}^k = 0 \quad \psi_{1,j}^k = 0$
$X = 1$; le long de H Sur les parties adiabatiques	$\theta_{nx,j}^k = \theta_{nx-1,j}^k \quad U_{nx,j}^k = 0 \quad V_{nx,j}^k = 0 \quad \psi_{nx,j}^k = 0$

- **La vorticité :**

Les conditions aux limites de la vorticité ne sont pas données explicitement sur les parois. Plusieurs conditions ont été proposées dans la littérature ; dans notre cas nous allons détailler la discrétisation de ces conditions au niveau des parois. D'après l'équation (III.14) on à :

$$-\omega_{1,j}^k = \frac{\psi_{2,j}^k + \psi_{0,j}^k - 2\psi_{1,j}^k}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{1,j+1}^k + \psi_{1,j-1}^k - 2\psi_{1,j}^k}{\Delta Y^2} \quad (\text{III.18})$$

$$-\omega_{i,1}^k = \frac{\psi_{i+1,1}^k + \psi_{i-1,1}^k - 2\psi_{i,1}^k}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,2}^k + \psi_{i,0}^k - 2\psi_{i,1}^k}{\Delta Y^2} \quad (\text{III.19})$$

$$V_{1,j}^k = \frac{\psi_{2,j}^k + \psi_{0,j}^k - 2\psi_{1,j}^k}{2\Delta X} \quad (\text{III.20})$$

$$U_{i,1}^k = \frac{\psi_{i,2}^k + \psi_{i,0}^k - 2\psi_{i,1}^k}{2\Delta Y} \quad (\text{III.21})$$

Si on applique les conditions aux limites on obtient :

$$-\omega_{1,j}^k = \frac{\psi_{2,j}^k + \psi_{0,j}^k}{\Delta X^2} \quad (\text{III.22})$$

Et :

$$V_{1,j}^k = \frac{\psi_{2,j}^k + \psi_{0,j}^k}{2\Delta X} = 0 \quad \psi_{0,j}^k = \psi_{2,j}^k \quad (\text{III.23})$$

Donc les conditions aux limites du vorticité deviennent :

Tableau 5. Conditions aux limites du vorticité

<i>Position</i>	<i>condition</i>
Y = 0	$\omega_{i,1}^k = \frac{2(\psi_{i,1}^k - \psi_{i,2}^k)}{\Delta Y^2}$
Y = 1	$\omega_{i,ny}^k = \frac{2(\psi_{i,ny}^k - \psi_{i,ny-1}^k)}{\Delta Y^2}$
X = 0	$\omega_{1,j}^k = \frac{2(\psi_{1,j}^k - \psi_{2,j}^k)}{\Delta X^2}$
X = 1	$\omega_{nx,j}^k = \frac{2(\psi_{nx,j}^k - \psi_{nx-1,j}^k)}{\Delta X^2}$

III.5.5.2 Les conditions initiales :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{i,j}^0 = 0 \\ U_{i,j}^0 = 0 \\ \omega_{1,j}^0 = 0 \\ \theta_{i,j}^0 = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad i = 1 \dots nx - 1 \quad \text{et } j = 1 \dots ny - 1$$

III.6 Algorithme Et Organigramme

La formulation (ψ - ω) exige un traitement simultané des trois équations (fonction du courant, vorticité et l'énergie). Les principales étapes sont résumées par l'algorithme suivant :

- Définition du domaine et lecture des données.
- Génération du maillage.
- Introduction des conditions initiales et aux limites.
- Début de la boucle sur le temps.
 - Résolution de l'équation de l'énergie et de la vorticité.
 - Calcul du champ de la fonction de courant.
 - Détermination du champ de vitesses (U, V).
 - Détermination de la vorticité aux parois.
 - Incrémentation du temps ($\tau + \Delta\tau$).
 - Répétition des calculs Jusqu'à l'obtention de la convergence.
- Fin de la boucle sur le temps.
- Affichage des résultats.

Pour la résolution de notre problème, nous avons élaboré un code de calcul en langage MATLAB dont l'organigramme figuré à la page suivante.

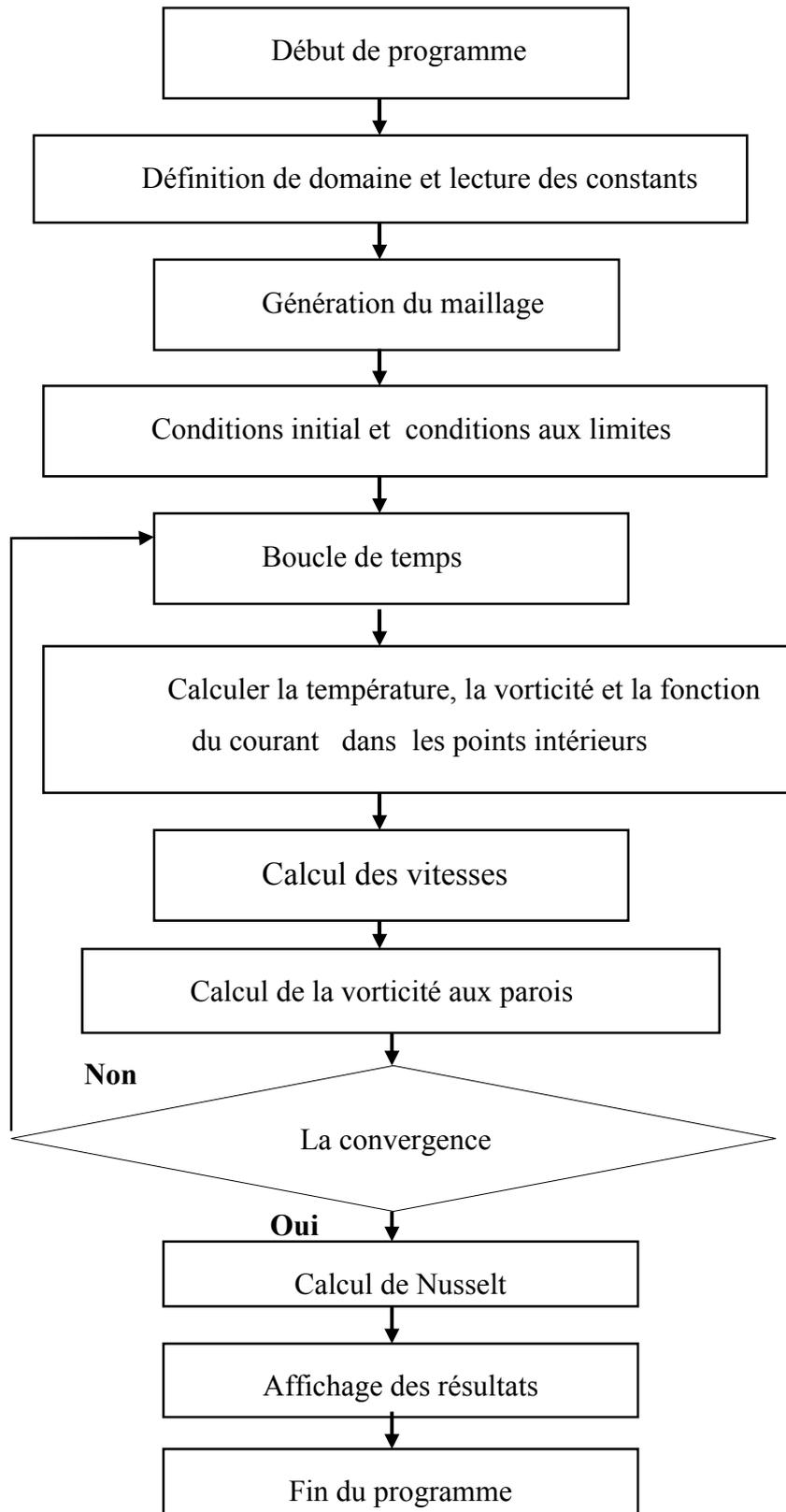


Figure 8. L'organigramme du programme

III.7 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode des différences finies, les étapes de discrétisation du modèle mathématique et les conditions aux limites , ainsi que la résolution des équations algébriques.

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie a été mise en œuvre pour élaborer un code MATLAB puis simuler la circulation et le champ de température de l'air ou bien un nanofluide dans l'enceinte. La résolution est effectuée par le code MATLAB, basé sur la méthode des différences finies. Les résultats obtenus par ce code sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV. Résultats et discussions

IV.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous exposons les résultats de simulation obtenus à l'aide du code MATLAB, en adoptant les mêmes conditions citées ci-dessus.

Comme premier pas, nous présentons une optimisation du maillage, dans le but de bien choisir le maillage convenable à notre étude. Après les résultats ont été testés et validés avec succès par rapport à ceux obtenus par d'autres auteurs.

Dans notre cas, nous présentons les champs d'écoulement, dynamique et thermique, ainsi l'effet du fluide de convection (nanofluide) et l'effet des parties actives et l'existence d'un ailette adiabatique dans la cavité, puis l'influence de rapport de forme sur le taux de transfert de chaleur. Tous ces cas sont illustré dans cette étude.

IV.2 Optimisation du maillage :

Le choix du maillage est une étape critique de la simulation numérique, il est donc indispensable de bien choisir le maillage qui s'adapte au mieux aux problèmes considérés.

Pour le choix d'un meilleur maillage, nous avons effectué une optimisation préalable, dans laquelle apparaît la variation du nombre de Nusselt moyen pour un facteur de forme $Ar=1$, pour un nombre de Rayleigh égal à 10^5 et en fonction des différents maillages uniformes. D'après le Tableau 6, le choix de maillage est en raison de la stabilisation des valeurs du nombre de Nusselt moyen, notamment pour les trois maillages uniformes. Le maillage choisie est le maillage qui sera adopté pour tout le calcul.

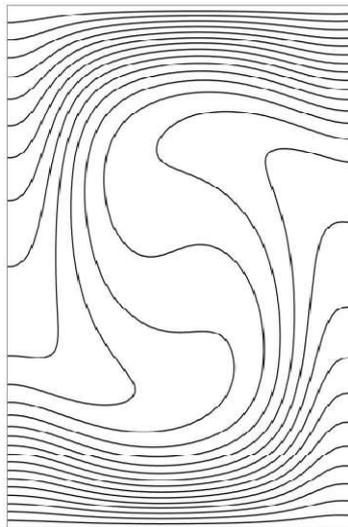
Tableau 6. montre la sensibilité des résultats numériques aux maillages

maillage	51x51	61x61	71x71	81x81	91x91	101x101	111x111	121x121
\overline{Nu}	3.862	3.872	3.878	3.882	3.885	3.891	3.891	3.891

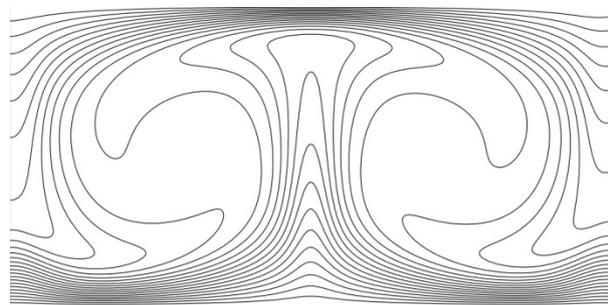
IV.3 Validation de code de calcul:

Dans le but de vérifier l'exactitude des résultats de simulation obtenus avec le code de calcul qui nous avons élaboré, une validation a été faite, en prenant en compte certaines

études numériques disponibles dans la littérature. Dans le présent travail, nous avons procédé à diverses comparaisons avec les résultats de l'auteur **M. Corcione** [28], Pour cela on a gardé les mêmes conditions que [28]: le fluide de convection (l'air), en considérant le cas où le nombre de Rayleigh égal à 10^5 , à différents rapport de forme comprise entre 0.66 et 2 et la même géométrie, où les zones actives sont localisées sur les parois bas et haut avec des températures adimensionnelle qui égale à 0.5 et -0.5 respectivement, et on considère que les parois verticales de la cavité sont adiabatique.

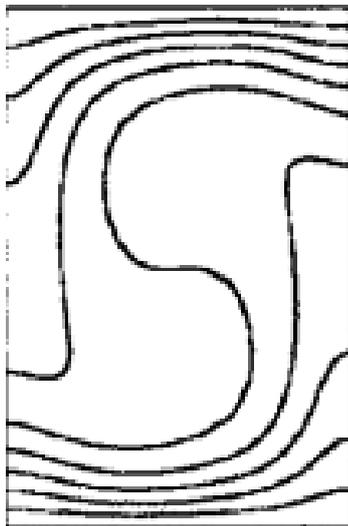


$Ra=10^5$, $Ar=0.66$

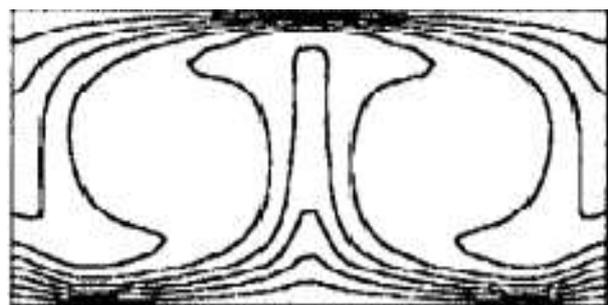


$Ra=10^5$, $Ar=2$

(a)



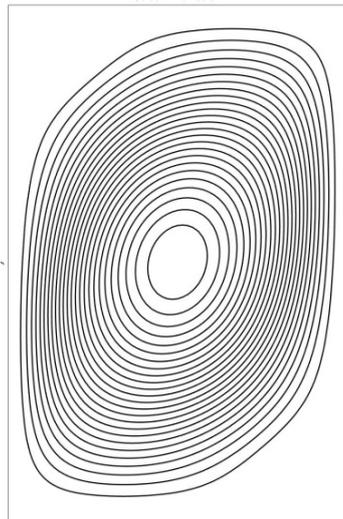
$Ra=10^5$, $Ar=0.66$



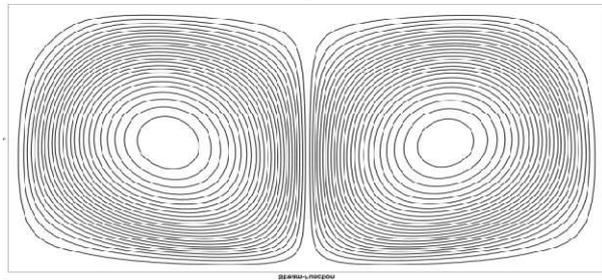
$Ra=10^5$, $Ar=2$

(b)

Figure 9. Comparaison des isothermes (a) Présent travail (b) Résultats numérique de M. Corcione[28].

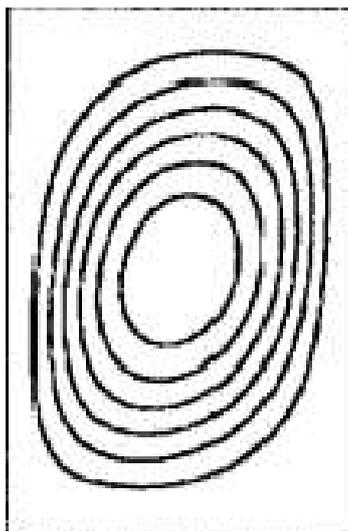


$Ra=10^5, Ar=0.66$

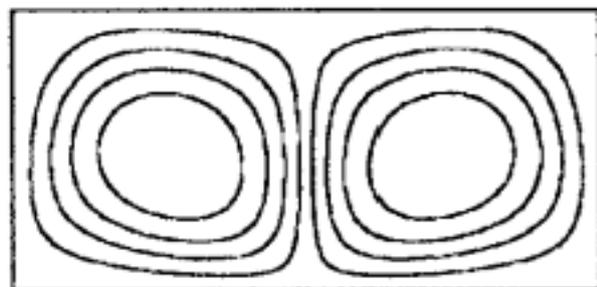


$Ra=10^5, Ar=2$

(a)



$Ra=10^5, Ar=0.66$



$Ra=10^5, Ar=2$

(b)

Figure 10. Comparaison des lignes de courant (a) Présent travail (b) Résultats numérique de M. Corcione [28].

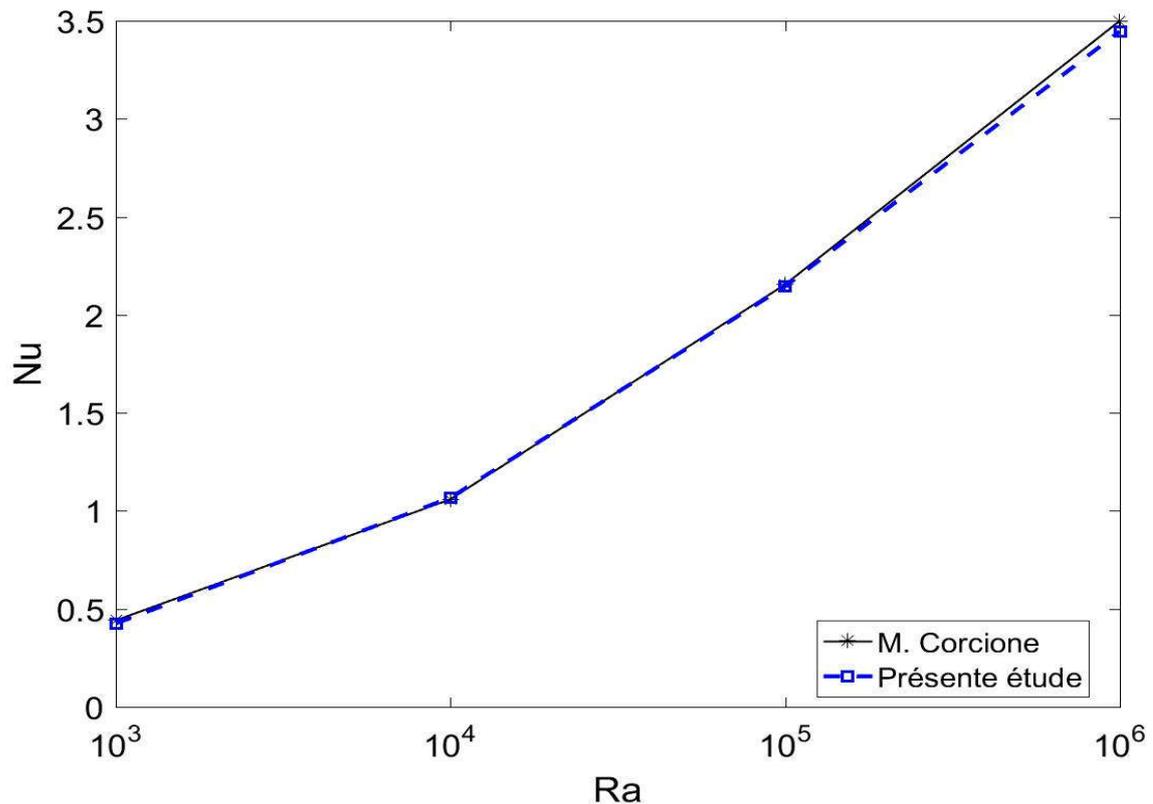


Figure 11. Comparaison des nombres Nusselt moyenne à différents nombres de Rayleigh.

