

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
CENTRE UNIVERSITAIRE « SALHI AHMED » DE NAAMA



INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE TECHNOLOGIE

MEMOIRE DE MASTER

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

Intitulé de Mémoire

**Model élément fini 2D pour l'investigation de l'effet de
l'interaction fluide structure sur la réponse dynamique
des réservoirs de stockage**

Présenté par :

ABED YOUSOUF

MOSBAHI ILYAS

Devant le jury composé de :

Dr. BELABAD Zakaria Encadreur

MEDJAHED MEDDAH DRISS Président

BENDAHO DJALOUL CO-Encadreur

KHATIR TAWFIK Examineur

Année universitaire 2018-2019

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

En second lieu, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à l'encontre de notre encadreur Dr: **BELABBED Zakaria** pour son aimable collaboration à l'élaboration de ce sujet. Sa disponibilité et ses conseils prodigués, nous ont été d'une grande utilité pour mener à bien notre tâche.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Nous remercions enfin tous les enseignants « **LES NOMS DES PROFS** » qui se sont succédé à notre formation le long de notre cursus universitaire.

Dédicace

Louange à Dieu pour la bénédiction de l'énorme premier

*Je tiens à dédier ce modeste travail à tous ceux qui me sont chers :
À ceux qui ont fait de moi ce que je suis :*

*Ma chère mère qui a veillé à me voir à ce niveau et c'est battue pour
ma réussite, je n'oublierai jamais leur grande
Affection ; leur soutien et leur encouragement ; tout le long de mes
Études.*

Mon père ce qui m'a donné l'occasion d'étudier

À toutes mes amies et mes collègues

À tous les êtres chers à mon cœur.

Youcef et Ilyas

Résumé :

Malgré leur importance stratégique et vitale, les réservoirs de stockage des fluides ne sont pas dotés de recommandations réglementaires dans l'actuel code parasismique Algérien RPA.

Le présent travail constitue une étape dans la caractérisation, la compréhension et l'analyse des phénomènes affectant les réservoirs cylindriques en acier soumis à des excitations d'origine sismique.

La comparaison entre les recommandations des règlements les plus utilisés avec les résultats expérimentaux publiés sur des exemples réels a permis de tirer des résultats et des conclusions pouvant enrichir le code RPA.

Les approches traitées : analytique, réglementaire et numérique constituent les étapes classiques, moderne et de prospection pour l'analyse de ce type ouvrages.

Le modèle numérique en incluant les non linéarités structurelles ainsi que le ballotement non linéaire, et par l'affranchissement qu'il permet de certaines hypothèses simplificatrices, a donné des résultats très proches des constatations réelles, ce qui permettrait son développement et son exploitation afin de corriger les lacunes réglementaires relevées.

Les mots clés : les réservoirs de stockage, RPA.

Abstract:

In spite of their strategic and vital importance, the storage tanks are not included in the current Algerian code RPA.

In this work, we present a review on the behaviour, analytical model, design guidelines and numerical models of cylindrical steel storage tanks subjected to earthquake motion.

The treated approaches: analytical, guideline and numerical constitute the traditional, modern and prospection stages for the analysis of this type of structures. The numerical model, by including the structural nonlinearities and the nonlinear sloshing and by releasing certain simplifying assumptions, gave results very close to the real observations, which would allow its development and its exploitation in order to correct the guideline insufficiency and errors.

Keywords: the storage tanks, earthquake .

ملخص:

بالرغم من أهميتها الاستراتيجية و الحيوية, فإن الخزانات لم تحض بتوصيات قانونية في الدليل الجزائري الحالي المضاد للزلازل.

نستعرض في هذا العمل أهم ما تم تقديمه في ميدان البحث الخاص بالخزانات الاسطوانية الحديدية المعرضة لهزات زلزالية: سلوكها أثناء الزلازل, نماذجها النظرية, نماذجها العددية و التوصيات القانونية الخاصة بها.

تمثل الطرق المستعملة (نظرية, قانونية و عددية) المراحل التقليدية, الحديثة و المستقبلية لتحليل هذا النوع من المباني.

لقد مكن النموذج العددي من إدراج السلوكات الغير خطية للهياكل و للتدفق الموجي. كما أنه بتحريره لبعض الفرضيات المبسطة المستعملة أعطى نتائج قريبة جدا من الملاحظات الميدانية, مما يؤهله للتطوير و للاستغلال من أجل تصحيح و تكميل التوصيات القانونية التقنية المقترحة في مختلف الكودات.

الكلمات المفتاحية : الخزانات , الزلازل, الكودات .

1.6	FACTEURS AFFECTANT LE COMPORTEMENT SISMIQUE DES RESERVOIRS	10
1.6.1	Effet des conditions de pose	10
1.6.2	Effet de site	10
1.6.3	Effet de l'interaction sol-structure (ISS)	11
1.6.4	Effet de l'interaction fluide-structure (IFS)	12
1.7	MODES DE RUPTURE DES RESERVOIRS SOUS EXCITATION SISMIQUE ET ANALYSES DES RISQUES	13
1.7.1	Modes de rupture et d'endommagement	13
1.7.2	Analyses de risque pour des réservoirs soumis à un séisme	14
1.8	CONCLUSION	15

CHAPITRE 2

PRESENTATION THEORIQUES

2.1 Introduction	17
2.2 Réservoirs encastrés.....	17
2.2.1 Présentation des méthodes analytiques	17
2.2.1.1 <i>Méthode de calcul d'après Jacobsen et Ayre.....</i>	<i>17</i>
2.2.1.1.a Champ de vitesses.....	18
2.2.1.1.b surpression, forces et moments	22
2.2.1.1.c. Calcul des vitesses.....	24
2.2.1.1.d Modélisation.....	25
2.2.1.1.e. Surpressions dynamiques.....	26
2.2.1.2 <i>Méthode de calcul d'après Hunt et Priestley [HUN 78].....</i>	<i>26</i>
2.2.1.2.a Surpressions dynamiques.....	28
2.2.1.2.b Résultante des forces s'exerçant au niveau de la paroi	28
2.2.1.3 <i>Méthode approchée de calcul d'après Housner [HOU 63].....</i>	<i>31</i>
2.2.1.3.a. Actions d'impulsions.....	34
2.2.1.3.b Actions convectives ou d'oscillations.....	38
2.2.2. Comparaison des trois méthodes de calcul.....	46
2.2.2.1 <i>PRESSIONS D'IMPULSION.....</i>	<i>46</i>
2.2.2.2 <i>PRESSIONS D'OSCILLATION.....</i>	<i>49</i>
2.2.3 CONCLUSIONS.....	51

CHAPITE 3

MODELISATION NUMERIQUE

3.1 Introduction.....	53
3.2 Méthode de la matrice masse ajoutée	53
3.3 Méthodes semi-analytiques.....	54
3.4 Méthode numérique avec FSI.....	56
3.4.1 Méthode simplifiée bidimensionnelle.....	59
3.4.2 Méthode combinée BEM/MEF	59
3.4.3 Modèle complet 3D.....	59
3.4.3.1 Discrétisation	60
3.4.3.1.a La structure.....	60
3.4.3.1.b Le liquide	61
3.4.3.1.c Système couplé (structure-liquide).....	63
3.4.3.2 Discrétisation par éléments finis.....	63
3.4.3.2.a Élément fini de coque.....	63
3.4.3.2.b Élément fini de fluide.....	73
3.5 Exemple d'un réservoir sans couverture.....	76
3.6 Données.....	77
3.7 Modélisation.....	77
3.8. Résultats du modèle.....	78
3.8.a. Comparaison des fréquences naturelles.....	78
3.8.b. Analyse des déplacements	79
3.8.c. Analyse des contraintes.....	81
3.8.d Distribution des pressions hydrodynamiques.....	82
3.8.e Validité de l'hypothèse de Housner	82
3.9 Effet des composantes du séisme	83

Liste des Figures

N°	Figures	Page
CHAPITRE 1		
1.1	Fig 1.1 Déformation élastique.	9
1.2	Fig1.2 Flambement au sommet des murs (due au ballotement).	9
1.3	Fig 1.3 Flambement plastique	9
CHAPITRE 2		
2.1	Fig 2.1 Réservoir de forme cylindrique	17
2.2	Fig2.2 Réservoir cylindrique soumis à une accélération horizontale $f''(t)$	18
2.3	Fig.2.3 Point d'application	23
2.4	Fig 2.4 Pression sur le fond	23
2.5	Fig 2.5 Modélisation	25
2.6	Fig 2.6 Pression d'impulsion P_{2l} : $P_{2l} = \rho a_m h.R^2 \delta_i$: Coefficients δ_i	31
2.7	Fig 2.7 Pression d'oscillations $P_{20} = \rho a_m h.R^2 \delta_0$:Coefficients δ_0	31
2.8	Fig 2.8 Réservoirs cylindriques, système physiques et systèmes mécaniques équivalents : <ul style="list-style-type: none"> a) Equivalent mécanique des pressions d'impulsion. b) Equivalent mécanique des pressions d'oscillation : action sur les parois. c) Equivalent mécanique des pressions d'oscillation : action sur les parois et sur la base. 	32
2.9	Fig 2.9 Modèle à une masse passive m_i (impulsion) et deux masses actives m_{01} , m_{02} (convection)	34
2.10	Fig 2.10 Réservoir cylindrique soumis à une accélération maximal a_m	34
2.11	Fig 2.11 cas de petits déplacements	36
2.12	Fig 2.12 pressions lorsque $h > 1.5R$	37
2.13	Fig 2.13 Vibrations du liquide	39
2.14	Fig 2.14 Allure des vagues du mode fondamental	45
2.15	Fig2.15 Élément de volume	45
2.16	Fig 2.16 Comparaison des pressions d'impulsion pour $R/h > 1.5$ <ul style="list-style-type: none"> a) Jacibson and Ayre et Housner 	47
2.17	Fig 2.17 Comparaison des pressions d'impulsion pour $R/h < 1.5$ <ul style="list-style-type: none"> a) Jacibson and Ayre et Housner 	48

2.18	Fig 2.18 Pressions convectives Comparaison des méthodes de calculs pour $h/R < 1.5$	50
2.19	Fig 2.19 Pressions convectives Comparaison des méthodes de calculs pour $h/R > 1.5$	51
CHAPITRE 3		
3.1	Fig 3.1 élimination de la coordonnée circonférentielle	56
3.2	Fig 3.2 Boucle itérative de l'interaction fluide-structure	58
3.3	Fig 3.3 types d'interfaces	59
3.4	Fig3.4 Les systèmes d'axes utilisés	63
3.5	Fig 3.5 Dégénération d'un solide 8 nœuds en un élément de coque à 4 nœuds	64
3.6	Fig 3.6 Composantes du déplacement résultant de la rotation de ${}_0V_3$ au nœud (a)	66
3.7	Fig 3.7 Accélérogramme	76
3.8	Fig 3.8 Le modèle éléments finis pour le réservoir et sa contenance	78
3.9	Fig 3.9 Déplacement horizontal de la base	79
3.10	Fig 3.10 Déplacement du point le plus haut du réservoir	79
3.11	Fig 3.11 Déplacement vertical d'un point de la surface libre adjacent à la paroi	80
3.12	Fig 3.12 mode propre du réservoir-fluide correspondant à la fréquence 0.1373	80
3.13	Fig 3.13 mode propre du réservoir-fluide correspondant à la fréquence 0.305	81
3.14	Fig 3.14 Contraintes équivalents de Von Mises sur la paroi	81
3.15	Fig 3.15 Epure de la pression hydrodynamique le long de la génératrice de la paroi	82
3.16	Fig 3.16 Déformée du réservoir avec le fluide	82
3.17	Fig 3.17 contour des déplacements maxima de la surface libre sous une excitation sismique unidimensionnelle	83
3.18	Fig 3.18 contour des déplacements maxima de la surface libre sous une excitation sismique tridimensionnelle	84

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les performances des réservoirs sous l'action des séismes sont relativement bien documentées dans la littérature spécialisée. Une importance est réservée à ce sujet en raison des sérieux dégâts engendrés par la destruction et le non fonctionnement des réservoirs de stockages fréquemment rencontrés dans les systèmes d'approvisionnement en eau potable, dans l'industrie pétrolière, ainsi que dans les installations nucléaires. Ainsi des foyers d'incendie pourraient se propager de manière incontrôlée si l'alimentation en eau était coupée. Les fuites possibles de combustibles, ou de produits chimiques toxiques pourraient avoir des conséquences dramatiques aussi bien pour les habitants résidant au voisinage immédiat du site de construction que pour les populations avoisinantes. En outre la destruction des réservoirs et de leurs systèmes secondaires ainsi que le déversement possible des fluides pourrait conduire à des pertes économiques considérables. [BOU 97]

Les réservoirs construits en acier ou en béton armé (ou précontraint) constituent des structures de stockage très répandues du fait de leurs facilités d'exécution et de leurs efficacités dans la résistance aux pressions hydrostatiques et aux suppressions hydrodynamiques.

Par ailleurs, un nombre important de problèmes d'engineering concerne les structures renfermant un fluide. La présence de ce dernier influence le comportement de la structure en mouvement et les déformations de la structure sont { l'origine de la modification des charges transmises par le fluide. Dans ce cas, on parle de système couplé et ce type de problème est appelé interaction fluide-structure.

Une des anciennes études des effets dynamiques sur les réservoirs a porté sur la réponse sismique des réservoirs encastrés au sol. Ce travail a été réalisé dans les années 40 et 50 par Jacobson [10] et Jacobson et Ayre. [ANS 2004 c]

Dans ces investigations, le réservoir a été considéré comme rigide et la réponse dynamique du fluide a été observée. Un traitement mathématique rigoureux de ce problème a été développé pour le cas des petits déplacements du liquide. Il s'agissait de trouver une expression du potentiel de vitesse du liquide satisfaisant l'équation de Laplace et les conditions aux limites appropriées à la surface du liquide et à l'interface fluide-structure.

Le problème de l'interaction dynamique entre le liquide en mouvement et les déformations élastiques des parois des réservoirs est d'un intérêt fondamental dans un nombre important d'applications (génie civil, industrie pétrolière et aérospatiale, installations nucléaires...etc)

Dans l'analyse de ces structures, la connaissance de leurs caractéristiques dynamiques (fréquences propres et modes propres associés) constitue l'étape la plus importante dont dépend le reste de l'étude de la réponse sismique.

Bien que la méthode des éléments finis [8, 9] ait apporté des réponses relativement précises à un certain nombre de problèmes liés à la complexité du comportement sismique des réservoirs de stockage, aujourd'hui la difficulté majeure rencontrée dans le dimensionnement de ce type d'ouvrage est de caractériser les sollicitations ainsi que les nombreux paramètres qui interviennent dans ces modèles. En effet les incertitudes relatives aux chargements, aux propriétés mécaniques et physiques des matériaux, à la géométrie ou encore aux conditions aux limites, sont des caractéristiques intrinsèques de ses systèmes.