IV.4 Résultats

Les configurations étudiées sont des géométries rectangulaires, contenant de l'air ou bien un nanofluide comme fluide de convection. Les parois verticales de l'enceinte sont considérées comme adiabatiques, alors que celles horizontales sont actives ou bien partiellement actives et maintenues à des températures différentes, ce qui permet l'échauffement et le refroidissement de l'enceinte.

Le nombre de Rayleigh varie entre 10^3 et 10^5 . Le modèle mathématique utilisé, ainsi que la procédure de discrétisation ont été décrits en détail dans les chapitres précédents.

IV.5 Effet du rapport de forme sur les champs thermique et dynamique :

IV.5.1 Le champ thermique :

Le champ thermique est représenté par les contours de température, pour un nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^5 et des rapports de forme comprise entre 1 et 6.

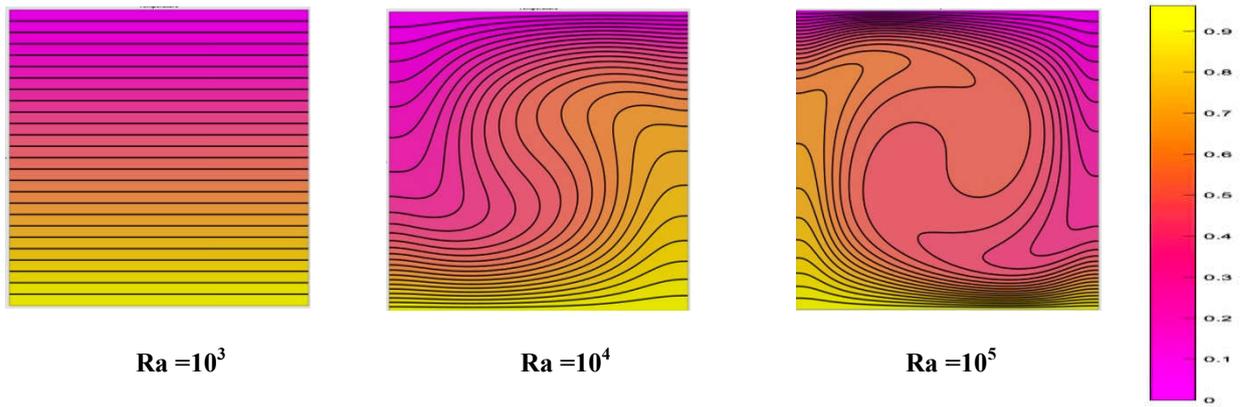


Figure 12. Contours des isothermes pour $Ar = 1$ et différents nombres de Rayleigh

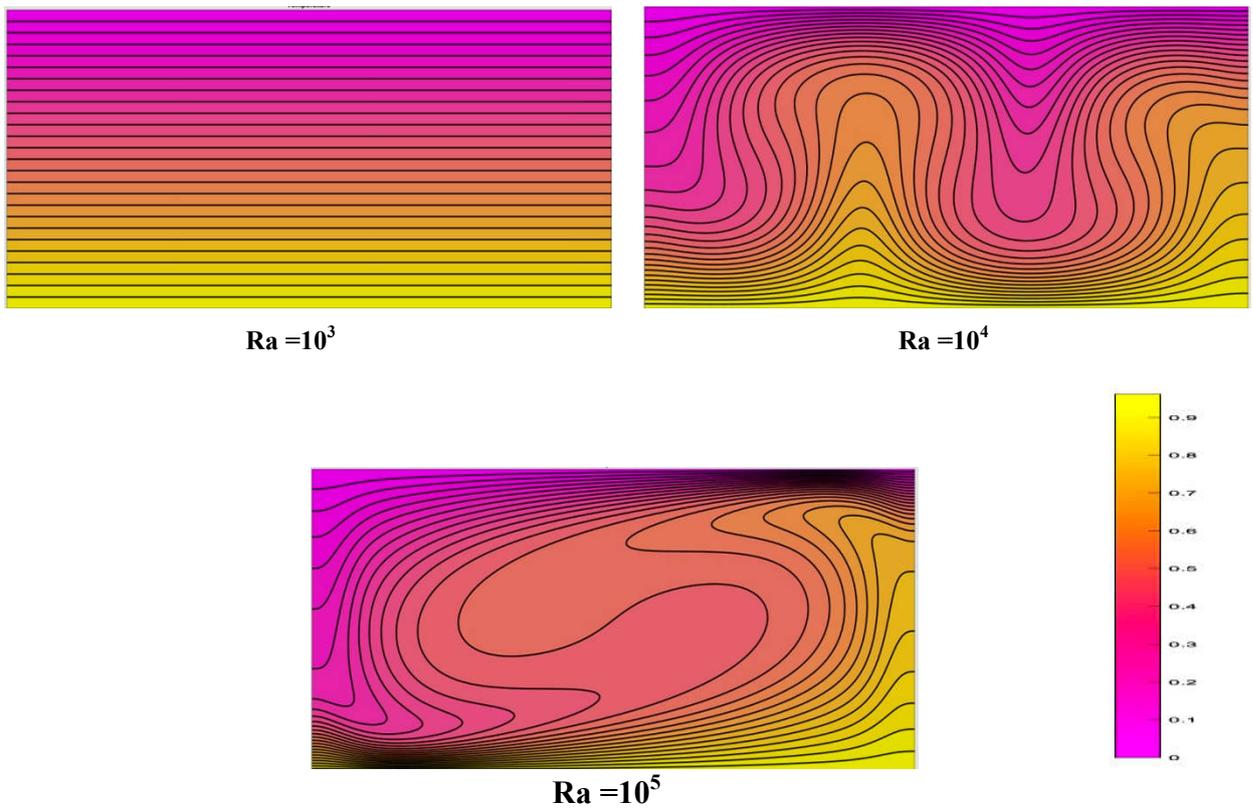


Figure 13. Contours des isothermes pour $Ar = 2$ et différents nombres de Rayleigh.

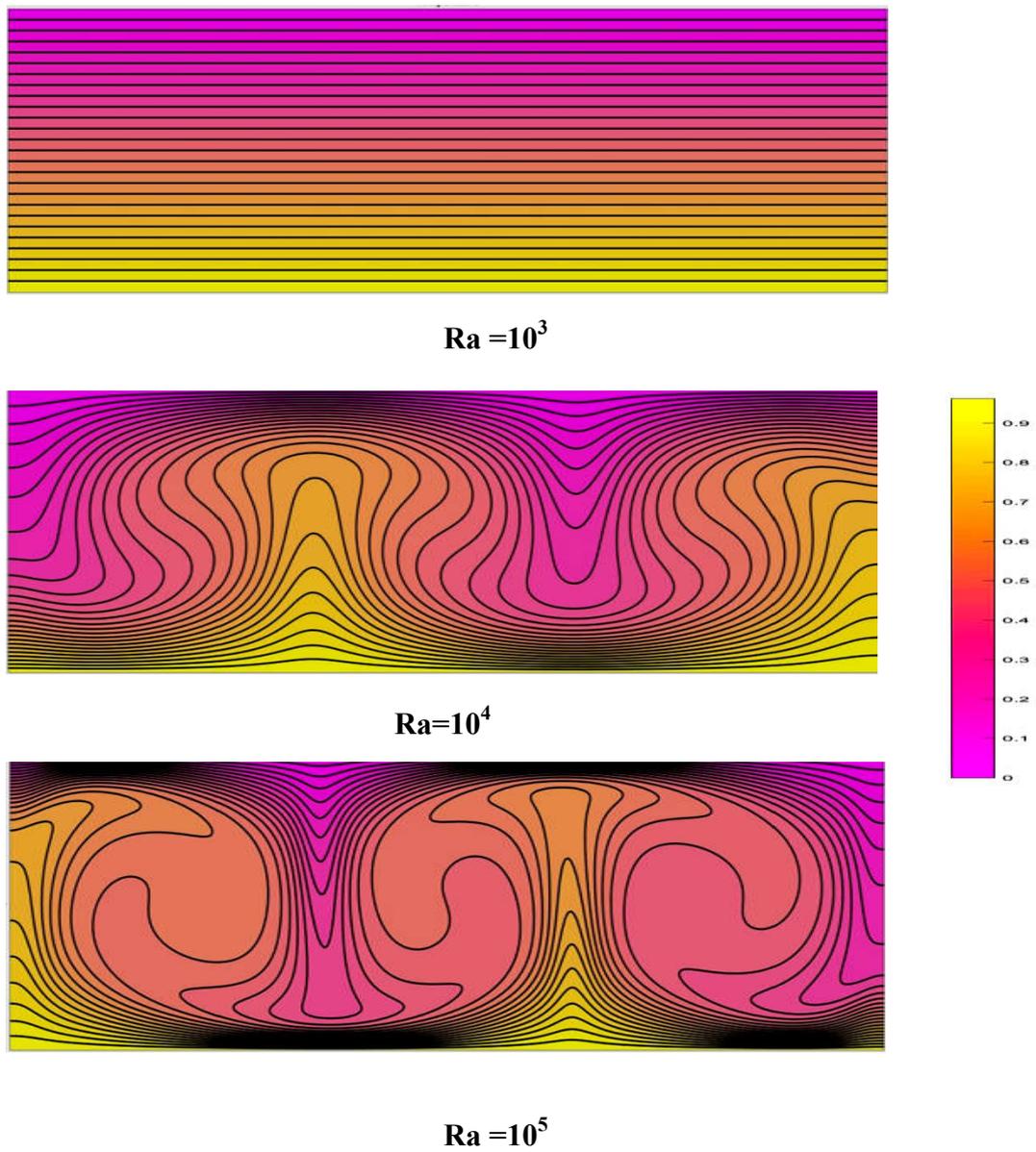


Figure 14. Contours des isothermes pour $Ar = 3$ et différents nombres de Rayleigh.

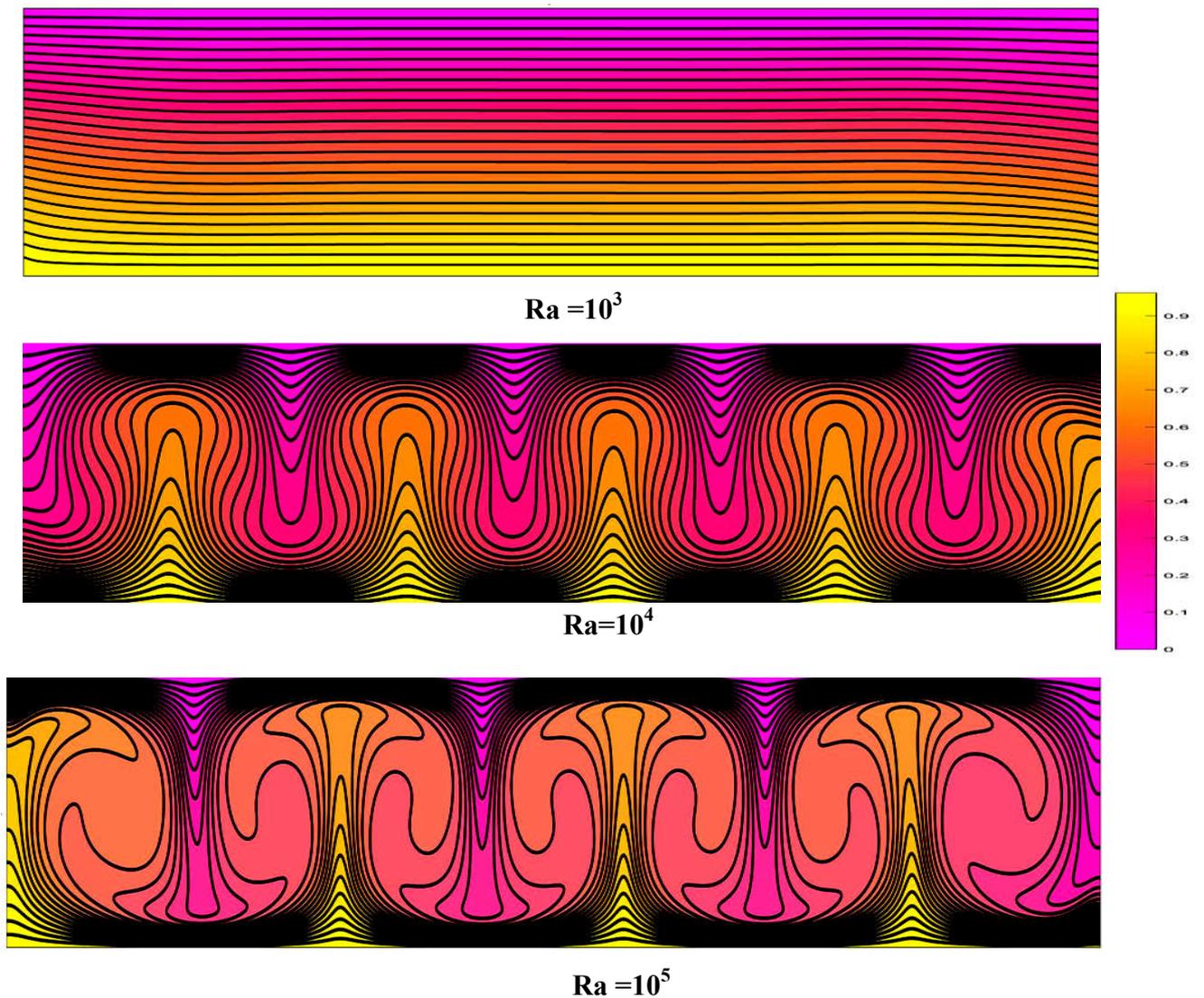


Figure 15. Contours des isothermes pour $Ar = 6$ et différents nombres de Rayleigh.

Les isothermes montrent un fort gradient de température près de la paroi chaude. Pour un nombre de Rayleigh qui égal à 10^3 ils sont presque parallèles à la paroi chaude, indiquant que le transfert thermique se fait principalement par conduction, l'effet de la convection est vu comme une distorsion des isothermes. A mesure que le nombre de Rayleigh thermique augmente, la déformation des isothermes devient plus accentuée et le mécanisme de transfert de chaleur change graduellement en mode de la convection naturelle.

- **Pour Ra fixe et Ar varié de 1 à 6 :** Dans le cas de $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des lignes parallèles à la paroi chaude. Lorsque Ra augmente, la déformation des isothermes augmente devient plus accentuée

- **Pour Ar fixe et Ra varié de 10^3 à 10^5** : Si on compare les isothermes dans les figures précédents pour différentes valeurs de Ra, on peut noter que lorsque Ra augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près du la paroi chauffé.

On conclure que le phénomène devient aussi intense qu'il bascule vers une situation non stationnaire.

IV.5.2 profile de température:

Les figures ci-dessus montre les profils de température au niveau de la ligne médiane horizontale de cavité rempli d'air et pour différentes Ra.

On peut clairement voir l'influence de la variation du nombre de Rayleigh sur la forme de la courbe.

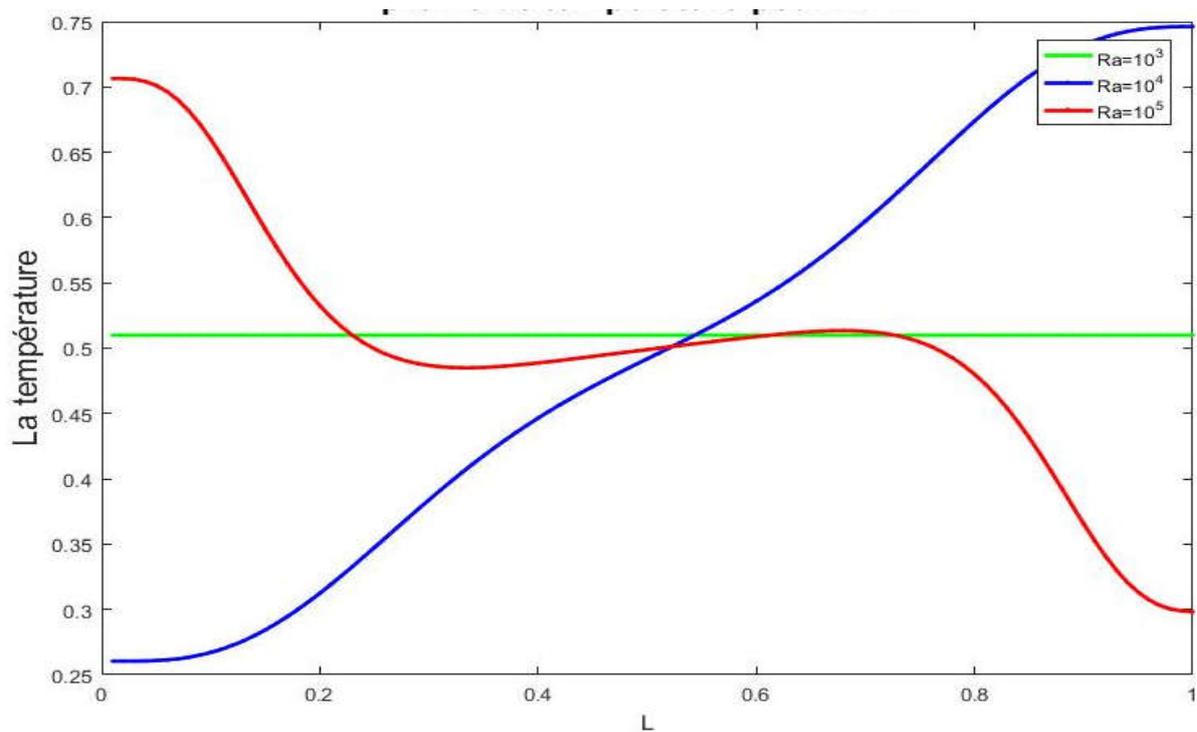


Figure 16. profile de température pour Ar=1.

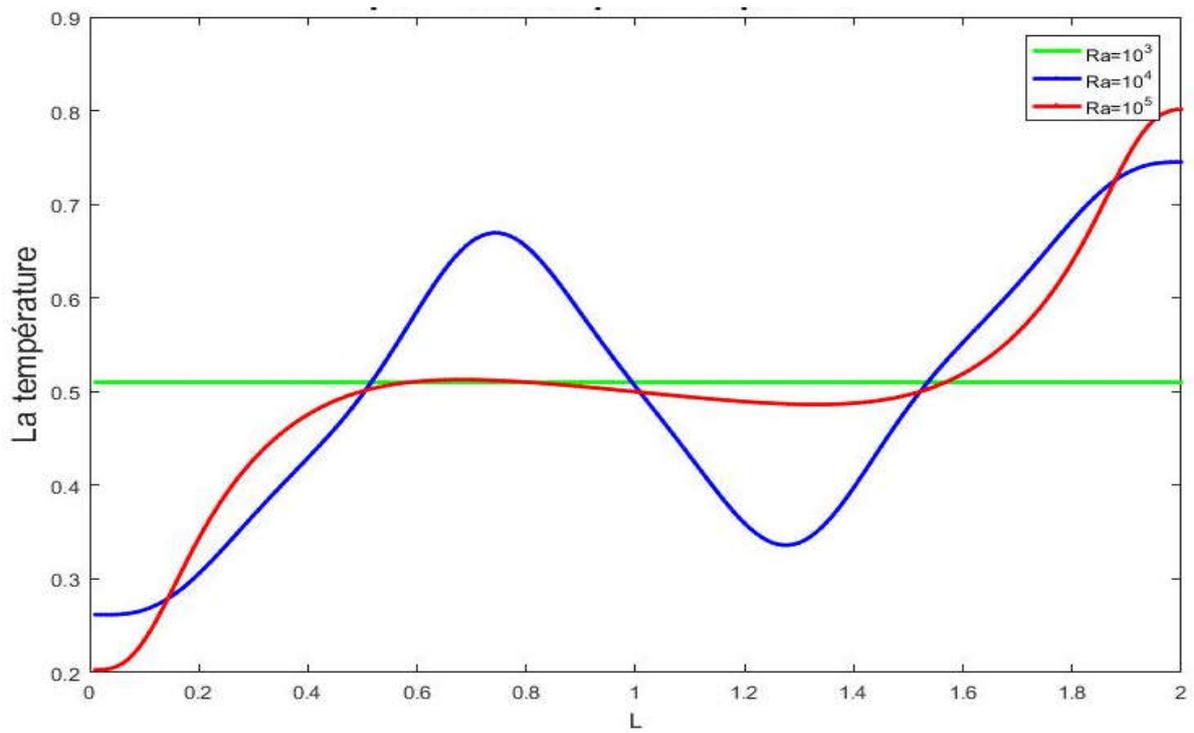


Figure 17. profile de température pour Ar=2.

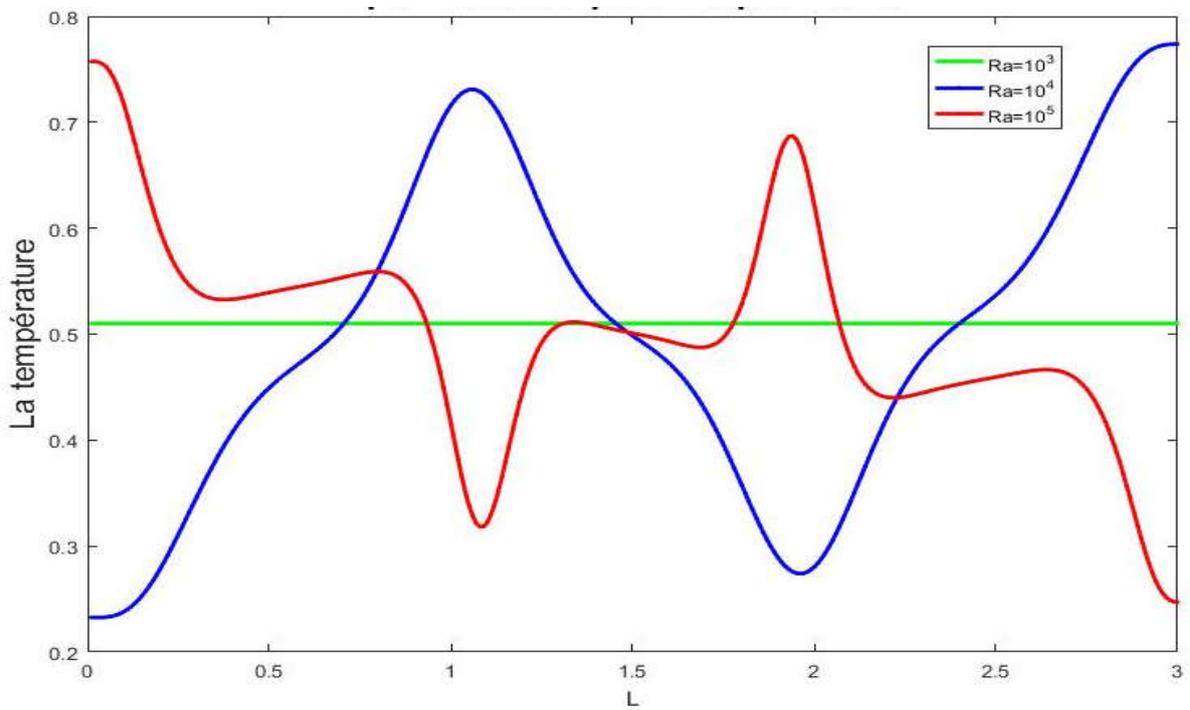


Figure 18. profile de température pour Ar=3.

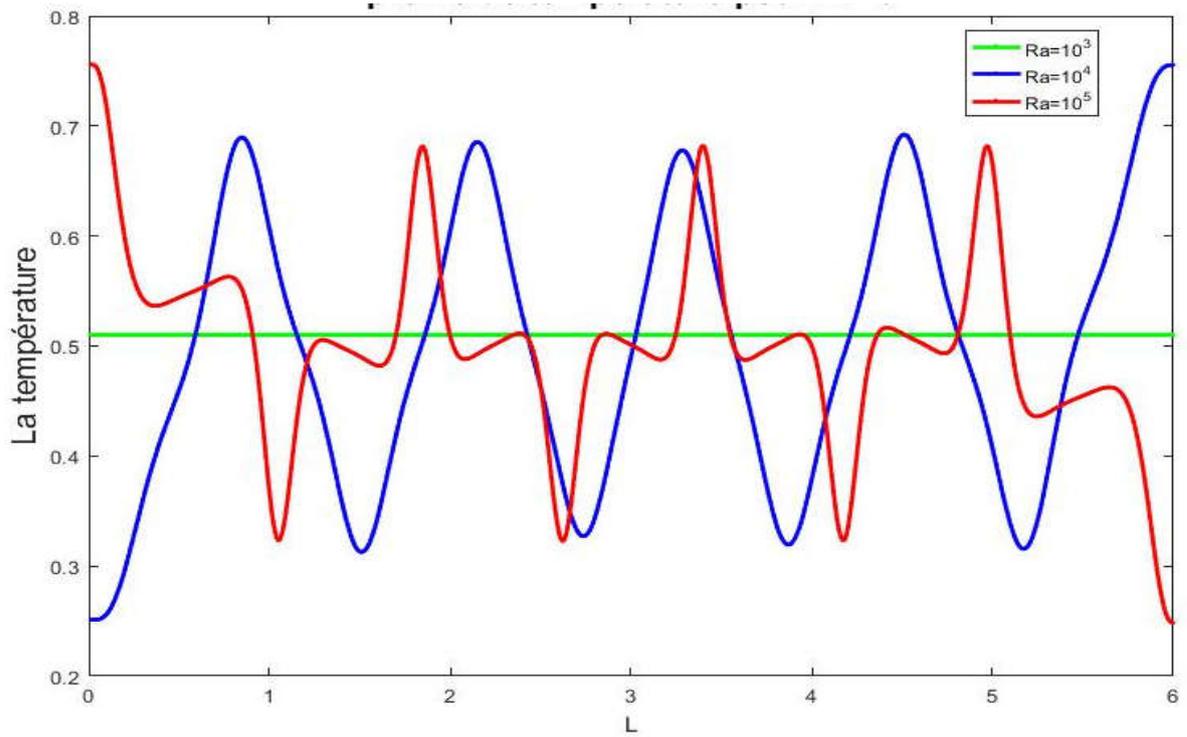


Figure 19. profile de température pour $Ar=6$.

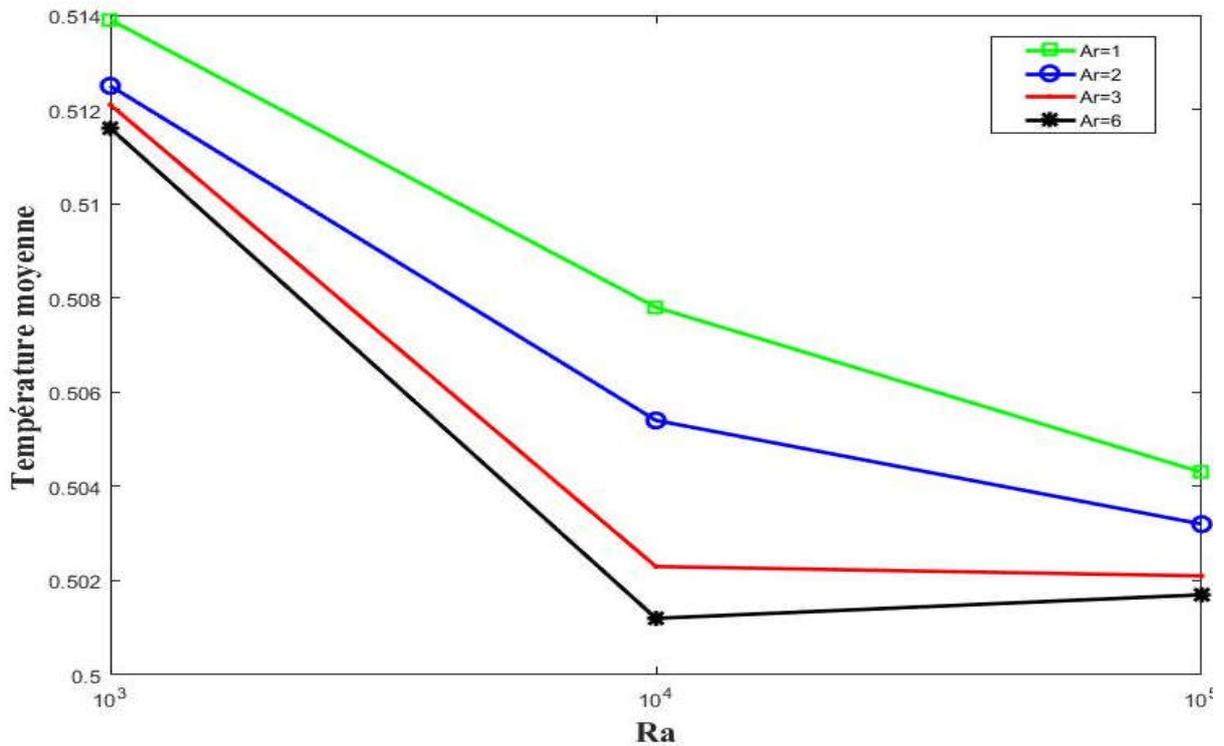


Figure 20. La température moyenne pour différent Ra

D'après les figures (16, 17,18,19 et 20), on remarque que la température est également influencée par les paramètres précédents (nombre de Rayleigh et rapport d'aspect).

IV.5.3 champ dynamique :

La circulation du fluide à l'intérieur de chaque cavité est montrée par les contours des lignes de courant, pour les mêmes valeurs des nombres de Rayleigh et rapports de forme.

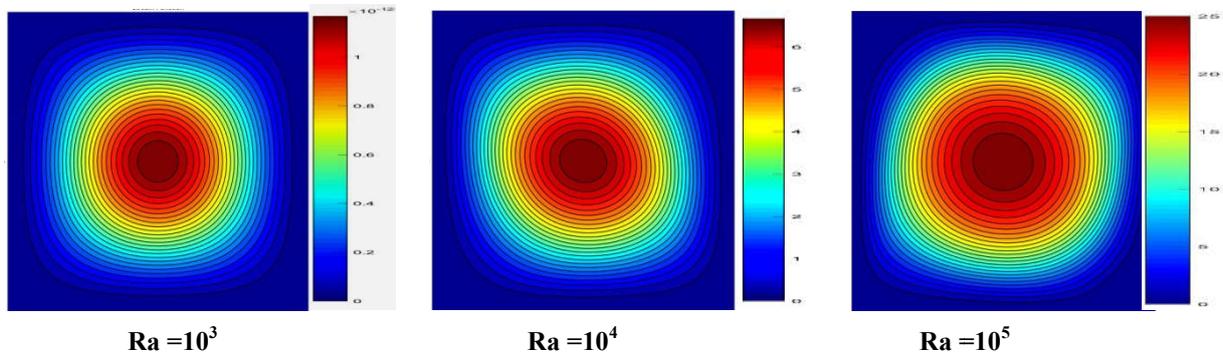


Figure 21. Contours des lignes de courant pour $Ar = 1$ et différents Rayleigh.

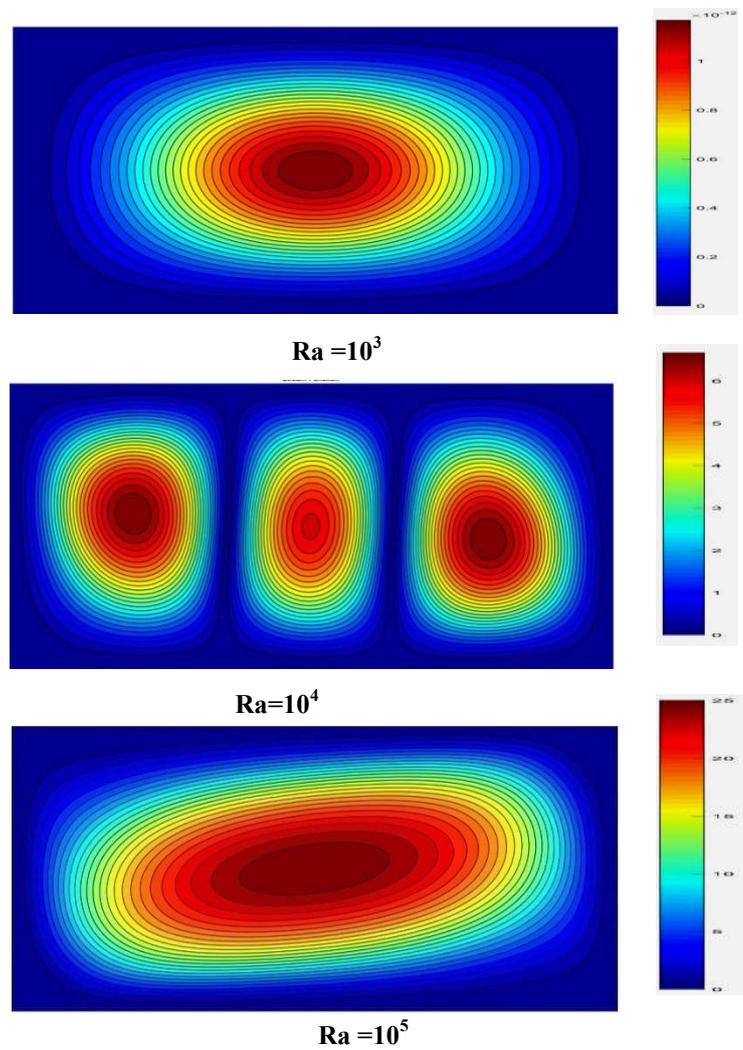
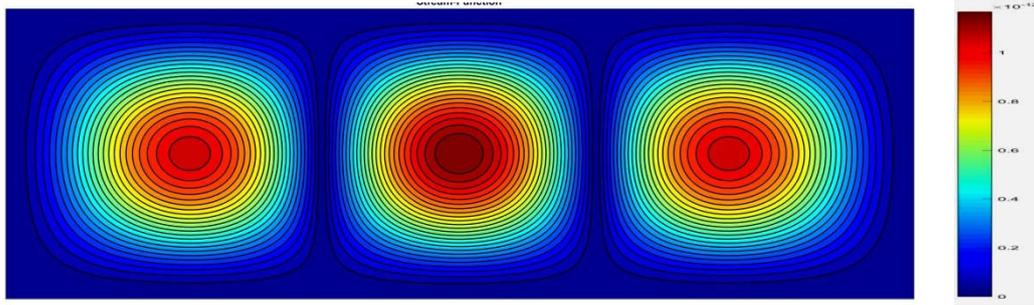
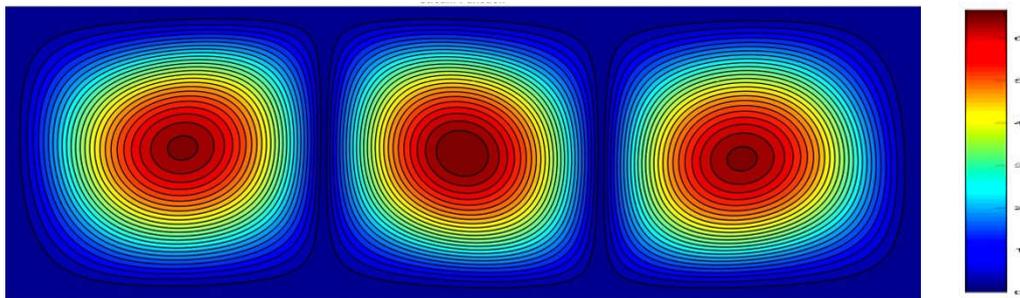


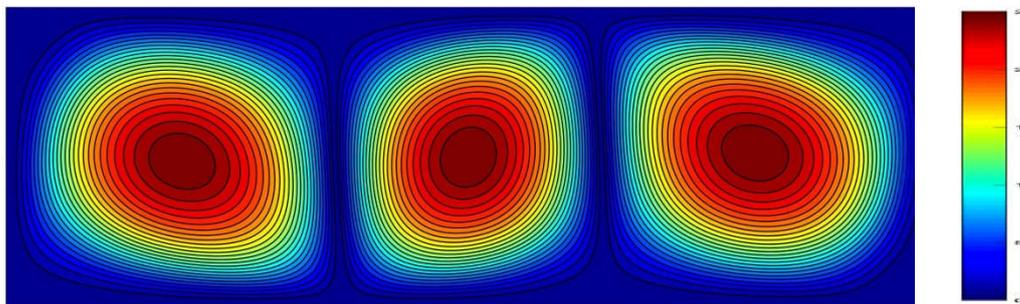
Figure 22. Contours des lignes de courant pour $Ar = 2$ et différents Rayleigh