L'objet de ce présent travail est de déterminer la réponse sismique des réservoirs rectangulaires avec la prise en compte de l'interaction fluide-structure et du ballonnement du liquide stocké. L'étude se base un modèle d'éléments finis obtenu par la discrétisation en éléments quadrilatéraux iso-paramétriques linéaires du réservoir et du liquide.

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres principaux avec cette présente introduction en premier lieu et une conclusion générale des

résultats obtenus en dernière partie. Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les réservoirs de stockage ainsi que les différents facteurs affectant leurs comportements dynamiques. Dans le second chapitre intitulé « modélisation du système couplé fluide-structure », deux modèles sont proposés, l'un en utilisant la formulation (u, p) et l'autre en utilisant le concept de masses ajoutées. Le troisième et le quatrième quant à eux font l'objet de nombreuses applications destinées à valider les modèles utilisés par l'étude des vibrations libres et de la réponse sismique, sans et avec la prise en compte des effets du ballotement à la surface libre respectueusement.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LES RESERVOIRS DE STOCKAGE

1.1 Introduction

Afin de répondre à la grande variété des produits industriels à stocker, les utilisateurs ont recours à la construction des réservoirs. Les réservoirs de stockage sont utilisés dans plusieurs domaines : l'industrie du pétrole, les silos, l'alimentation en eau potable...etc. le nombre et la taille de ces ouvrages deviennent de plus en plus importants, conduisant à des études de stabilité vis-à-vis des charges statiques et dynamiques de plus en plus approfondies.

Avec les désordres et les conséquences ardues engendrés par les tremblements de terre, la prise en compte de la menace sismique sur ces types d'ouvrages font l'objet de plusieurs travaux de recherche ayant pour but l'amélioration de leurs conceptions et leurs résistances vis-à-vis de fortes excitations sismiques. [21]

1.2 Définition

Un réservoir est un ouvrage hydraulique classé comme étant un ouvrage d'art [21], Le Règlement Parasismique Algérien (RPA) l'a classé comme étant un ouvrage de grande importance de groupe 1B. Il est conçu pour recevoir une certaine capacité de fluide et de la stocker, généralement de l'eau (soit potable, soit usée) ou d'autres liquides les plus courants sont : le lait, le vin, les hydrocarbures...etc. Les réservoirs de stockage sont souvent cylindriques dans la forme, perpendiculaires à la terre avec des fonds plats, et un toit fixe ou flottant. [14] La conception parasismique des réservoirs doit se prémunir contre tout risque de rupture car la défaillance d'un grand réservoir à des conséquences désastreuses.

1.3 Classification des réservoirs

On peut les classer selon: [14]

1.3.1 La position du réservoir par rapport au sol

- au niveau du sol ;
- Semi enterré(ou enterré ;
- surélevé.

1.3.2 La forme de la cuve

- Réservoirs carrés ;
- Réservoirs rectangulaires ;
- Réservoirs circulaires ;
- Réservoirs de formes quelconques.

1.3.3 Selon le mode de fermeture

- Réservoirs non couverts ;
- Réservoirs couverts.

1.3.4 La complexité de la construction

- Réservoirs simples ;
- Réservoirs multiples ;
- Réservoirs superposés ;
- Réservoirs superposés multiples.

1.3.5 Selon l'usage

- Réservoirs d'emménagement quand il s'agit seulement des liquides divers ;
- Bassins de traitement (pour épuration des eaux usées, le malaxage de produits, ...etc.) ;
- Bassins sportifs (piscines) ;
- Cuves à gazomètre.

1.3.6 Nature du liquide conservé

- Réservoirs à eau ;
- Cuves à vin, bière, cidre,...etc ;
- Citernes à produits noirs (goudron, bitume) ;
- Réservoirs à hydrocarbures (pétrole, essence, gas-oil, huiles minérales).

1.3.7 Selon les caractéristiques physiques

- Profondeur maximale ;
- Zone inondée ;
- Selon le volume d'eau a plein remplissage.

1.3.8 Selon la matière utilisée en construction

- Réservoirs en béton armé ;
- Réservoirs métalliques ;
- Réservoirs en maçonnerie ;
- Réservoirs en béton précontraint.

1.4 Les exigences techniques à satisfaire dans la construction d'un réservoir

Un bon réservoir doit satisfaire à différents impératifs

1.4.1 Résistance

Le réservoir doit, dans toutes ses parties, équilibrer les efforts auxquels il est soumis.

1.4.2 Etanchéité

Il doit constituer pour le liquide qu'il contient un volume clos sans fuites. Il doit être étanche, c'est-à-dire non fissuré, ou fissuré dans des conditions acceptables.

1.4.3 Durabilité

Le réservoir doit durer dans le temps. Le matériau dont il est constitué doit conserver ses propriétés initiales après un contact prolongé avec le liquide qu'il est destiné { contenir. Ceci cause dans certains cas (hydrocarbures) le problème du revêtement intérieur de protection qui ne doit pas altérer la qualité du liquide emmagasiné.

1.5 Les sollicitations dans les réservoirs de stockages

1.5.1 Le poids propre

Le poids propre du réservoir est calculé en fonction de sa forme et du matériau de fabrication.

1.5.2 Charges due aux liquides contenus

Il est facile d'en tenir compte, le tableau ci-dessous donne quelques valeurs des poids volumiques :

- Eau potable.....1000 daN/m³ ;
- Goudron.....1100 a 1250 daN/m³ ;
- Pétrole780 a 950 daN/m³ ;
- Huile comestible910 a 950 daN/m³.

1.5.3 Surcharges d'exploitation

Les surcharges d'escaliers d'accès sont évaluées en général à 100 daN concentrées par marche (ou 450 daN/m²). Les surcharges particulières sont prises égales à 250 daN/m² pour les salles de météorologie, radiocommunication, etc., qui peuvent être aménagées au dessus du réservoir.

Il peut exister aussi des terrasses aménagées en vue de leurs utilisations par le public ; dans ce cas il est prudent de compter sur 400 daN/m².

1.5.4 Variations de température et retrait (pour les réservoirs en béton)

Il est évident que la température et le retrait agissent sur un réservoir comme sur toutes autres constructions. On n'en tient habituellement pas compte, l'expérience montrant que cela n'a pas donné lieu a des désordres. Notons par ailleurs, que le retrait thermo-hygrométrique n'agit sur une cuve que lorsque celle-ci est vide, ce qui est rare. Quand elle est pleine, il n'y a pas retrait, mais au contraire gonflement, ce qui réduit les contraintes de traction dans le béton, c'est un élément favorable.

1.5.5 Fluage

Il s'exerce surtout sur les parties comprimées par des charges permanentes ou à peu près permanentes (fond des réservoirs). Les contraintes correspondantes n'étant pas très élevées, le fluage ne présente pratiquement pas de danger.

1.5.6 Effet climatiques : neige et vent

La neige n'intéresse que les couvertures plates ou courbes. Le vent n'est { prendre en compte que pour les réservoirs surélevés (châteaux d'eau).

1.5.7 Influence des séismes

Les dégâts survenus aux réservoirs soumis aux effets des séismes ont relevé différents modes de ruines. Pour les réservoirs en acier, le mode de ruine le plus fréquemment observé, est le flambement des parois sous l'effet des contraintes compressives excessives causées par le moment de renversement. En ce qui concerne les réservoirs en béton, la fissuration représente le mode de ruine le plus préjudiciable. Elle est produite essentiellement par les contraintes circonférentielles de traction. Enfin, l'endommagement de la couverture du réservoir, fixée ou flottante, peut survenir si l'espace libre situé au dessus de la surface de liquide, ne peut



Figure 1. Déformation élastique.



Figure 2. Flambement au sommet des murs (due au ballonnement).