$Ra = 10^3$



$Ra = 10^4$



$Ra = 10^5$

Figure 23. Contours des lignes de courant pour $Ar = 3$ et différents Rayleigh

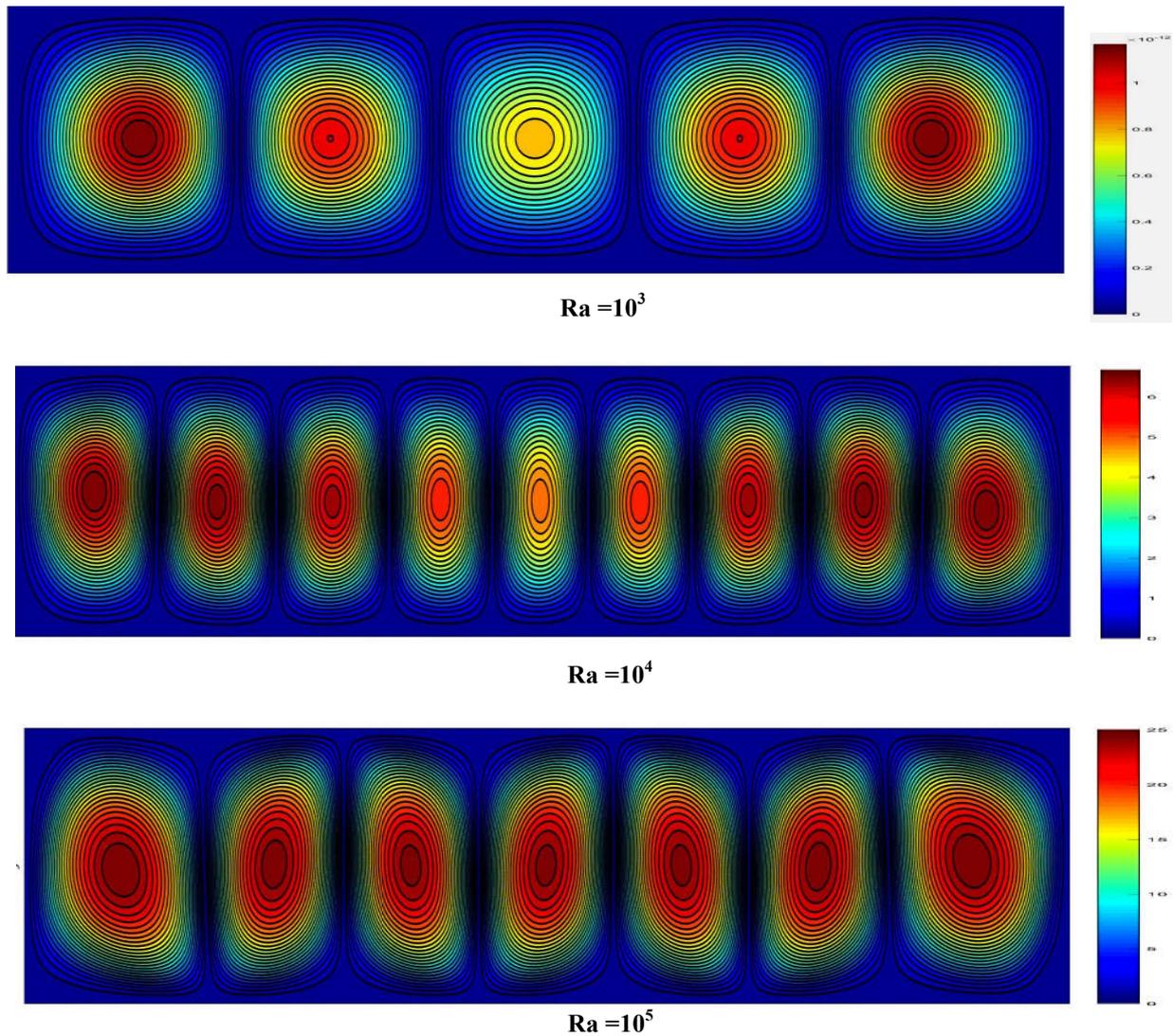


Figure 24. Contours des lignes de courant pour $Ar=6$ et différents Rayleigh

On remarque que la formation des cellules contrarotatives, chaque deux cellules adjacentes dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Donc on a un écoulement symétrique caractérisé par des cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

- **Pour Ra fixe et Ar varié de 1 à 6 :** On constate que l'intensité de l'écoulement (rouleaux) conserve la même valeur, mais le nombre des vortex augmente selon la valeur de Ar, et plus précisément lorsque Ar est un nombre pair.
- **Pour Ar fixe et Ra varié de 10^3 à 10^5 :** Pour une valeur donnée de Ar on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente ainsi que le nombre des rouleaux.

IV.5.4 Champ de vitesse:

Le champ du vecteur vitesse est exposé dans les figures (Figure 25. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra=103$ et $1 \leq Ar \leq 6$, Figure 27. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra=105$ et $1 \leq Ar \leq 6$.) pour les mêmes conditions précédentes (nombres de Rayleigh et rapports d'aspect).

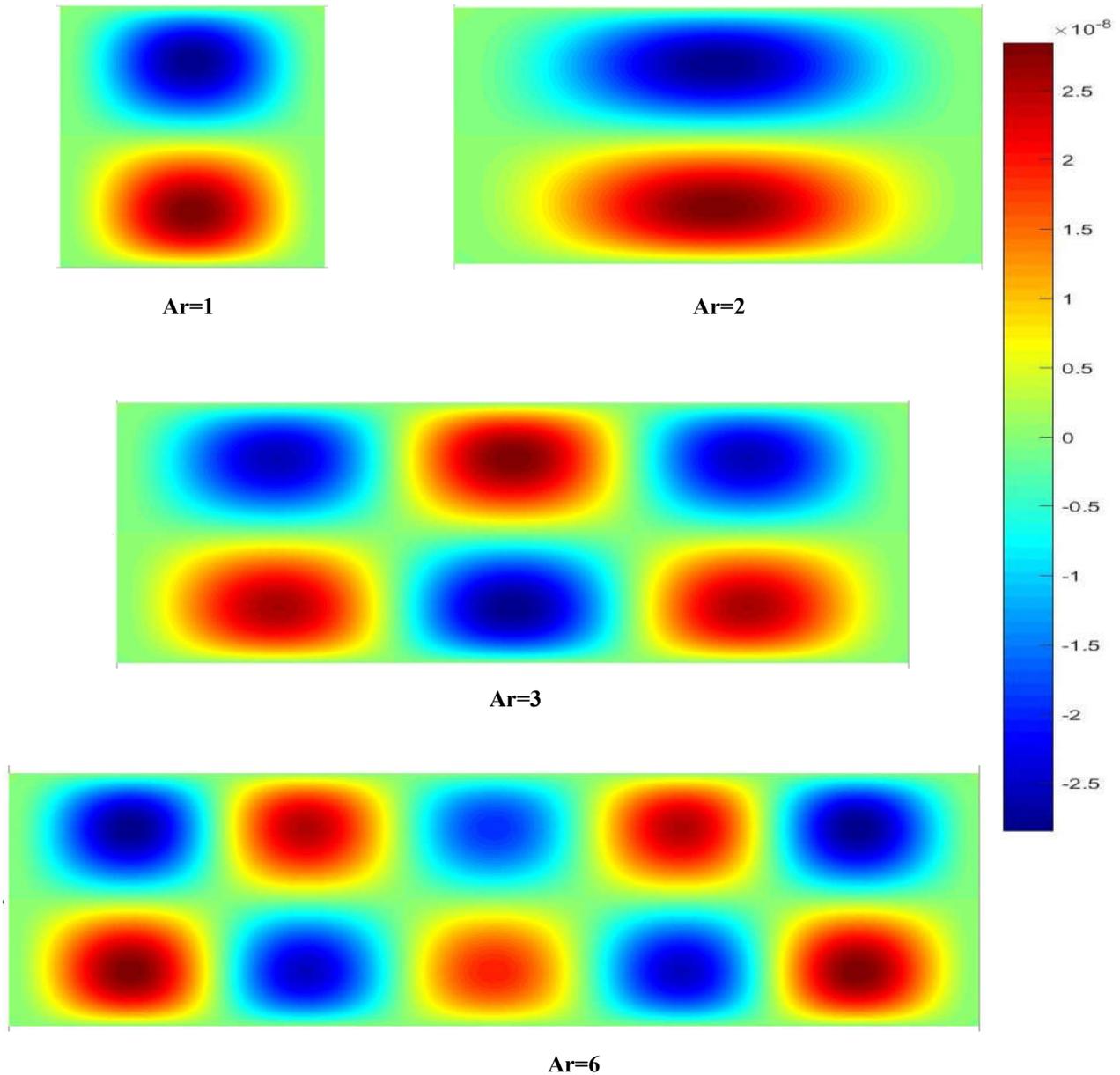


Figure 25. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra=10^3$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

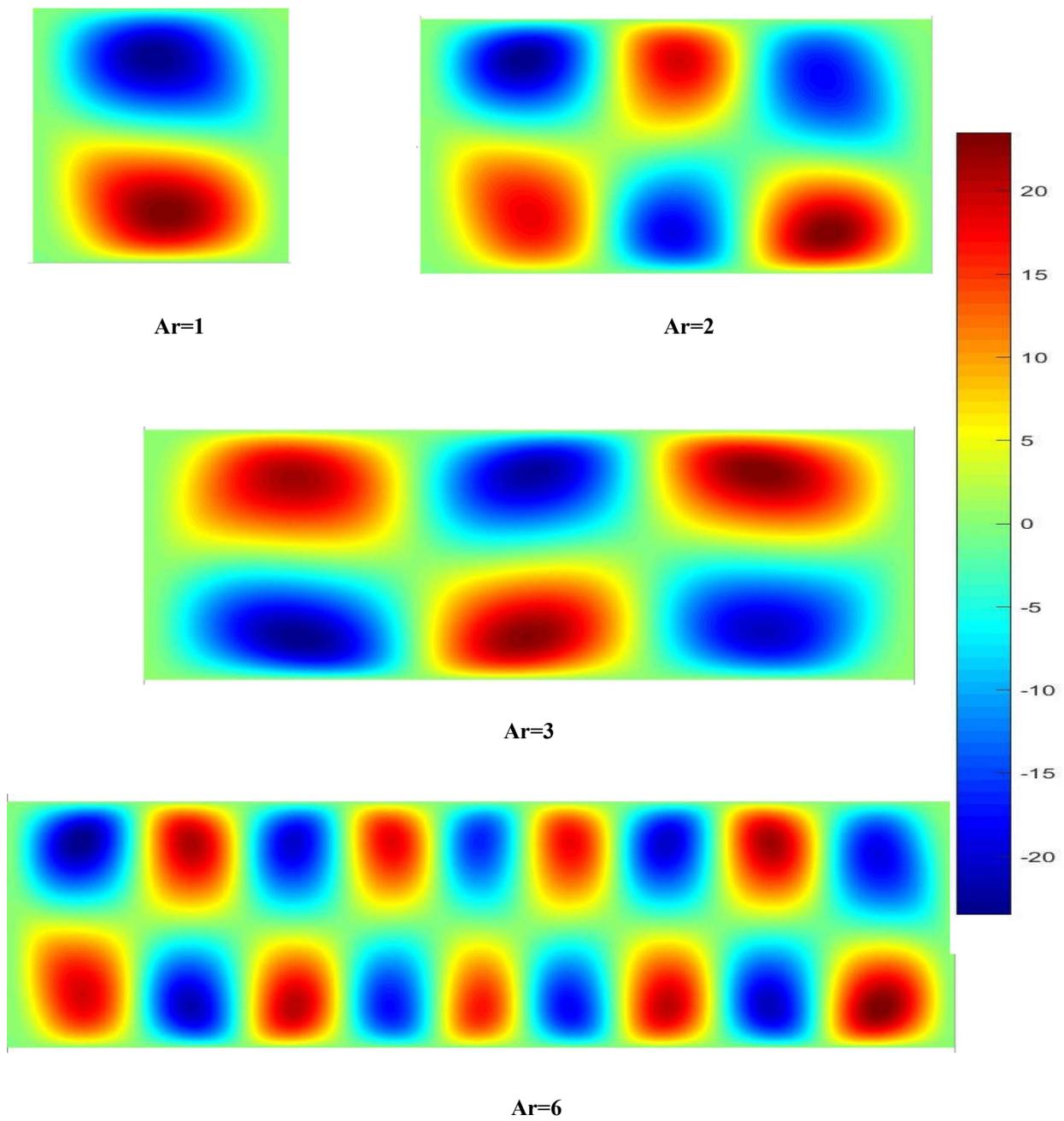


Figure 26. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra=10^4$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

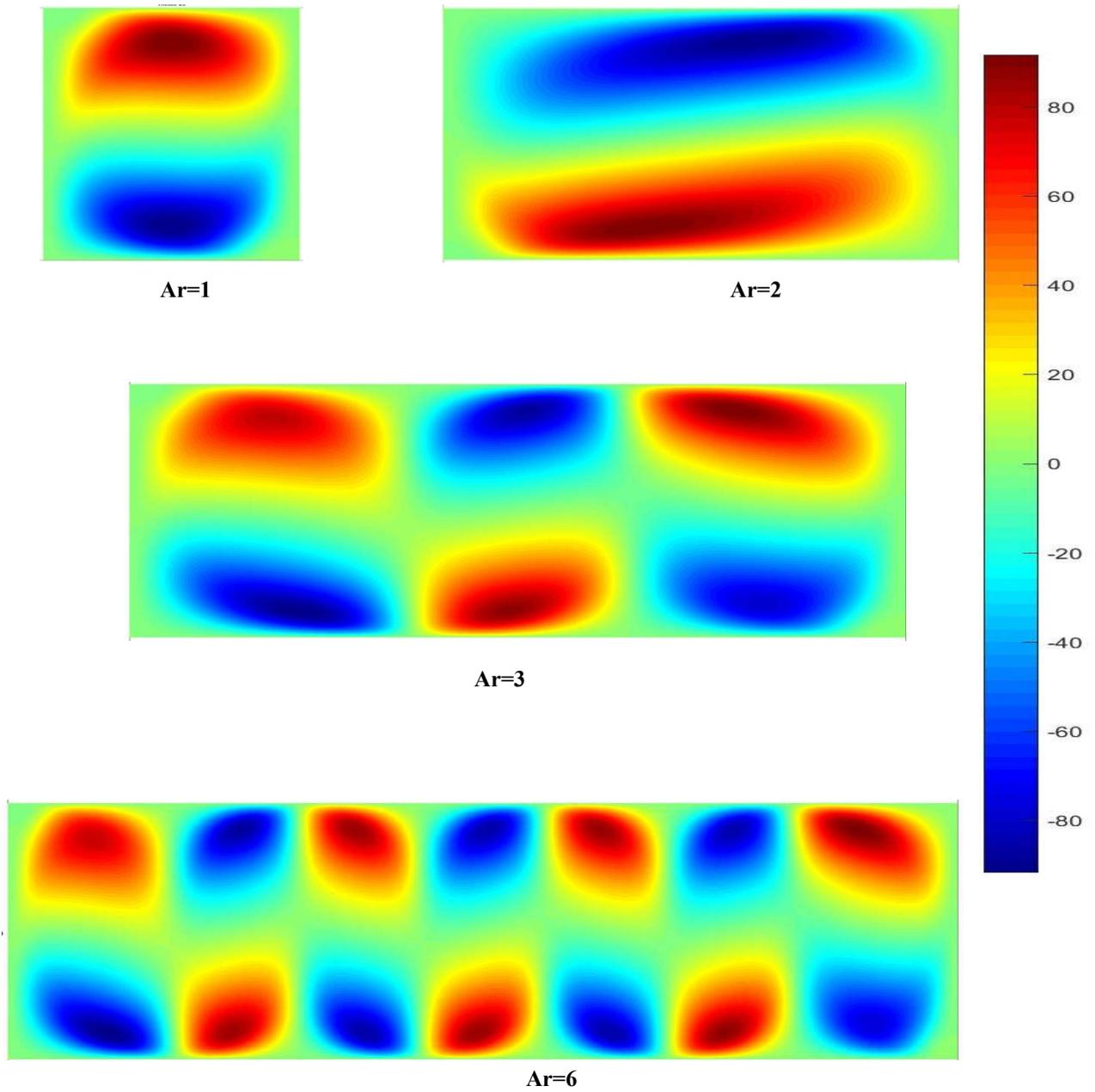


Figure 27. Le champ du vecteur vitesse U pour $Ra=10^5$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

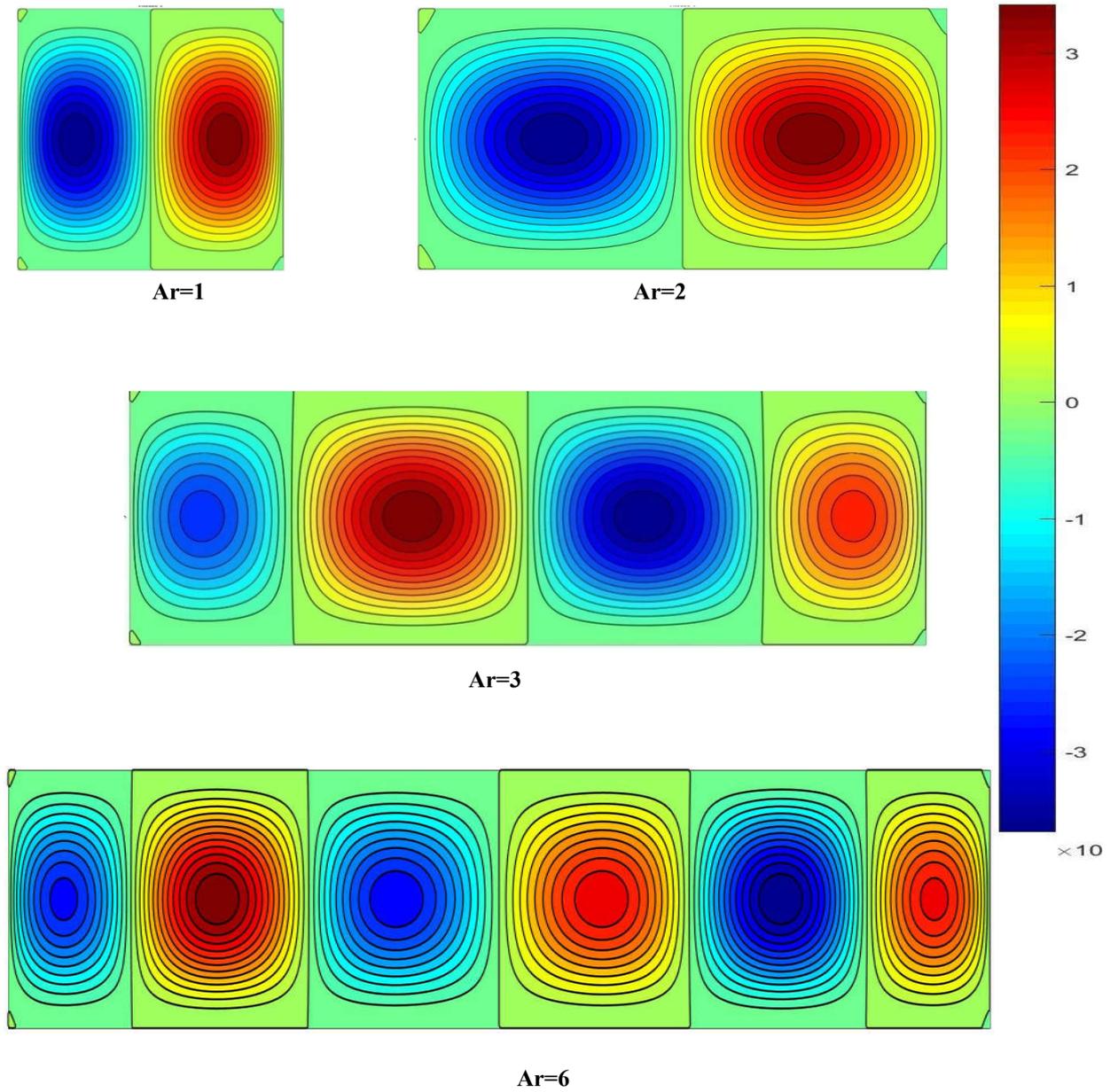


Figure 28. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra=10^3$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