Figure 3. Flambement plastique

1.6 Facteurs affectant le comportement sismique des réservoirs

Le comportement dynamique d'un réservoir de stockage peut être affecté par plusieurs paramètres :

1.6.1 Effet des conditions de pose

Dans la pratique, selon les objectifs du concepteur et le degré de sismicité de la zone d'installation, les réservoirs peuvent être ancrés ou non aux fondations qui les supportent.

Les réservoirs sont souvent construits, pour des raisons d'économie, avec des parois non ancrées aux fondations. Si en cas de séisme, le moment de renversement dû aux forces hydrodynamiques est supérieur au moment de stabilité, il se produit un certain soulèvement. Dans ce cas, il est difficile d'éviter des déformations plastiques notamment dans la plaque de fond si le réservoir est en acier. Néanmoins la fuite du liquide peut être empêchée par un dimensionnement approprié. Le mécanisme de soulèvement du réservoir est manifestement complexe et très sensible à plusieurs paramètres, du point de vue de la réponse du réservoir, aussi bien que du calcul ultérieur des contraintes. [6,18]

Les réservoirs ancrés doivent être reliés aux fondations pour empêcher le soulèvement en cas de tremblement de terre. De plus pour le stockage de produits liquéfiés, ces ancrages doivent être dimensionnés pour s'adapter à la contraction de la cuve tout en empêchant le soulèvement de sa base. [18]

1.6.2 Effet de site

Lors d'un événement sismique, les ondes sont émises depuis le foyer et se propagent jusqu'à la surface à travers divers milieux. Les mouvements d'un site donné, lors d'un tremblement de terre, peuvent être affectés par plusieurs facteurs liés au processus de rupture, à la propagation des ondes sismiques de la faille jusqu'au site et aux conditions locales du site. [12,30]

L'effet de la source est fonction des dimensions de la zone de rupture, des valeurs des contraintes le long de la surface de rupture, du mécanisme de rupture et de sa propagation le long de la faille. Un séisme est, dans la plus

part des cas, engendré par un mécanisme de cisaillement pur duquel les déformations par dilatation ou compression sont absentes [8]. Le mécanisme à la source peut être alors représenté par un ensemble de forces constituant un double couple dont le paramètre caractéristique est le moment sismique (M_0).

Durant un tremblement de terre, les ondes sismiques se propagent dans un large rayon loin de la zone de rupture, ce qui entraîne la modification de leurs caractéristiques en raison des réflexions et réfractions lorsqu'elles rencontrent des hétérogénéités, des surfaces de discontinuités et des barrières naturelles. Aussi, une partie de l'énergie transportée par ses ondes est absorbée dans les milieux traversés du fait de l'amortissement des matériaux. Tous ces phénomènes affectent la nature du mouvement sismique.

Généralement, on rend compte de l'influence du chemin parcouru { l'aide d'un seul paramètre : la distance épacentrale. Cette distance a un effet direct sur le processus d'atténuation des ondes sismiques durant leur trajet de la source au récepteur.

Les conditions de site (géologiques, topographiques) ont, depuis longtemps, été reconnues comme des facteurs contribuant à la distribution géographique des ruptures du sol et des endommagements structuraux durant les tremblements de terre. En effet, les enregistrements des mouvements du sol, durant des séismes récents, ont montré que les variations des conditions du sol peuvent avoir une influence majeure sur le mode d'endommagement ainsi que sur l'amplitude et les caractéristiques fréquentielles des mouvements du sol à la surface.

L'effet de site est cette caractéristique qu' chaque site géologique, selon sa composition physique et sa géométrie, de répondre différemment aux sollicitations produites par un séisme (accélération, déformations, contraintes...). Ce phénomène est capital dans la construction d'ouvrages résistants aux tremblements de terre. Chaque site doit être étudié de façon particulière dans cette optique. [ASCE]

1.6.3 Effet de l'interaction sol-structure (ISS)

L'interaction sol-structure est l'étude du comportement d'une structure subissant une charge sismique. Elle traduit la modification du mouvement du sol (ou de la structure) lors d'un séisme du fait de la présence de l'autre

composant (structure ou sol). Cette interaction est plus ou moins importante suivant la nature du sol, les caractéristiques de l'ouvrage et le type de fondation.

Il existe plusieurs raisons de considérer l'interaction sol-structure : [ASCE]

- Dans le but d'inclure dans les modes de déformations les mouvements
- à la base de la structure : la rotation à la fondation, le décollement de la semelle, ... etc. Pour obtenir une meilleure approximation de la période de vibration du système couplé qui sera plus longue que la période du système avec base rigide.
- Pour évaluer le comportement d'ouvrages critiques telles les centrales nucléaires.

Des calculs effectués sur des réservoirs de diverses géométries [ASCE], confirment ce qui était déjà connu grâce à des études antérieures sur des bâtiments à savoir :

- L'augmentation de flexibilité du milieu support, allonge la période du système réservoir-liquide, et réduit le pic de la réponse (pour les mêmes données d'entrée) grâce { une augmentation de l'amortissement total. Pour une flexibilité du sol donnée.
- L'augmentation de la période fondamentale est plus prononcée dans le cas des réservoirs hauts, élancés, puisque la contribution de la composante de balancement est plus grande pour ces structures que pour les réservoirs courts et larges. Néanmoins la réduction du pic de réponse est en général moins significative pour les réservoirs hauts, puisque l'amortissement associé au balancement est plus faible que l'amortissement associée { une translation horizontale.

1.6.4 Effet de l'interaction fluide-structure (IFS)

L'interaction fluide-structure s'intéresse au comportement d'un système constitué par deux entités considérées comme : une structure mobile (rigide ou déformable) et un fluide (en écoulement ou au repos) autour ou à l'intérieur de la structure. L'évolution de chacune de ces entités qui dépendent l'une de l'autre peut faire apparaître un phénomène de couplage. Plus précisément, le mouvement de la structure est influencé par l'écoulement du fluide { travers les efforts transmis { l'interface, et réciproquement, le mouvement de la structure influence l'écoulement du

fluide par les déplacements de l'interface qui entraîne le fluide dans son mouvement.

Les problèmes d'interaction fluide-structure se sont posés très tôt aux ingénieurs « construction des ponts, barrage, bateaux, avions, réservoirs,...etc. ». Au début, les outils de calcul ne permettaient qu'une modélisation simplifiée en considérant le fluide comme incompressible et la structure infiniment rigide, par exemple : utilisation du concept de masse ajoutée "added mass". Par la suite, avec le développement des méthodes de calcul numérique en particulier la méthode des éléments finis et l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs, des algorithmes de couplage entre l'écoulement du fluide et le mouvement de la structure se sont très vite développés. Il est bien connu que cette interaction peut modifier fortement les caractéristiques dynamiques des structures en contact avec un fluide. [12]

1.7 Modes de rupture des réservoirs sous excitation sismique et analyses des risques

1.7.1 Modes de rupture et d'endommagement

Les réservoirs de stockage tels que les réservoirs de pétrole ou encore les réservoirs d'eau potable, sont des structures particulièrement surveillées en cas de séisme, en raison des accidents qui ont eu lieu lors des séismes passés. Lors de séismes, les réservoirs de produits inflammables ou toxiques constituent de véritables bombes à retardement, et peuvent parfois causer plus de dégâts que le séisme lui-même.

On peut répartir les dommages sismiques observés sur les réservoirs en deux catégories [AWWA D-103], selon qu'il y ait eu déversement du liquide ou non (voir tableaux 1 et 2).