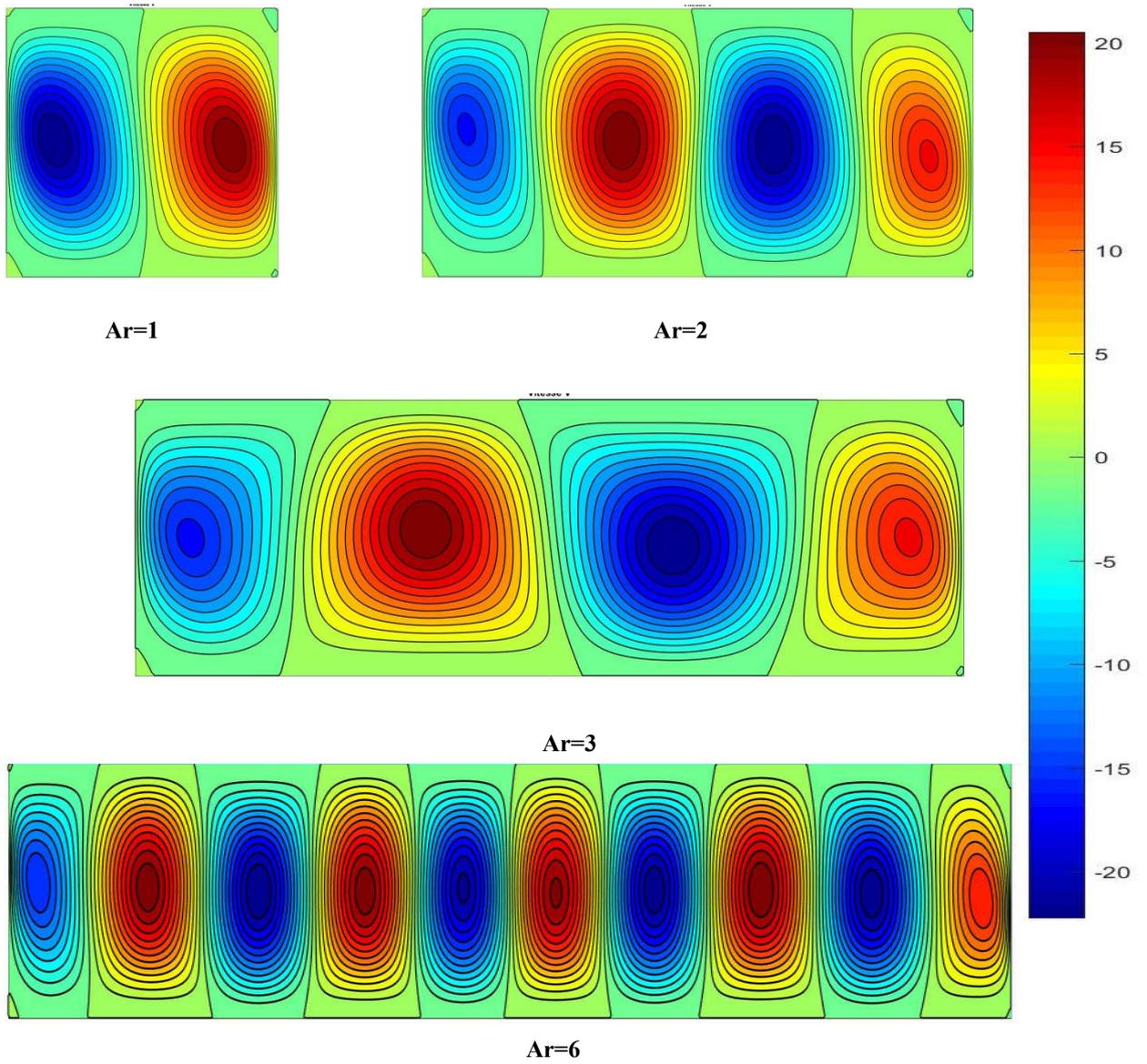


Figure 29. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra=10^4$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

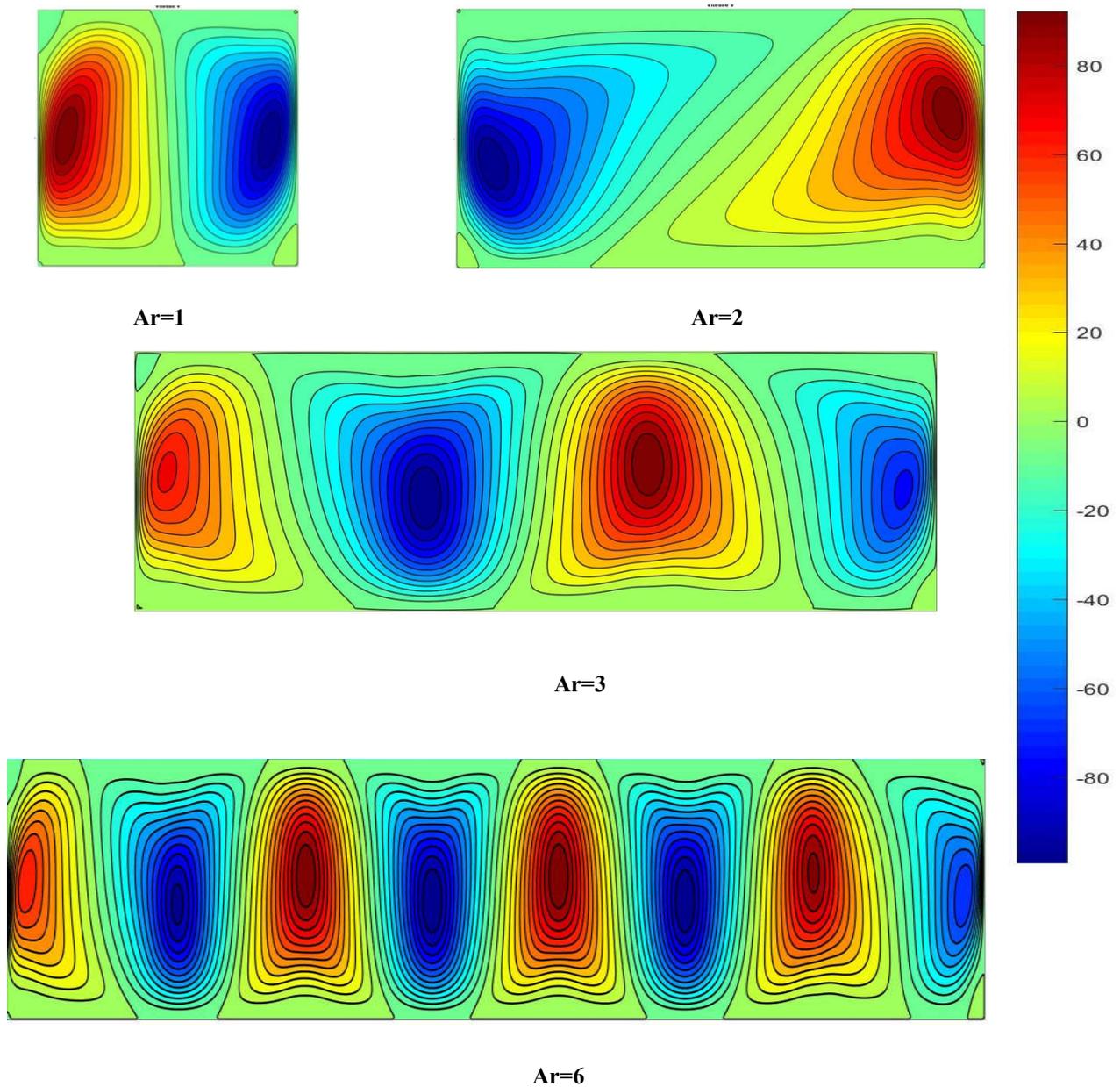


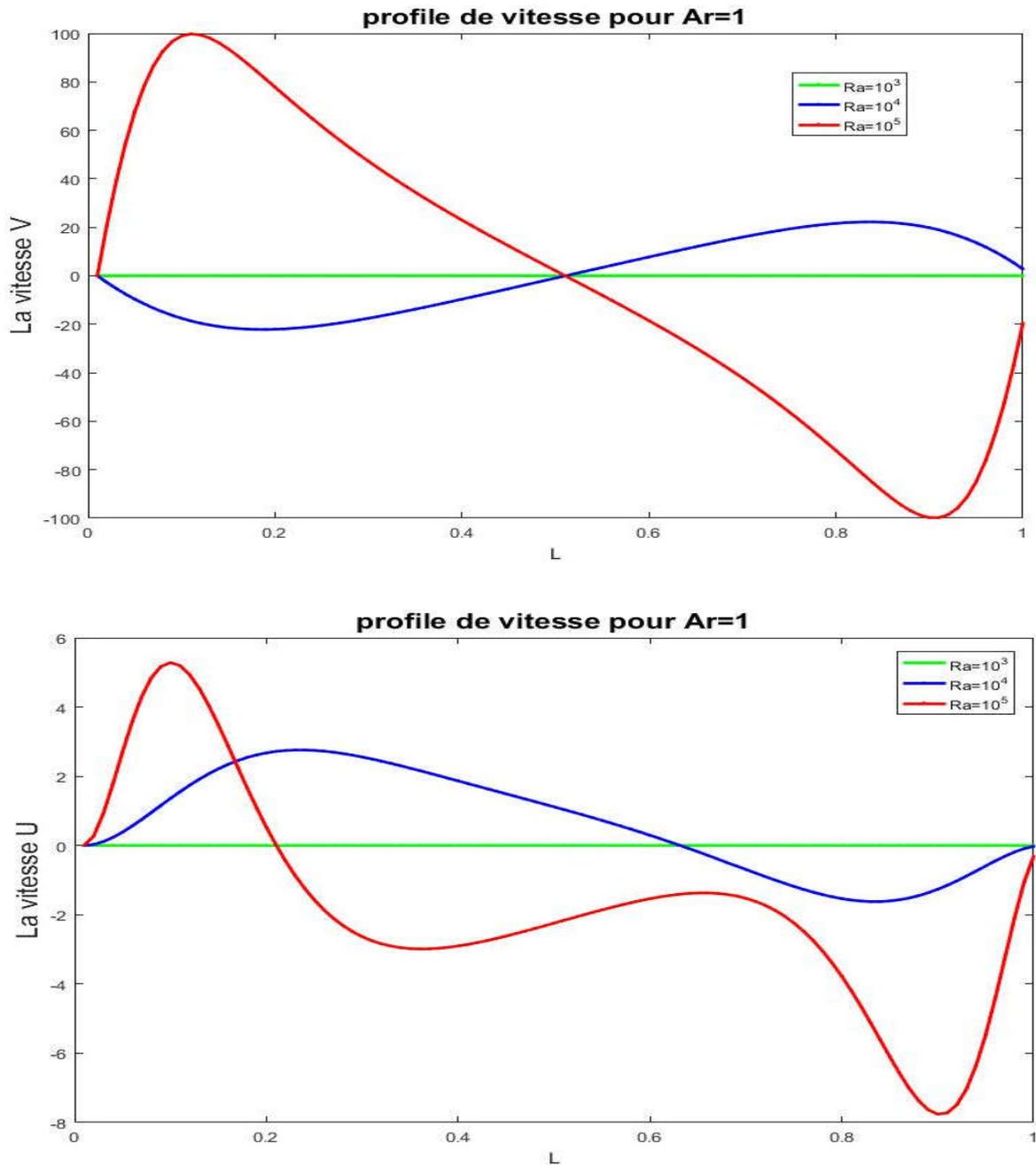
Figure 30. Le champ du vecteur vitesse V pour $Ra=10^5$ et $1 \leq Ar \leq 6$.

D'après la représentation du champ de vitesse, on remarque la formation des cellules contrarotatives dont leur sens de rotation est inverse pour deux cellules contiguës. Cette cellule tournante est produite par un gradient transversal de température.

Donc on constate que lorsque Ra augmente entraîne une augmentation de l'intensité de recirculation à l'intérieur de la cavité.

IV.5.5 Profil de vitesse:

Les figures (Figure 32. profile de vitesse V et U pour $Ar=2$, Figure 33, **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** et Figure 35) montre les profils de la composante horizontale et verticale de vitesse au niveau de la ligne médiane horizontale de cavité rempli d'air et pour



différentes Ra .

Figure 31. profile des vitesse V et U pour $Ar=1$.

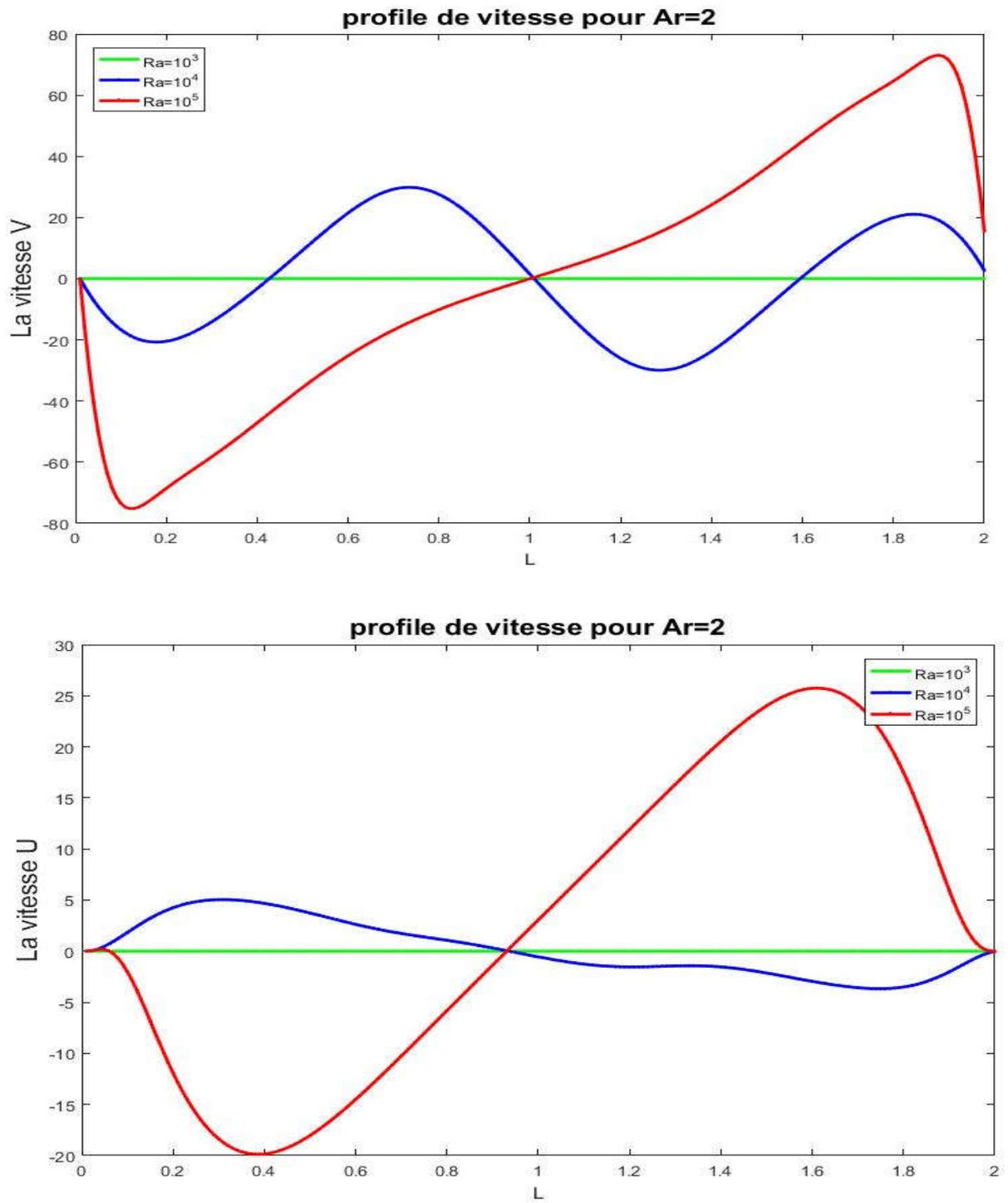


Figure 32. profil de vitesse V et U pour Ar=2

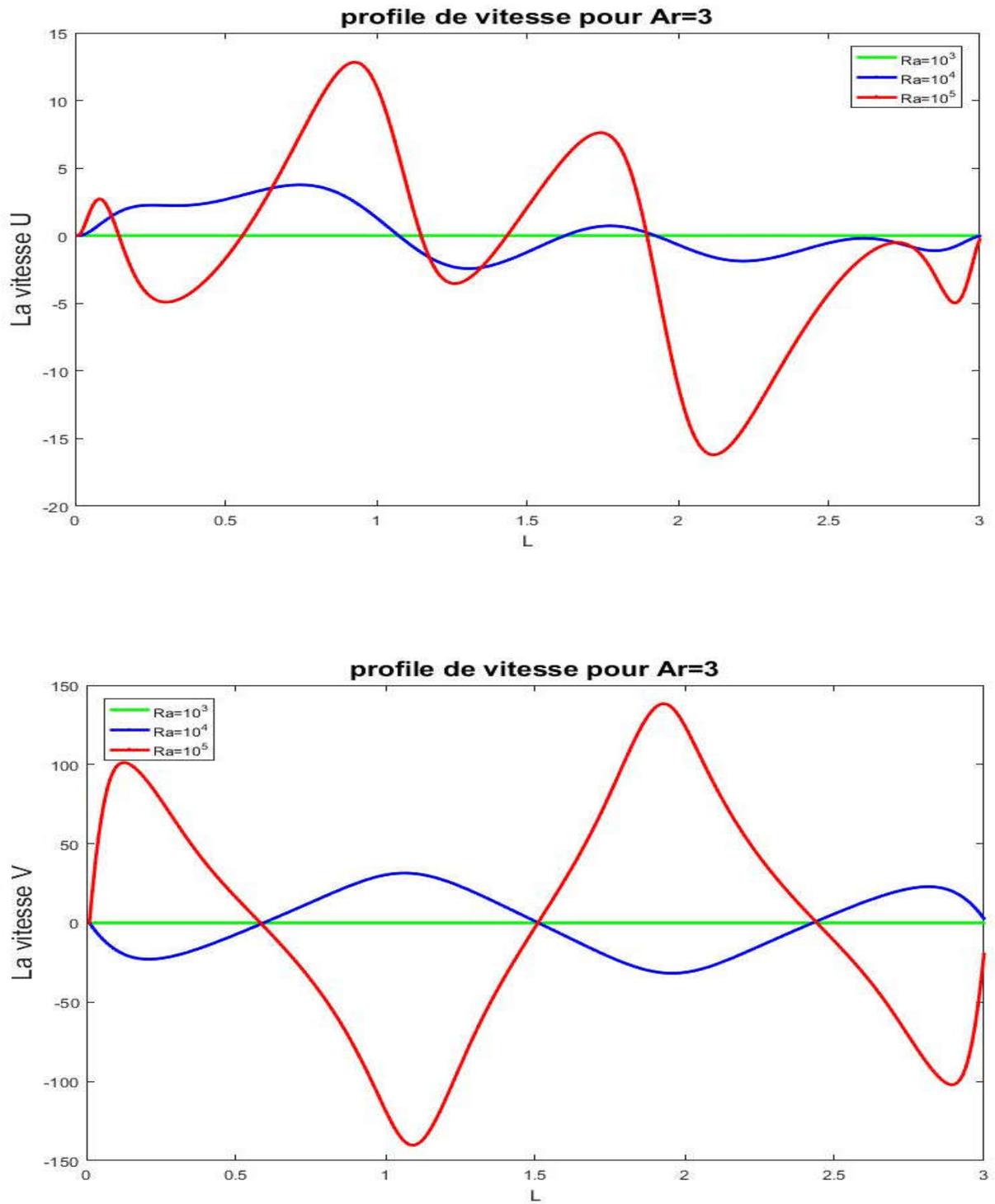


Figure 33. profil de vitesse Vet U pour Ar=3.

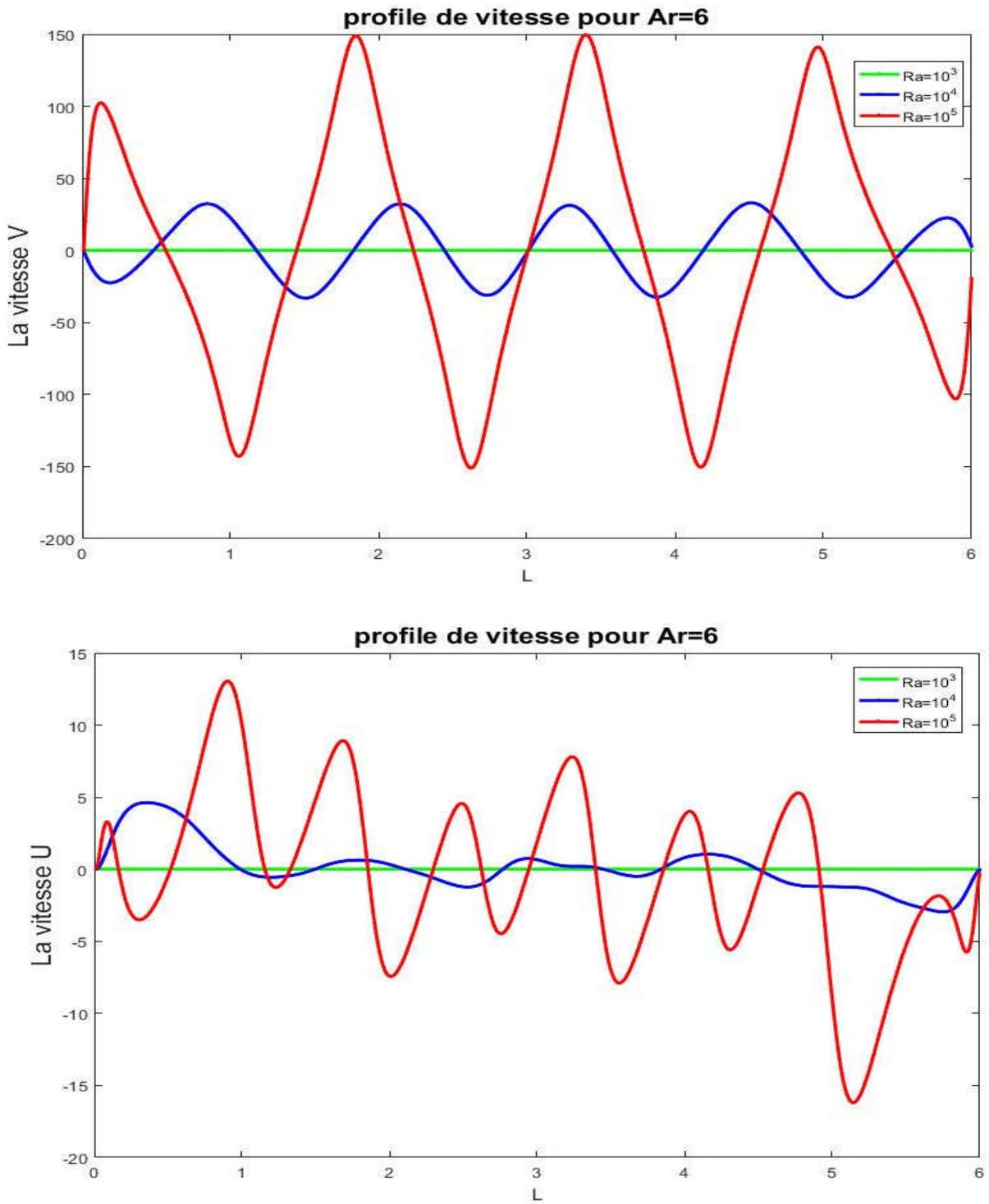


Figure 34. profil de vitesse V et U pour Ar=6.

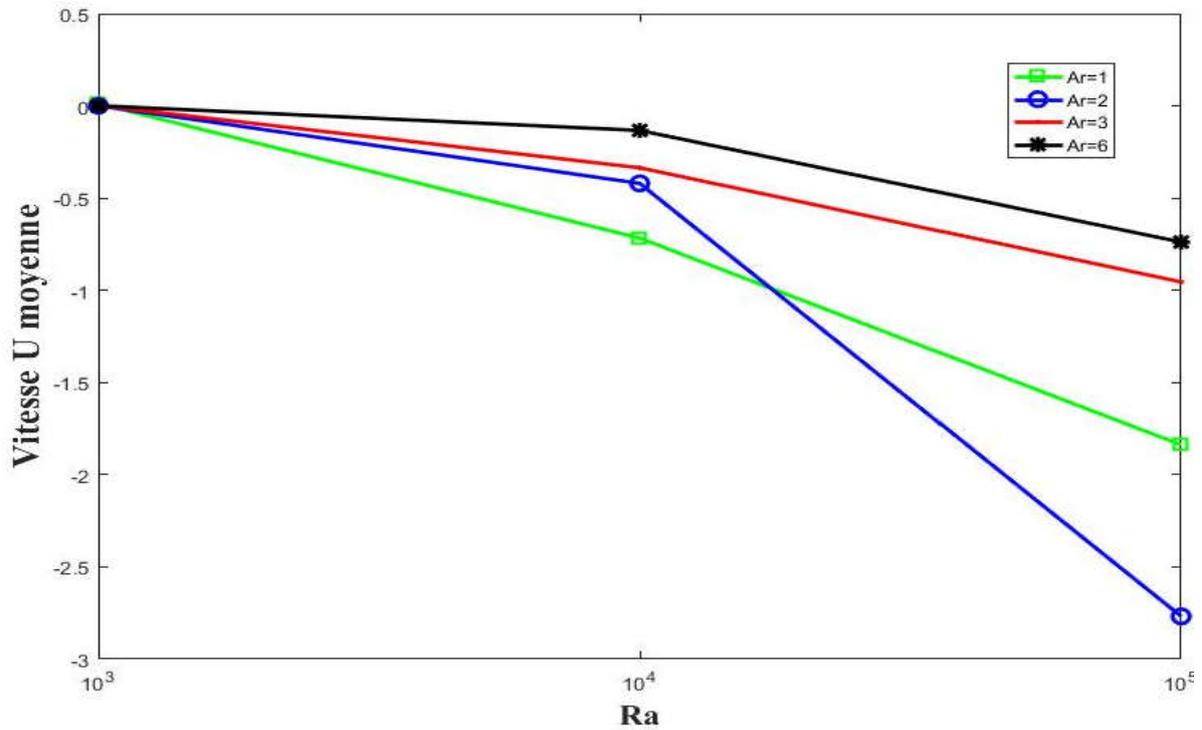


Figure 35. la vitesse V moyenne en fonction Ra pour différent Ar.

Nous remarquons que lorsque le nombre de Rayleigh et les valeurs du facteur de forme augmente, le mouvement du fluide dans la cavité est accéléré.

IV.6 Effet du nanofluide:

Les résultats présentés dans cette partie sont obtenus par l'application de différents paramètres tels que le nombre de Rayleigh : ($10^3 \leq Ra \leq 10^4$), fraction volumique du nanofluide ($C=0.04$), et le nanofluide utilisé est (Al_2O_3) avec un facteur de forme $Ar=2$.

L'étude consiste à étudier l'effet du nanofluide sur la structure de l'écoulement.

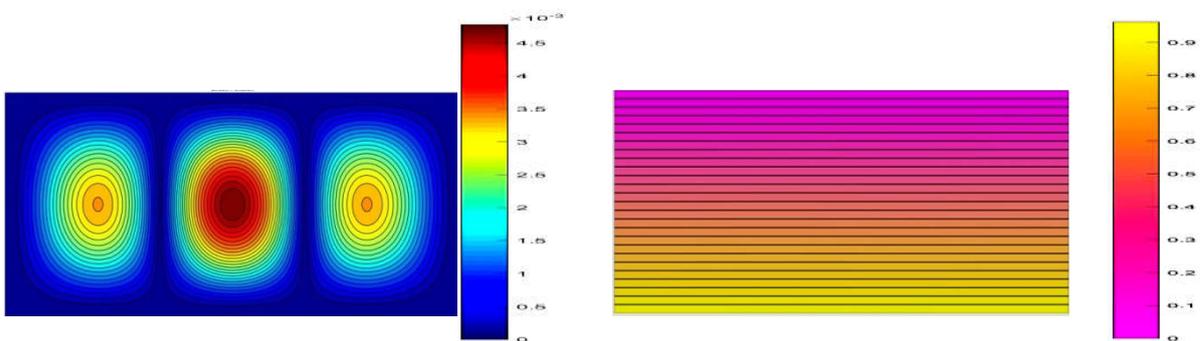


Figure 36..Conteur des isothermes et des lignes des courants pour $Ar=2$, nanofluide (Al_2O_3), $C=0.04$, $Ra=10^4$.

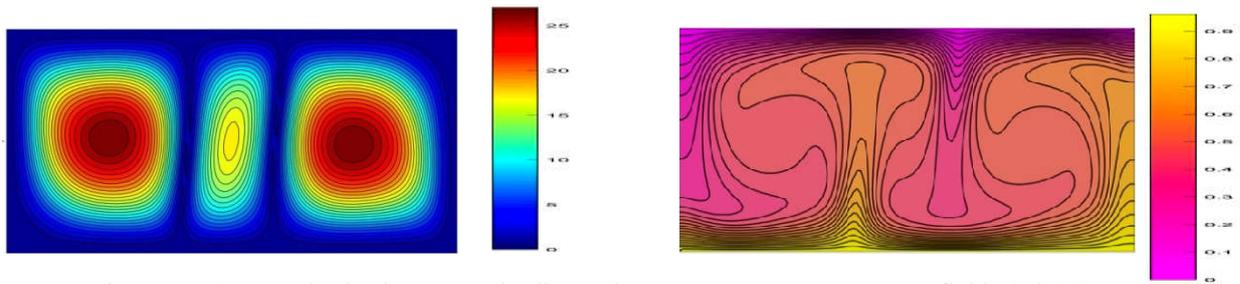


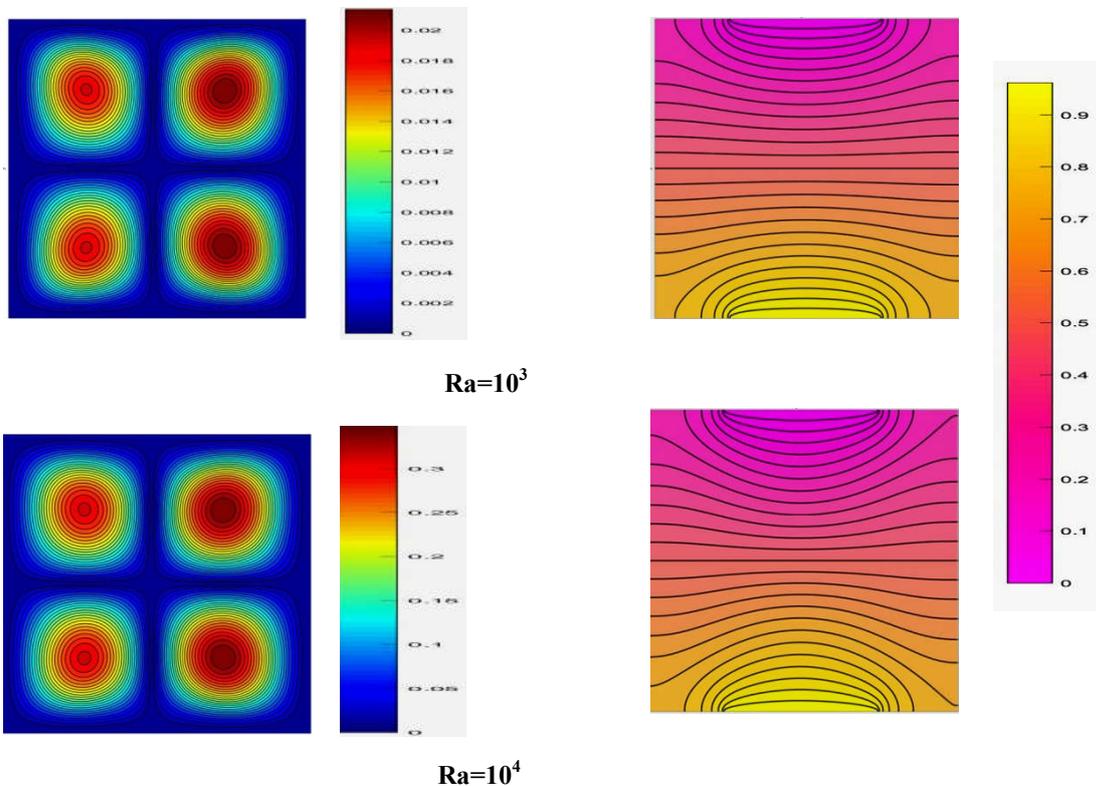
Figure 37. Contour des isothermes et des lignes des courants pour $Ar=2$, nanofluid (Al_2O_3), $C=0.04$, $Ra=10^5$.

On observe que lorsqu'on a un nanofluid comme fluides de convection on a une convection peu développée, donc la naissance de la convection est retardée par l'ajout de nanoparticules.

On peut conclure que Il est vrai que l'addition de nanoparticules d' Al_2O_3 dans l'eau pure augmente sa conductivité thermique et donc améliore le transfert de chaleur par conduction dans la cavité, mais l'apparition de la convection est retardée dans le nanofluid.

IV.7 Effet des parties actives:

Dans cette partie nous avons choisi une cavité carrée avec un partie chaude en bas et parois froide en haut .



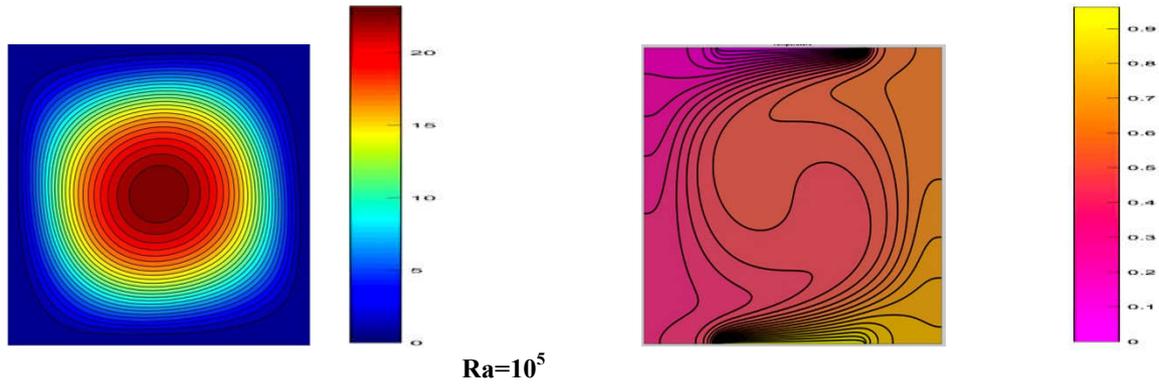


Figure 38. Contour des isothermes et des lignes des courants pour différents nombre de Rayleigh $Ar=1$. L'effet des parois chauffé partiellement est remarquable dans les contours des isothermes, Donc nous remarquons que le model du paroi active chauffé partiellement est plus efficace que le model normal.

IV.8 Effet d'une ailette

Nous avons choisi une cavité carrée avec une ailette tel-que nous avons varié le type d'ailette active ($Ta=1$) ou bien adiabatique, avec la hauteur de l'ailette égal à 0.5 et sa position soit en bas pour différent nombre de Rayleigh ($10^3, 10^4$).

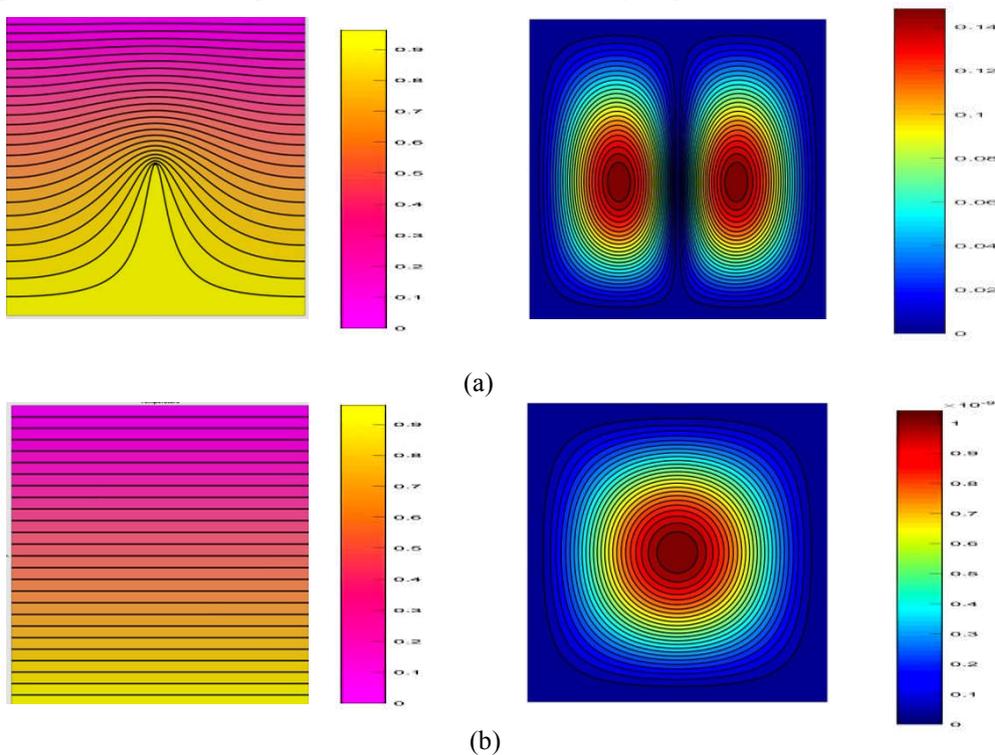


Figure 39. Contour des isothermes et des lignes des courants pour l'ailette chaude (a) , l'ailette adiabatique (b) avec $Ra= 103$.