Tableau 1. Modes de ruptures non accompagné de déversement de liquide

Domages structuraux sans fuites	
Gravité	Type de dommage
Mineur	Flambement Déformation du support de la structure Elongation des boulons de la structure Domages dues au ballotement
Modéré	Rupture des boulons d'ancrage Défaillance des connections/soudures Domages du toit dû au ballotement ou rupture des joints toit-réservoir Défaillance des colonnes ou de la structure de soutien

Tableau 2. Modes de rupture accompagnée de déversement de liquide

Domages structuraux avec fuites	
Gravité	Type de dommage
Mineur	Défaillance partielle des brides ou des connecteurs
Grave	Défaillance avec perte de liquide par le toit ou le haut des murs
Catastrophique	Effondrement ou basculement du réservoir

1.7.2 Analyses de risque pour des réservoirs soumis à un séisme

De nombreuses analyses de risque s'intéressant à l'impact de catastrophes naturelles sur des complexes industriels ont été réalisées, et notamment des travaux portant sur la probabilité d'impact d'un séisme en zone industrielle comportant des fermes de réservoir. On distingue principalement deux types d'analyses de risque : analyse quantitative et analyse qualitative.

Les études de risque quantitatives reposent souvent sur des lois probabilistes. Dans le cas de l'étude de risque de l'impact d'un séisme sur une zone industrielle, la probabilité de dommage d'une installation à la suite d'un séisme est quantifiée en croisant les données fournies par les courbes

de fragilité de l'installation avec les courbes de probabilité sismique de la région étudiée.

Les études de risque qualitatives sont basées sur des analyses statistiques des dégâts observés lors d'évènements passés documentés par des bases de données.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, des généralités sur les réservoirs de stockage ont été développées ; de leurs classifications, aux exigences techniques à satisfaire lors de leurs constructions, en passant par les sollicitations extérieures et enfin les principaux éléments affectant leurs réponses sismiques et ce afin de mieux comprendre leurs comportements dynamiques.

CHAPITRE 2

PRESENTATION THEORIQUE

2.1 Introduction :

Les modèles théoriques ont pour rôle de représenter la réalité physique d'un problème en la débarrassant de tout ce qui est superflu ou secondaire. Ces simplifications rendent le problème résoluble avec moins d'efforts et sans que les solutions obtenues ne perdent pour autant l'efficacité effective recherchée.

Dans ce chapitre, les modèles théoriques les plus utilisés seront présentés. Cette présentation va permettre de mieux cerner le problème physique, de mieux comprendre les dispositions réglementaires présentées dans le chapitre suivant et enfin de mieux raffiner les modèles numériques à développer.

On distingue fondamentalement deux types de modèles théoriques : les modèles des réservoirs encastrés, plus anciens et communément utilisés par les projeteurs des bureaux d'études, et les modèles des réservoirs non encastrés, conçus comme complémentaires aux modèles précédents et plus utilisés surtout dans les dispositions réglementaires.

2.2 Réservoirs encastrés :

2.2.1 Présentation des méthodes analytiques :

2.2.1.1 Méthode de calcul d'après Jacobsen et Ayre

Dans cette méthode, on néglige les sollicitations produites par les oscillations des vagues d'eau pour ne s'intéresser qu'aux efforts d'impulsion [JAC 50].

La forme des réservoirs étudiés dans ce chapitre est celle de la figure 2.1.

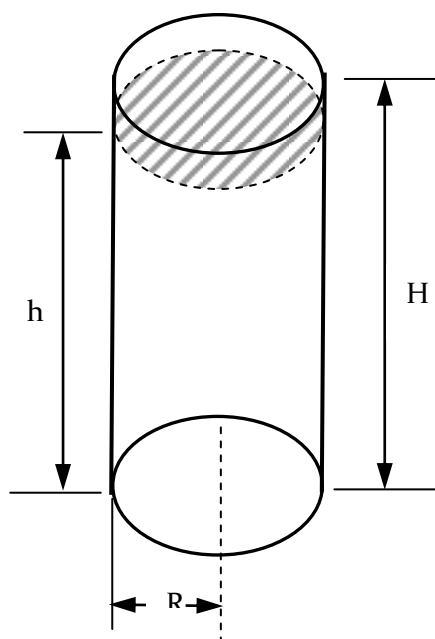


Figure 2.1. Réservoir de Forme cylindrique

2.2.1.1.a Champ de vitesses

C'est le champ de vitesse régnant dans le réservoir qui permettra de déterminer la distribution des pressions : on suppose, pour calculer ce champ, que les hypothèses suivantes sont vérifiées [DAV 82] :

- les parois du réservoir sont rigides ;
- le fluide est incompressible ;
- le fluide est non visqueux ;
- Petits déplacements ;
- Régime non turbulent (donc nombre de Reynolds suffisamment petit)
- la formation des vagues en surface est ignorée ;
- le réservoir se déplace à une vitesse $f'(t)$ suivant une direction horizontale.

Soit le réservoir de la figure (2.2) soumis à une translation le long de l'axe OX.

Sous les conditions précédentes :

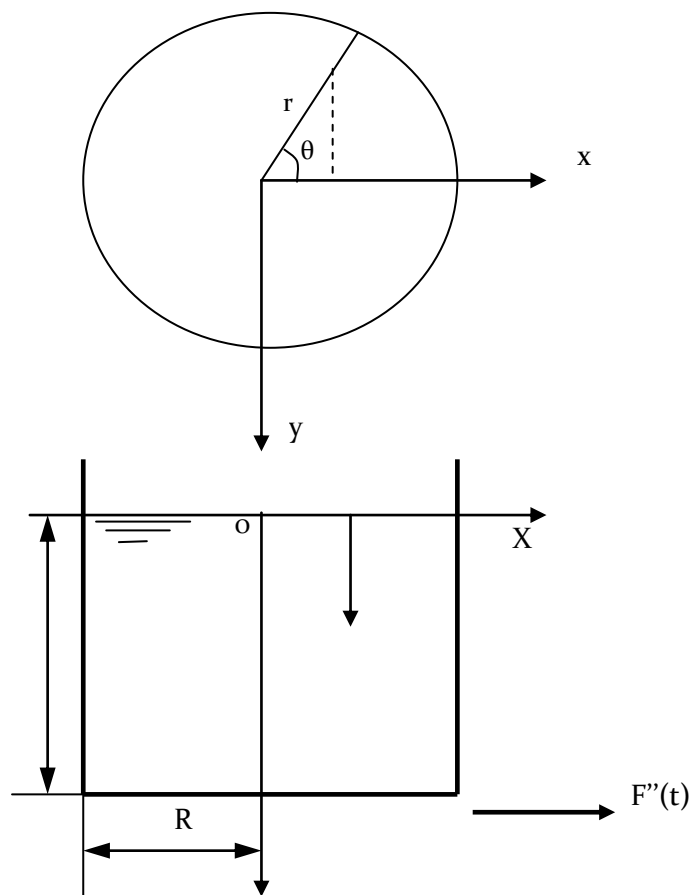


Figure 2.2 Réservoir cylindrique soumis à une accélération horizontale $f''(t)$

Le champ de vitesse Φ dans le réservoir est donné par l'équation de Laplace

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.1)$$

En associant les conditions aux limites relatives aux parois et à la surface, on peut arriver à donner la solution exacte du problème.