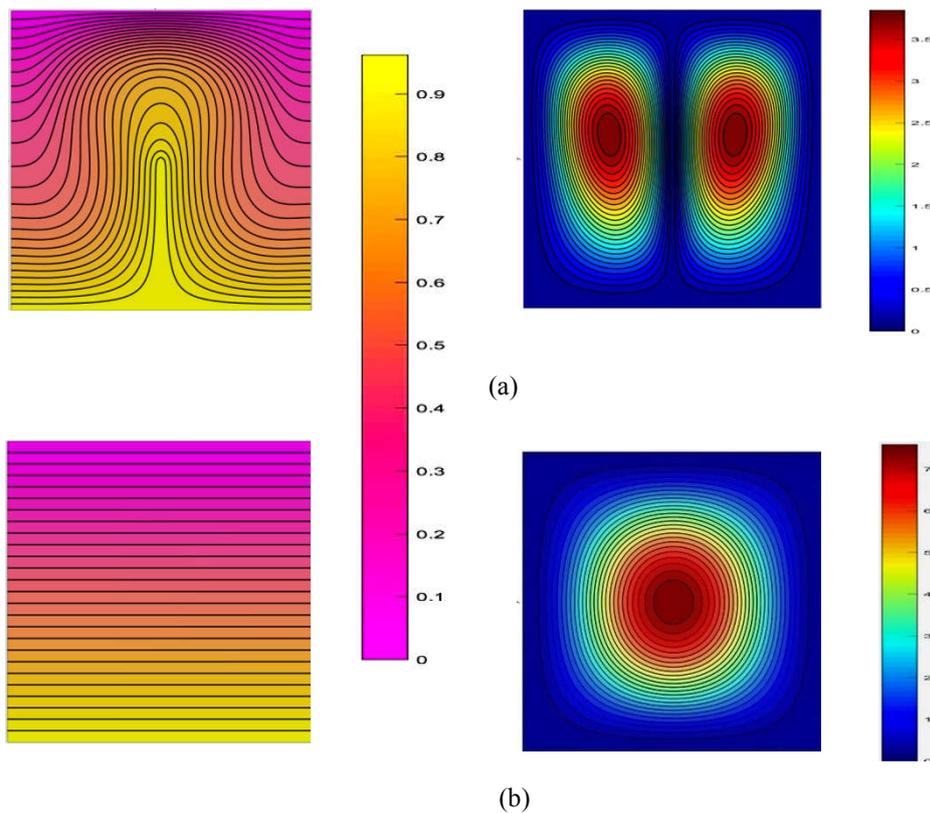


Figure 40. Contour des isothermes et des lignes des courants pour l'ailette chaude (a) , l'ailette adiabatique (b) avec $Ra= 10^4$.

Dans le cas où on a une l'ailette adiabatique, on observe une grande cellule tournante dans le sens des aiguilles dans la cavité, mais avec l'ailette active on observe deux zones de recirculation.

Et pour l'isotherme on a remarqué que la domination de la zone chaude est spécifiquement le plus grande pour l'ailette active.

IV.9 Effet du rapport de forme sur le taux de transfert de chaleur :

Les échanges thermiques au cours de l'écoulement du fluide sont caractérisés par le nombre de Nusselt moyen et local.

IV.9.1 Nusselt moyen:

La figure 41 montre la variation du nombre moyen de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de rapports d'aspect et pour la région thermiquement active.

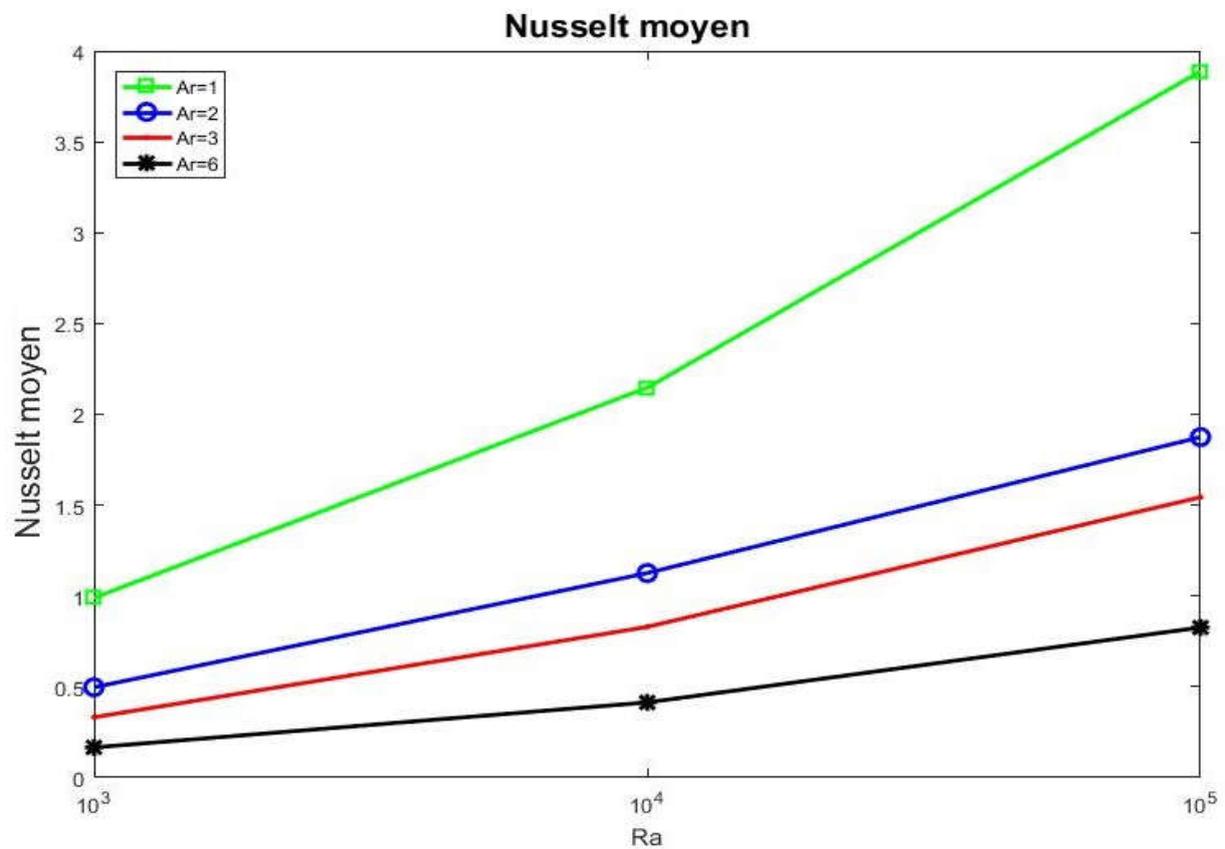


Figure 41. Nusselt moyenne en fonction Ra pour différent Ar.

Il est clair que lorsque la largeur de la cavité augmente, le nombre moyen de Nusselt diminue. Ceci est prévu parce que si la largeur de la cavité augmente, le niveau de température au dessous du mur augmente, menant à une réduction du coefficient de transfert thermique, qui est inversement proportionnel à la température du mur.

IV.9.2 Nusselt local:

La variation relative du nombre de Nusselt local le long de la partie chaude est illustrée sur les figures (42, 43, 44 et 45), pour différents rapports d'aspect et nombres de Rayleigh.

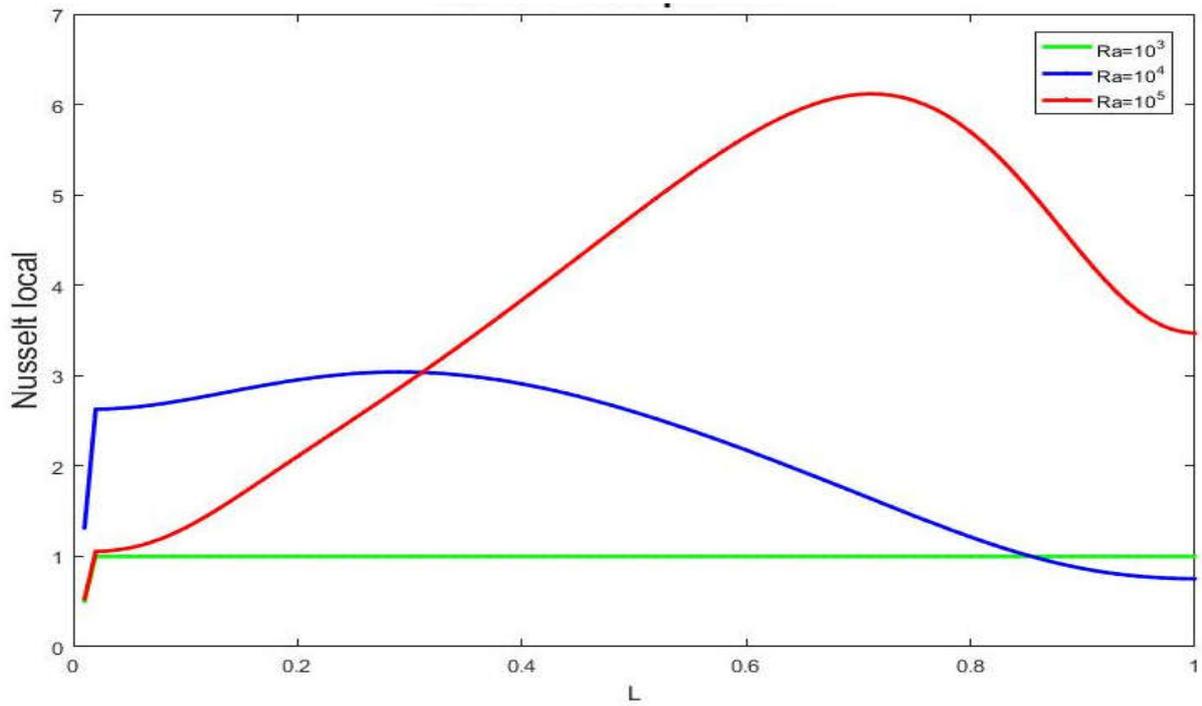


Figure 42. Nusselt local pour $Ar=1$ et différent Ra .

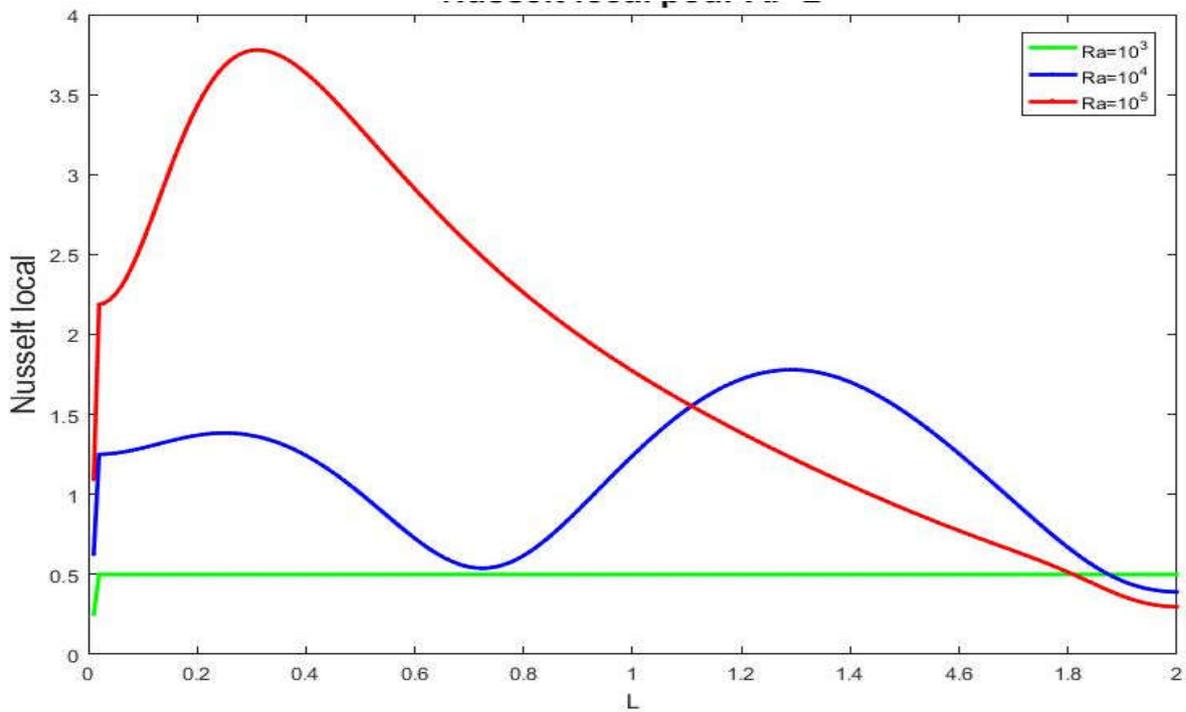


Figure 43. Nusselt local pour $Ar=2$ et différent Ra .

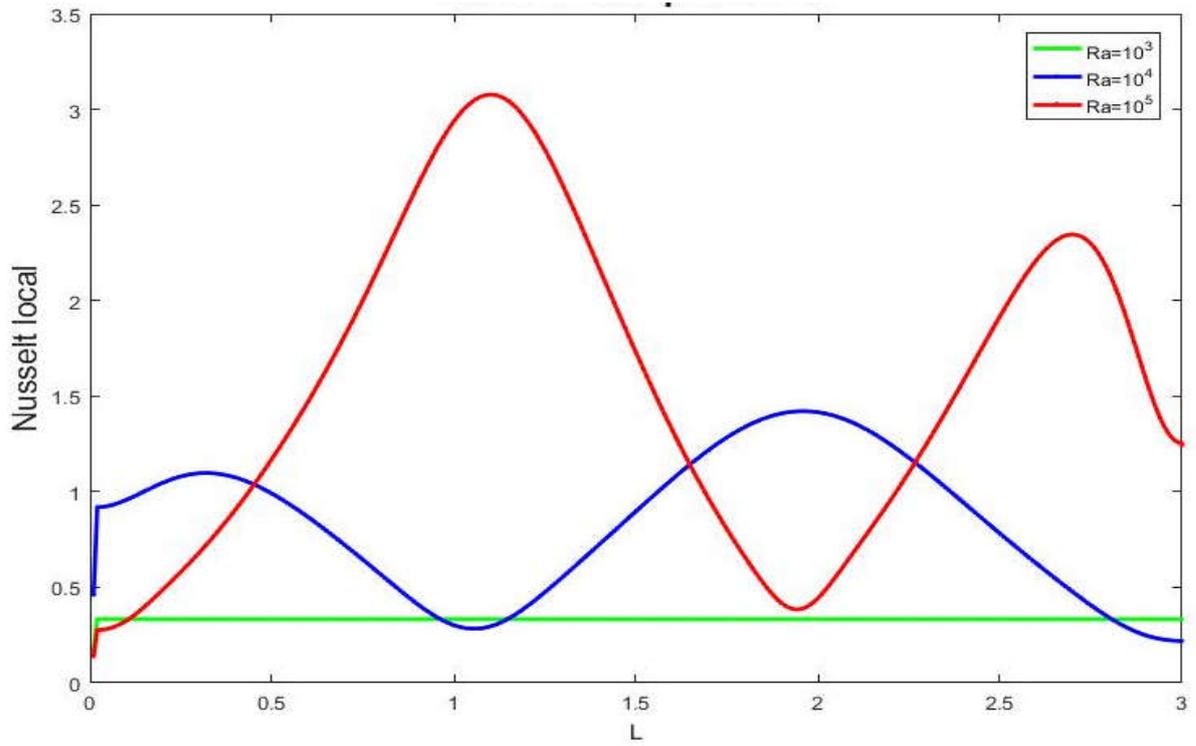


Figure 44. Nusselt local pour $Ar=3$ et différent Ra .

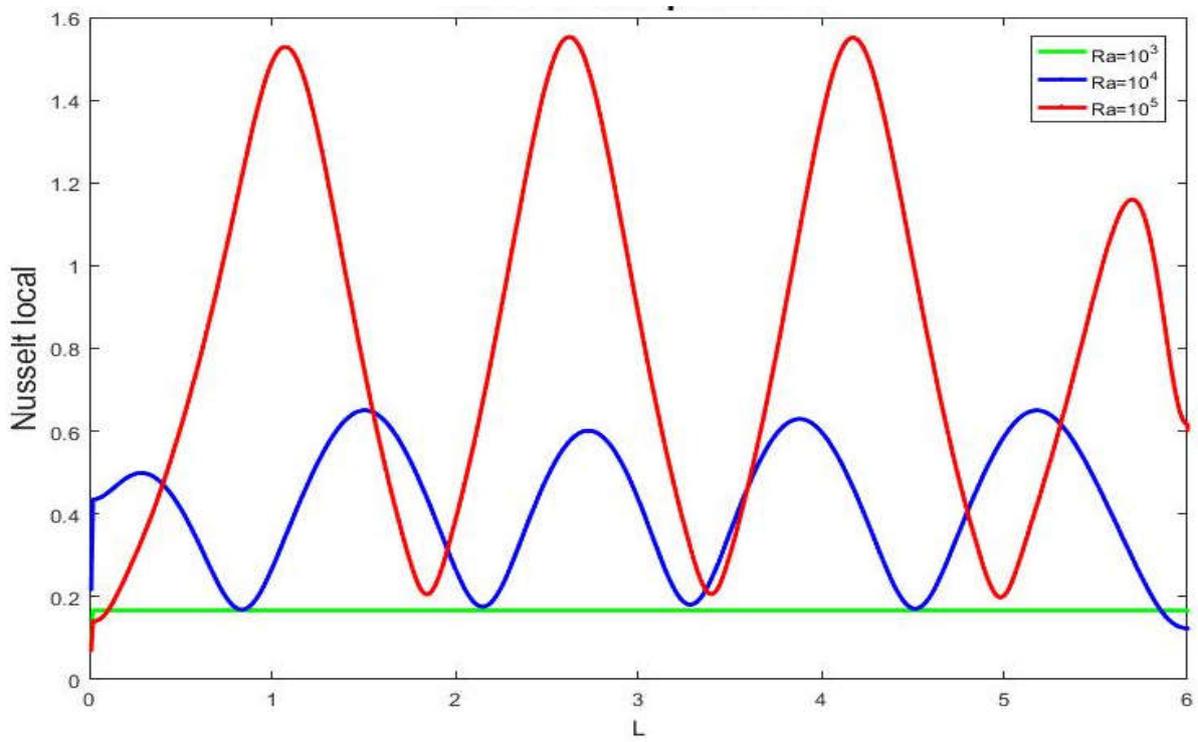


Figure 45. Nusselt local pour $Ar=6$ et différent Ra .