En coordonnées cylindrique, l'équation (3.1) est équivalente à :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.2)$$

Cherchons les solutions sous forme de variables séparées :

$$\Phi(\theta, r, z, t) = \mathfrak{R}(r) \cdot \Phi(\theta) \cdot Z(z) \cdot f'(t) \quad (2.3)$$

Avec les conditions aux limites suivantes [DAV 82]:

- La composante verticale w de la vitesse est nulle sur toute la base ($z = h$) soit

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=h} = 0 \quad (2.4)$$

- La vitesse de translation u suivant la direction X devant être à $f'(t)$, la composante radial de la vitesse est donnée par :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_{r=R} = f'(t) \cos \theta \quad (2.5)$$

- la pression p est nulle sur la surface libre

$$p)_{z=0} = 0 \quad (2.6)$$

Si on ne s'intéresse qu'à l'impulsion de pression pendant un temps Δt et qu'on néglige la suppression apportée ultérieurement par la vibration du fluide, dans la direction X, la surpression d'impulsion vérifie :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{du}{dt} \quad (2.7)$$

La vitesse u se déduit du champ de vitesse par

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial x} \quad \text{soit en intégrant}$$

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + F(t) \quad (2.8)$$

Dans le présent calcul, nous supposons que $F(t) = 0$ en admettant que pendant l'impulsion Δt , $F(t)$ est sans influence sur p . Donc

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.9)$$

Si, en plus de la condition (3,6), on impose la condition initiale qu'à $t=0$ la surface libre soit au repos, on aura :

$$\Phi|_{z=0} = 0 \quad \forall t > 0 \quad (2.10)$$

a) Fonction Z (z)

Supposons à présent que la fonction $Z(z)$ puisse s'écrire sous forme de série trigonométrique de terme général :

$$Z(z) = \text{Sin}(nkz) \quad n \text{ entier}$$

Pour satisfaire simultanément les conditions aux limites (3. 4) et (3.10) On doit avoir simultanément :

$$\begin{cases} n \text{ impaire} \\ k = \frac{\pi}{2h} \end{cases}$$

b) Fonction $\Phi(\theta)$

De manière à satisfaire la condition aux limites (3.5), posons :

$$\Phi(\theta) = \cos \theta$$

c) Fonction $\mathfrak{R}(r)$

Le champ de vitesse $\Phi(r, \theta, z, t)$ s'écrit à présent :

$$\Phi = \mathfrak{R}(r) \cdot \cos \theta \cdot \text{Sin} nkz \cdot f'(t)$$

$$(3.2) \Rightarrow \left[\frac{\partial^2 \mathfrak{R}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial r} - \left(n^2 k^2 + \frac{1}{r^2} \right) \mathfrak{R} \right] \text{Cos } \theta \text{ Sin } nkz f'(t) = 0$$

Puisque cette équation doit être vérifiée $\forall \theta, z$ et $f'(t)$ alors on doit avoir :

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{R}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial r} - \left(n^2 k^2 + \frac{1}{r^2} \right) \mathfrak{R} = 0 \quad (2.11)$$

En posant $\rho = nkr$ l'équation (3.11) peut s'écrire :

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{R}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \rho} - \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \mathfrak{R} = 0 \quad (2.12)$$

La résolution de cette équation par le logiciel Mathematica 5.0 donne:

```
In[12]:=DSolve[r''[x] + (1/x) r'[x] + (1 + 1/(x^2)) r[x] == 0, r[x], x]
```

```
Out[12]={{r[x] -> BesselJ[ImaginaryI, x]}}
```

L'équation différentielle précédente donne pour solution les fonctions de Bessel d'ordre 1 et d'argument $x = ip$ purement imaginaire , c'est-à-dire :

$$\mathfrak{R} = I_1(\rho) = \frac{J_1(inkr)}{i}$$

d'ou l'expression finale du champ de vitesses :

$$\Phi = f'(t) \cos \theta \sum_{n=1.3.5}^{\infty} A_n \sin nkz I_1(nkr) \quad (2.13)$$

La détermination des coefficients A_n se fait à partir de la vérification par l'équation (3.13) de la condition aux limites (3.5), Soit :

$$\begin{aligned} f'(t) \cos \theta \sum_{1.3.5}^{\infty} \sin nkz A_n \frac{\partial}{\partial r} [I_1(nkr)]_{r=R} &= f'(t) \cos \theta \\ \Rightarrow \sum_{1.3.5}^{\infty} A_n \sin nkz \frac{\partial}{\partial r} [I_1(nkr)]_{r=R} &= 1 \end{aligned}$$

D'après les propriétés des fonctions de Bessel [29], on a :

$$\frac{\partial}{\partial r} [I_1(nkr)] = \frac{nk}{2} [I_0(nkr) + I_2(nkr)]$$

ou encore en fonction de I_0 et I_1 :

$$\frac{\partial}{\partial r} [I_1(nkr)] = nk \left[I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr) \right]$$

d'où :

$$\sum_{1.3.5}^{\infty} A_n \sin nkz \cdot nk \left[I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr) \right] = 1 \quad (2.14)$$

Par ailleurs, on sait que la série trigonométrique de terme général $\frac{\sin nkz}{n}$ a pour

$$\text{propriété : } \sin kz + \frac{\sin 3kz}{3} + \frac{\sin 5kz}{5} + \dots = \frac{\pi}{4}$$

$$\forall z \text{ tel que } 0 \leq kz \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{ou } 0 \leq z \leq h$$

D'où en écrivant l'expression (A.14) sous la forme :

$$\sum_{1.3.5}^{\infty} A_n \frac{\sin nkz}{n} \cdot n^2 k \left[I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr) \right] = 1$$

On peut en déduire l'expression des coefficients :

$$A_n = \frac{4}{\pi k} \frac{\frac{1}{n^2}}{I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr)} = \frac{8h}{\pi^2 n^2} \frac{1}{I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr)} \quad (2.15)$$

On a donc l'expression générale du champ de vitesses :

$$\Phi = f'(t) \cos \theta \sum_{1.3.5}^{\infty} \frac{8h}{\pi^2 n^2} \frac{I_1(nkr) \sin nkz}{I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr)}$$

2.2. 1.1.b surpression, forces et moments

Connaissant le champ des vitesses, il est aisé d'en déduire les efforts dans le réservoir sous l'action de l'impulsion dynamique seule.

Pression

Elle est donnée par l'équation (3.9)

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\rho f''(t) \cos \theta \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{8h}{\pi^2 n^2} \frac{I_1(nkr) \sin nkz}{I_0(nkr) - \frac{1}{nkr} I_1(nkr)}$$

soit, pour simplifier l'écriture :

$$p = -\rho f''(t) \cos \theta \sum_{1,3,5}^{\infty} A_n \sin nkz I_1(nkr) \tag{2.16}$$

Résultante des forces sur les parois (r = R)

$$p_{li} = 2 \int_n^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} P_{r=R} \cos \theta r d\theta dz$$

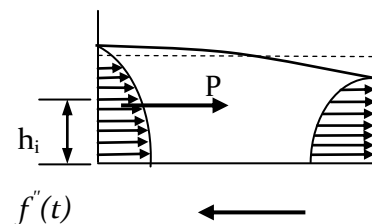
$$= -\rho f''(t) \pi R \sum_{1,3,5}^{\infty} A_n I_1(nkr) \left[-\frac{1}{nk} (\cos nkz)_0^h \right]$$

Donc la résultante de ces suppressions sur la paroi verticale est :

$$p_{li} = -\rho f''(t) h R \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{A_n I_1(nkR)}{n} \tag{2.17}$$

$$\gamma_i = \frac{1}{R} \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{A_n I_1(nkR)}{n}$$

soit $p_{li} = -\rho f''(t) h R^2 \gamma_i$



Point d'application de la résultante P_{li} (fig. 2.3)

Mesuré à partir de la surface libre (z = 0)

$$\bar{z} = \frac{2}{P_{li}} \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} p_{r=R} z \cos \theta r d\theta dz$$

Figure 2.3 Point 'application de la résultante

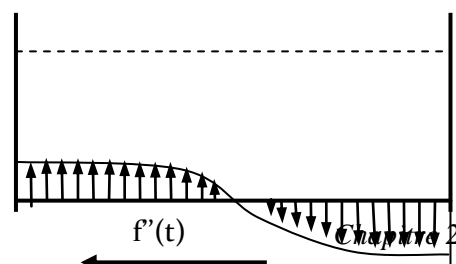


Figure 2.4: Pression sur le fond

$$\bar{z} = \frac{2h}{\pi} \frac{\sum \frac{A_n I_1(nkR)}{n^2}}{\sum \frac{A_n I_1(nkR)}{n}} \quad (2.18)$$

$$h_i = h - \bar{z}$$

Moment des forces horizontales (plan XY)

Il est exprimé par la relation :

$$M = P_{ii} h_i = -\rho f''(t) \frac{4h^2 R}{\pi} \sum \frac{A_n I_1(nkR)}{n^2}$$

Couple de forces agissant sur le fond (z=h) (fig.2.4)

$$\begin{aligned} M_1 &= 2 \int_0^R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} p_{z=h} r^2 \cos\theta d\theta dr \\ &= -2 \rho f''(t) h^2 R \sum (-1)^n \frac{A_n}{n} \left[I_0(nkR) - \frac{2}{nkR} I_1(nkR) \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ce couple conjugué avec le moment de flexion M précédemment déterminé, exercent sur le réservoir un moment de renversement.

2.2.1.1.c. Calcul des vitesses

Pendant le premier intervalle de temps Δt . on a vu que seuls intervenaient les efforts d'impulsion.

La composante verticale de la vitesse est donnée par :

$$\omega = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = f'(t) \cos \theta \sum nk A_n I_1 \cos nkz \quad (2.20)$$

Remarque

La composante verticale de la vitesse aux points d'intersection de la surface libre (z=0) et des parois (r=R) n'a pas une limite finie. Ce sont des points singuliers pour le modèle choisi.

Cependant, partout ailleurs, ω est donné par l'expression (2.20).

2.2.1.1.d Modélisation

La modélisation de ce calcul peut se faire en calculant la masse passive correspondant à la force P_{1i} exercée sur les parois, soit à partir de l'équation (2.17) :

$$\frac{m_i}{m - \rho f''(t)\pi R^2 h} = \frac{-\rho f''(t)hR \sum \frac{A_n I_1(nkR)}{n}}{-\rho f''(t)\pi R^2 h}$$

d'où
$$m_i = m \frac{\sum \frac{A_n I_1(nkR)}{n}}{\pi R}$$

Elle est appliquée à une hauteur h_i définie par (3.18).

La modélisation est donc celle de la figure 2.5.

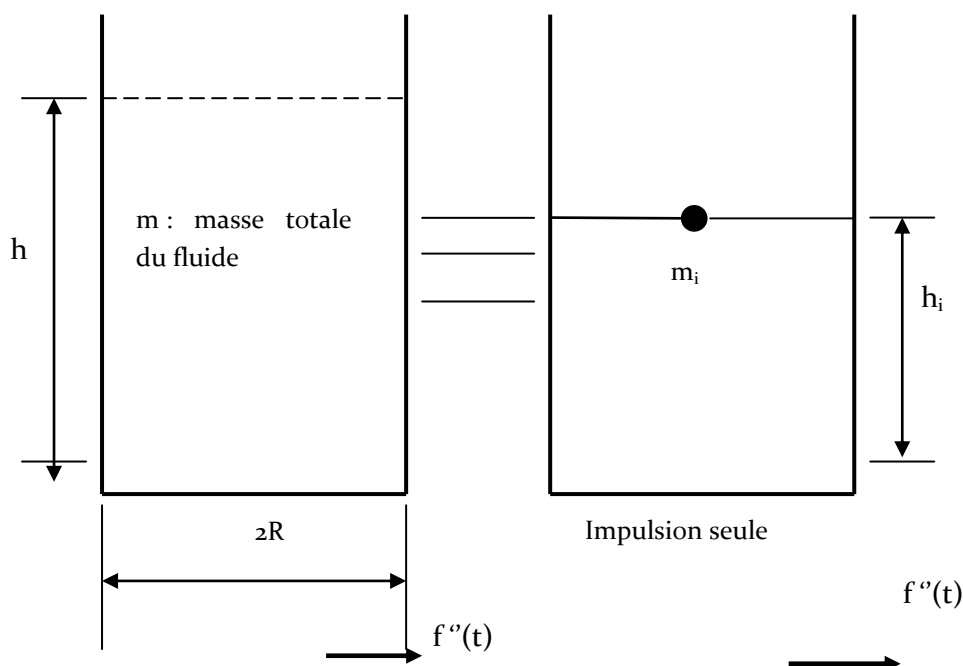


Figure 2.5: Modélisation

2.2.1.1.e. Surpressions dynamiques

On déduit directement du champ de vitesses, la distribution de la surpression, due à l'impulsion dynamique par :

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\rho f''(t) \cos \theta \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_n \sin nkz I_1(nkr)$$

Et la résultante de ces surpressions au niveau des parois ($r=R$) est donnée par :

$$p = 2 \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (p \cos \theta r d\theta dr)_{r=R}$$

soit sur une seule paroi et dans la direction de la translation :

$$p_{\bar{i}} = -\rho f''(t) h R \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{A_n I_1(nkR)}{n} \quad (2.21)$$

$$\gamma_i = \frac{1}{R} \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{A_n I_1(nkR)}{n}$$

soit $p_{\bar{i}} = -\rho f''(t) h R^2 \gamma_i$

2.2.1.2 Méthode de calcul d'après Hunt et Priestley [HUN 78]

Considérons le réservoir de la figure 2, dont toutes les dimensions sont rapportées au rayon, contenant un liquide supposé incompressible et non visqueux.

Les expressions sont d'abord établies sous leur forme adimensionnelle puis réécrites sous la forme physique en fin de chapitre.

Supposons qu'à l'instant $t=0$, le réservoir soit soumis à une accélération horizontale $a(t)$ dans la direction X.

Soit $\Phi(x, y, z, t)$ la champ de vitesse régnant dans le réservoir.

Ce deuxième calcul se différencie de celui de la méthode précédente surtout par l'hypothèse selon laquelle on ne néglige plus le terme de gravité dans l'équation de mouvement. Ceci revient à considérer, toujours dans le cas de petits mouvements, la même équation de Laplace $\nabla^2 \Phi = 0$, mais avec des conditions aux limites modifiées :

- condition initiale de repos du réservoir :

$$\Phi(x, y, z, 0) = 0 \quad (2.22)$$

- condition qui annule les vitesses perpendiculaires aux parois et suppose donc des parois rigides :

$$\frac{d\Phi}{dn} = 0 \quad \forall (x, y, z) \quad \text{sur les parois et la base} \quad (2.23)$$

(n : normale à la surface considérée).

Il s'agit de vitesses relatives au mouvement du réservoir.

- Condition donnant l'équation de la surface à tout instant t :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right)_{z=0} + xa'(t) \quad (2.24)$$

- condition initiale de repos de la surface libre :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t}(x, y, z, 0) = 0 \quad (2.25)$$

Pour résoudre l'équation du mouvement $\nabla^2 \Phi = 0$, introduisons les coordonnées cylindriques (r, θ , z) on obtient alors :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

et avec la même technique de séparation de variable que précédemment on arrive[1] à la solution suivante :

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \frac{J_1(\lambda_n r) \text{ch} \lambda_n (h - z)}{J_1(\lambda_n) \text{ch} \lambda_n h} \quad (2.26)$$

ou λ_n est défini par $J_1'(\lambda_n) = 0$ pour $n=1, 2, 3$, et J_1 fonction de Bessel de première espèce.