On constate que lorsque le nombre de Rayleigh augment les valeurs du Nusselt local augment, on note que les courbes du nombre de Nusselt local à $Ra=10^3$ pour différent rapport de forme sont presque constant, mais à partir de $Ra=10^4$ il présente plusieurs minimums et maximums le long de la paroi chaude. Le développement des écoulements multicellulaire est responsable des maximums et des minimums obtenus.

IV.10 Conclusion

Nous nous sommes intéressées dans ce chapitre aux principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats sont également présentés.

Conclusion générale

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la convection naturelle laminaire dans une enceinte fermée. La configuration géométrique du modèle physique est une cavité rectangulaire, soumise à un gradient de température verticale. Les conditions aux frontières sont de type Dirichlet (températures imposées).

En se basant sur la méthode des différences finies pour discrétiser les équations écrites en considérant la formulation fonction de courant-vorticité (ψ, ω). Nous avons déterminé la structure complète de l'écoulement pour différents nombres de Rayleigh et pour les cas considérés.

Le but de l'étude de la convection de Rayleigh Bénard étant de pouvoir maîtriser les transferts de chaleur et améliorer les échanges thermiques on cherche même à augmenter le degré d'isolation dans les structures industrielles.

Les résultats de simulation numérique sont obtenus avec l'élaboration d'un code Matlab. Nous avons pu déterminer les champs thermique et dynamique, les profils du température et du vitesse ainsi les variations du nombre de Nusselt moyen et local en fonction du nombre de Rayleigh et le rapport de forme.

La détermination du champ d'écoulement nous a permis d'analyser le comportement des fluides du convection à l'intérieur de la cavité. Pour différent valeur du nombre Prandtl selon le fluide (air ou bien nanofluide). Lorsque le nombre de Rayleigh, est de l'ordre de 10^3 , on a remarqué la dominance du mode de transfert de chaleur par conduction. Au-delà de cette valeur, la convection domine et apparait d'une manière plus claire pour $Ra=10^5$.

On note bien le développement de l'instabilité de Rayleigh-Bénard par le développement visible des panaches chauds de température qui essayent de se frôler un chemin vers le haut et par conséquent les particules froides se déplacent vers le bas. La formation de panaches thermiques se détachant des plaques. Enfin, en s'élevant dans la cellule, ils s'organisent pour former un écoulement à grande échelle. Cet écoulement à grande échelle est aussi parfois appelé rouleau de convection. Le mouvement est illustrer aussi par les contours de vitesse U et V .

Ce régime à l'avantage d'être plan, mais il n'est stable que dans certaines gammes de nombre de Rayleigh.

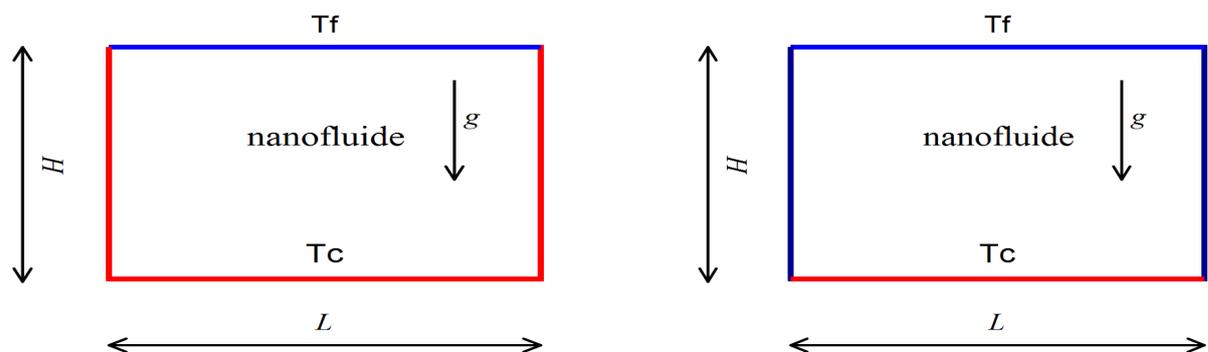
Nous avons montré dans ce travail que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, L'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie les champs de vitesse et de température, induisant ainsi un passage d'un mode de conduction en un mode de convection.

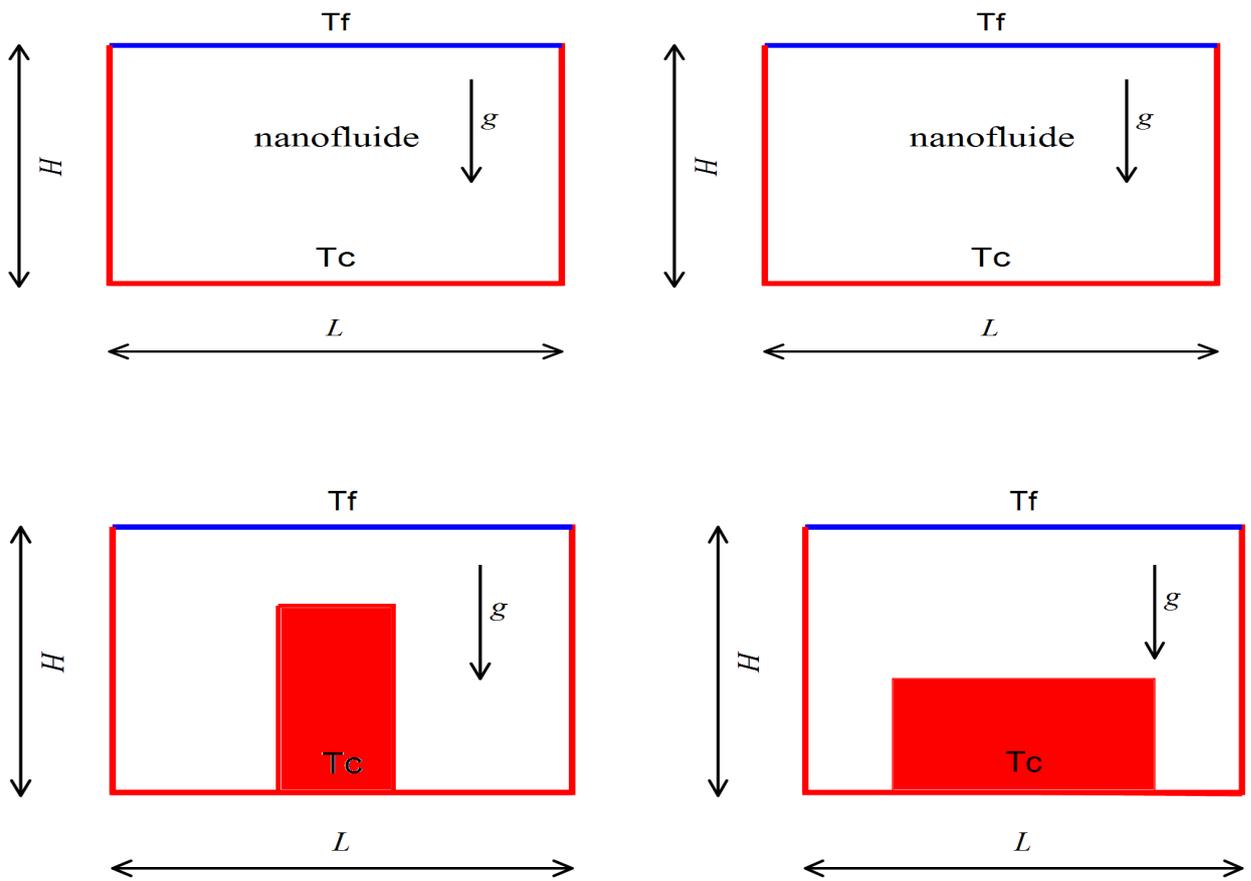
On note bien que la présence de nanoparticules solides dans un fluide porteur affaiblit l'écoulement alors qu'il améliore le transfert thermique en particulier, pour les valeurs du nombre de Rayleigh de l'ordre 10^3 et 10^4 . on a montré aussi que la naissance de la convection est retardée par l'ajout de nanoparticules.

Le modèle numérique développé dans le cadre de la présente étude ouvre la voie à d'autres études du phénomène de transfert de chaleur à l'aide des nanofluides.

Comme perspective dans un proche avenir, nous souhaitons compléter cette étude en considérant les configurations suivantes remplies avec différents nanofluides (TiO_2 , CuO)

avec différentes fractions volumiques de nanoparticules dans l'eau :





Bibliographie

- [1] Yves Fautrelle & Jacqueline Etay A.M. Bianchi, “Transferts Thermiques,” *Agence Univ. La Francoph.*, 2004.
- [2] Salhi Hicham, “Etude Numerique Du Transfert De Chaleur De Nanofluide Dans Les Enceintes,” Université De Batna, 2012.
- [3] D. Samir, “Modelisation De La Convection A Faible Nombre De Prandtl,” Université Mentouri – Constantine.
- [4] B. Amor, “Etude De La Convection Naturelle Dans Une Cavite Comportant Des Sources De Chaleur,” Université De Batna, 2007.
- [5] Trabelsi Amel, “Etude De L ’ Echange Thermique Dans Une Cavite Rectangulaire Avec Deux Cotes Partiellement Actifs,” Université Kasdi Merbah, – Ouargla -, Algerie, 2011.
- [6] S.U.S.Choi, “Enhancing Thermal Conductivite Of Fluids With Nanoparticules, Developments And Applications Of Non –Newtonian Flows.”
- [7] K. S. Hwang, J. H. Lee, And S. P. Jang, “Buoyancy-Driven Heat Transfer Of Water-Based Al₂O₃ Nanofluids In A Rectangular Cavity,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 50, No. 19–20, Pp. 4003–4010, 2007.
- [8] G. Lavorel And G. Lavorel, “Quelques Exemples De Convection Heterogene Rencontres En Geophysique . To Cite This Version : Hal Id : Tel-00706760 Par Quelques Exemples De Convection Heterogene Rencontres En Geophysique . Anne D Availle Innocent M Utabazi Elisabeth G Uazzelli Laurent L,” 2012.
- [9] H. Najla, “Etude Numerique Du Transfert De Chaleur Dans Les Ude Numerique Du Transfert De Chaleur Dans Les Nanofluides En Configuration De Rayleigh-Benard Nanofluides En Configuration De Rayleigh-Benard,” Faculte Des Sciences Tunis, 2013.
- [10] Y. A. A. J. G. Çengel, *Heat And Mass Transfer: Fundamentals & Applications*, 5th Ed. New York: Mcgraw-Hill Education, 2015.
- [11] S.Tabet, “Etude Numerique De La Convection Naturelle Dans Une Enceinte Fermee Partiellement Chauffee,” Université D’oran 2 Mohamed Ben Ahmed, 2017.
- [12] Victor K. Andreev Yuri A. Gaponenko Olga N. Goncharova Vladislav V. Pukhnachev, *Mathematical Models Of Convection*. Berlin, Boston: Deutsche Nationalbibliothek, 2012.
- [13] D. G. F. Welty, James R, Gregory L. Rorrer, *Fundamentals Of Momentum, Heat, And Mass Transfer*, 6th Ed. Don Fowley, 2008.

- [14] G. Mabrouk, “Modelisation De La Convection Naturelle Laminaire Dans Une Enceinte Avec Une Paroi Munie D’un Bloc,” Université De Mentouri Constantine, 2012.
- [15] H. Benard, “Les Tourbillons Cellulaires Dans Une Nappe Liquide Transportant De La Chaleur Par Convection En Regime Permanent,” *Ann. Chim. Phys*, Vol. 7, No. 23, Pp. 62–79, 1901.
- [16] L. Rayleighn, “On Convection Currents In A Horizontal Layer Of Fluid, When The Higher Temperature Is On The Underside,” *Phil. Mag*, Vol. 32, Pp. 529–538, 1916.
- [17] I. Catton, “The Effect Of Insulating Vertical Walls On The Offset Of Motion In A Fluid Heated From Below,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 15, P. .665–672, 1972.
- [18] A Bench Mark Solution Natural Convection Of Air In A Square Cavity, “G De Vahl Davis,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 3, Pp. 249–264, 1983.
- [19] G. L. R. Anderson, “The Horizontal Natural Convection Boundary Layer Regime In A Closed Cavity,” , *Proceeding 8th Int. Heat Transf. Conf. San Fr.*, P. . 1453–1458, 1986.
- [20] N. M. Et N. M.W, “Natural Convection In Rectangular Enclosures Heated From Below And Cooled Along One Side,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 30, No. 11, Pp. 2433–2440, 1987.
- [21] D. R. C. S. Paolucci, “Natural Convection In Shallow Enclosures With Differentially Heated End Walls,” , *J. Heat Transf.*, Pp. 625–634, 1988.
- [22] R. L. F. A. Valencia, “, Heat Transfer In Square Cavities With Partially Active Vertical Walls,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 32, Pp. 1567–1574.
- [23] P. V.] M. Hasnaoui, E. Bilgen, “Natural Convection Heat Transfer In Rectangular Cavities Partially Heated From Below,” *J. Thermophys. Heat Transf.*, Vol. 6, P. . 255-264, 1992.
- [24] M. K. Et B. H. W.J. Mantle-Miller, “Natural Convection In A Horizontal Enclosure With Periodically Changing Bottom Wall Temperature,” *Asme 28th Natl. Heat Transf. Conf. Htd*, Vol. 198, Pp. 49–56, 1992.
- [25] L. F. M. M.M. Ganzarolli, “Natural Convection In Rectangular Enclosures Heated From Below And Symmetrically Cooled From The Sides,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 38, Pp. 1063–1073, 1995.
- [26] And F. G. J. Pallares, F.X. Grau, “Flow Transitions In Laminar Rayleigh-Benard Convection In A Cubical Cavity At Moderate Rayleigh Numbers,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 42, Pp. 753–769, 1999.
- [27] Y. L. Q.-H. Deng, G.-F. Tang, “A Combined Temperature Scale For Analyzing Natural Convection In Rectangular Enclosures With Discrete Wall Heat Sources,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 42, Pp. 3437– 3446, 2002.

- [28] M. Corcione, “Effects Of The Thermal Boundary Conditions At The Sidewalls Upon Natural Convection In Rectangular Enclosures Heated From Below And Cooled From Above,” *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 42, No. 2, Pp. 199–208, 2003.
- [29] N. S. V. I.E. Sarris, I. Lekakis, “Natural Convection In Rectangular Tanks Heated Locally From Below,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 47, Pp. 3549–3563, 2004.
- [30] A. A. M. Bourich, M. Hasnaoui, “Double-Diffusive Natural Convection In A Porous Enclosure Partially Heated From Below And Differentially Salted,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 25, No. 6, Pp. 1034–1046.
- [31] T. R. M. M.A.R. Sharif, “Natural Convection In Cavities With Constant Flux Heating At The Bottom Wall And Isothermal Cooling From The Sidewalls,” , *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 44, Pp. 865–878, 2005.
- [32] B. P.Kandaswamy, S.Sivasankaran, N.Nithyadevi, “Buoyancy-Driven Convection Of Water Near Its Density Maximum With Partially Active Vertical Walls,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol. 50, Pp. 942–948, 2007.
- [33] M. Daguinet, “Florent P. Kieno 1* , Abdoulaye Ouedraogo 1 , Michel Daguinet 2 1,” 2007.
- [34] N. O. N. B. Cheikh, “Numerical Simulation Of Two-Dimensional Rayleigh–Benard Convection In An Enclosure,” *C. R. Mecanique*, Vol. 336, No. 5, Pp. 464–470, 2008.
- [35] Z. Haddad, H. F. Oztop, E. Abu-Nada, And A. Mataoui, “A Review On Natural Convective Heat Transfer Of Nanofluids,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, Vol. 16, No. 7, Pp. 5363–5378, 2012.
- [36] R. Jmai, B. Ben-Beya, And T. Lili, “Heat Transfer And Fluid Flow Of Nanofluid-Filled Enclosure With Two Partially Heated Side Walls And Different Nanoparticles,” *Superlattices Microstruct.*, Vol. 53, No. 1, Pp. 130–154, 2013.
- [37] S. L. And E. H. M. B.Boudjeniba, “Etude Numerique De La Convection Naturelle Dans Une Cavite Carree Remplie D ’ Un Nanofluide : Influence De La Condition Aux Limites Thermique,” Pp. 858–868, 2010.

Résumé:

Le phénomène d'instabilité de Rayleigh-Bénard correspond à l'état instable dans lequel se trouve une couche horizontale d'un fluide dilatable, soumise à un gradient de température. Dans la présente étude, nous étudions numériquement l'évolution de l'écoulement de convection laminaire pour de différents nombres de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) dans une cellule de Rayleigh-Bénard rectangulaire de rapport de forme comprise entre 1 et 6 remplie avec l'air ou bien nanofluide, différentiellement ou partiellement chauffée. Différentes structures de l'écoulement à plusieurs rouleaux sont formés. Un modèle mathématique reposant sur l'approche fonction du courant-vorticité ($\psi-\omega$) est utilisé. Les équations qui régissent ce phénomène ont été résolues par une approche numérique, basée sur la méthode des différences finis et résolu par un programme élaboré par MATLAB.

Abstract :

The Rayleigh-Bénard instability phenomenon corresponds to the unstable state in which there is a horizontal layer of an expandable fluid, subjected to a temperature gradient. In this work, we numerically study the development of laminar convection flow of different Rayleigh numbers ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) in a rectangular Rayleigh-Bénard cell with an aspect ratio between 1 to 6 filled with air or nano-fluid, differentially or partially heated. Different structures of the multi-rolls flow are formed. A mathematical model based on the stream-function, vorticity approach ($\psi-\omega$) is used. The equations that govern this phenomenon have been solved by a numerical approach, based on the finite difference method and solved by a program developed by MATLAB.

ملخص:

تتوافق ظاهرة عدم الاستقرار Rayleigh-Bénard مع الحالة غير المستقرة التي توجد بها طبقة أفقية من سائل قابل للانضغاط، متعرض لتدرج درجات الحرارة. في هذه الدراسة، قمنا بدراسة عددية لتطور تدفق الحمل الصفيحي لأعداد مختلفة من عدد رايلي ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) في خلية Rayleigh-Bénard مستطيلة مع نسبة الشكل بين 1 و 6 مليئة بالهواء أو سائل مع دقائق من أكاسيد معدنية nanofluide ، مع تسخين تقاضي أو جزئي. يتم تشكيل هياكل مختلفة من تدفق متعدد اللفة. تم استخدام نموذج رياضي يعتمد على نهج دالة التدفق والدوامة الحالية ($\psi-\omega$). تم حل المعادلات التي تحكم هذه الظاهرة من خلال نهج عددي، وهي طريقة الفرق محدود وحلها بواسطة برنامج تم تطويره بلغة الماتلاب MATLAB.