Sachant par ailleurs que l'équation(3.26) doit vérifier la condition(3.24), en posant

$x=r \cos\theta$ on aboutit à :

$$\cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n r)}{J_1(\lambda_n)} [F_n''(t) + \beta_n^2 F_n(t)] + ra'(t) \cos \theta = 0 \quad (2.26 \text{ bis})$$

avec $\beta_n = \sqrt{\lambda_n^2 h^2 - \lambda_n^2}$

si $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$, on simplifie par $\cos\theta$ et à l'aide du théorème d'inversion de Fourier Bessel et de l'identité :

$$\lambda_n J_2(\lambda_n) = J_1(\lambda_n)$$

on arrive à l'équation différentielle définissant $F_n(t)$:

$$F_n''(t) + \beta_n^2(t)F_n(t) = \frac{2a'(t)}{1 - \lambda_n^2} \quad (2.27)$$

avec les conditions initiales

$$F_n''(0) = F_n(0) = 0$$

la solution de (3.27) est donnée par :

$$F_n(t) = \frac{2}{\beta_n(1 - \lambda_n^2)} \int_0^t a'(\tau) \sin \beta_n(t - \tau) d\tau$$

d'où

$$F_n'(t) = \frac{2}{1 - \lambda_n^2} \int_0^t a'(\tau) \cos \beta_n(t - \tau) d\tau \quad (2.28)$$

donc connaissant l'expression $a(t)$ on peut en déduire celle $F_n'(t)$ et, par suite, l'expression des pressions et hauteur de vagues.

2.2.1.2.a) Surpressions dynamiques

A partir du champ de vitesse Φ les pressions en tout point sont données par :

$$p = z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - Xa(t)$$

soit

$$p = z - \left[ra(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n'(t) \frac{J_1(\lambda_n r) ch \lambda_n (h - z)}{J_1(\lambda_n) ch \lambda_n h} \cos \theta \right] \quad (2.29)$$

2.2.1.2.b) Résultante des forces s'exerçant au niveau de la paroi :

Elle s'obtient par l'intégration de l'expression (3.29) sur la surface :

$$\vec{p}_2 = \pi H \left[\vec{k} - \left(a(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n'(t) \frac{th \lambda_n h}{\lambda_n h} \right) \cdot \vec{i} \right] \quad (2.30)$$

Expression dans laquelle apparaissent à la fois l'action du poids du fluide (\vec{k}) et celle du fluide sur les parois (\vec{i}) c'est-à-dire

$$p_2 = -\pi h \left(a(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n'(t) \frac{th \lambda_n h}{\lambda_n h} \right) \quad (2.31)$$

La connaissance de $F_n'(t)$ permet de réécrire P sous sa forme dimensionnelle.

Remarque :

Pour obtenir les expressions physiques à partir des expressions adimensionnelles de ce chapitre, il suffit de considérer les relations [DAV 82] :

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi^* / \sqrt{gR^3} & r &= r^* / R \\ p &= p^* / \rho g R & \eta &= \eta^* / R \\ a(t) &= a^*(t) / g & h &= h^* / R \\ \omega &= \omega^* / \sqrt{g/R} \\ p_2 &= p_2^* / \rho g R^3 \\ M &= M^* / \rho g R^4 \end{aligned}$$

ceci nous permet de réécrire la résultante p_2 sous la forme :

$$p_2 = -\pi h \left[a(t) + \frac{2\omega^2 a(t)}{h} \sum_1^{\infty} \frac{th \lambda_n h}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 - \beta_n^2)} - \frac{2\omega a_m}{h} \sum_1^{\infty} \frac{\beta_n \sin(\beta_n t) th \lambda_n h}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 - \beta_n^2)} \right]$$

soit sa valeur dimensionnelle :

$$P_2^* = -\rho a(t) h R^2 \left[\pi + \frac{2\omega^2 \pi R^2}{h} \sum_1^{\infty} \frac{th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \right] + 2\rho a_m \omega \pi R^3 \sqrt{Rg} \sum_1^{\infty} \frac{\beta_n \sin(\beta_n \sqrt{g/R} t) th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)}$$

On remarque que cette résultante est la somme d'une résultante des pressions d'impulsion P_{2i} (pressions impulsives) et d'une résultante des pressions d'oscillation p_{20} (pressions convectives) soit :

$$P_2 = P_{2i} + P_{20} \quad (2.32)$$

Ou
$$P_{2i} = \rho a_m h R^2 \delta_i \quad (2.33)$$

Avec
$$\delta_i = \left[\pi + \frac{2\omega^2 \pi R^2}{h} \sum_1^{\infty} \frac{th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \right] \quad (2.34)$$

Le coefficient δ_i est donné par la figure 3.6

La résultante des pressions d'impulsions p_{2i} est appliquée à une hauteur z_i telle que :

$$z_i = h Z_i \quad (2.35)$$

Où
$$Z_i = \frac{\left[\frac{1}{2} + \frac{2\omega^2 R^3}{h^2} \sum_1^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2 (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \left(1 - \frac{1}{ch \lambda_n h / R} \right) \right]}{\left[1 + \frac{2\omega^2 R^2}{h} \sum_1^{\infty} \frac{th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \right]} \quad (2.36)$$

La résultante des pressions hydrodynamiques d'oscillation est définie par l'expression :

$$P_{20} = \rho a_m h R^2 \delta_0 \quad (2.37)$$

Où
$$\delta_0 = \frac{2\omega \pi R \sqrt{Rg}}{h} \sum_1^{\infty} \frac{\beta_n th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \quad (2.38)$$

est donné par la figure 3.7

Cette résultante est appliquée à une hauteur z_0 définie par :

$$z_0 = R Z_0 \quad (2.39)$$

Où :
$$Z_0 = \frac{\sum_1^{\infty} \frac{\beta_n}{\lambda_n^2 (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)} \left(1 - \frac{1}{ch \lambda_n h / R} \right)}{\sum_1^{\infty} \frac{\beta_n th \lambda_n h / R}{\lambda_n (1 - \lambda_n^2) (\omega^2 R - g \beta_n^2)}} \quad (2.40)$$

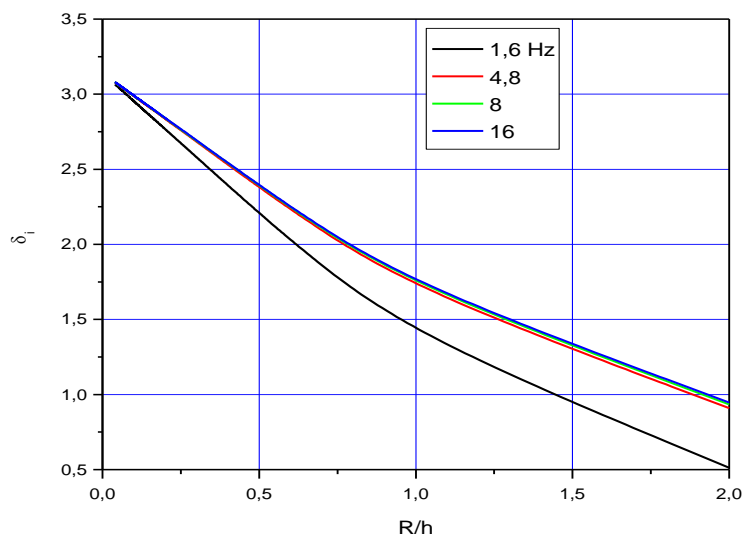


Figure 2.6 Pression d'impulsion P_{21} : $P_{21} = \rho a_m h R^2 \delta_i$: Coefficients δ_i

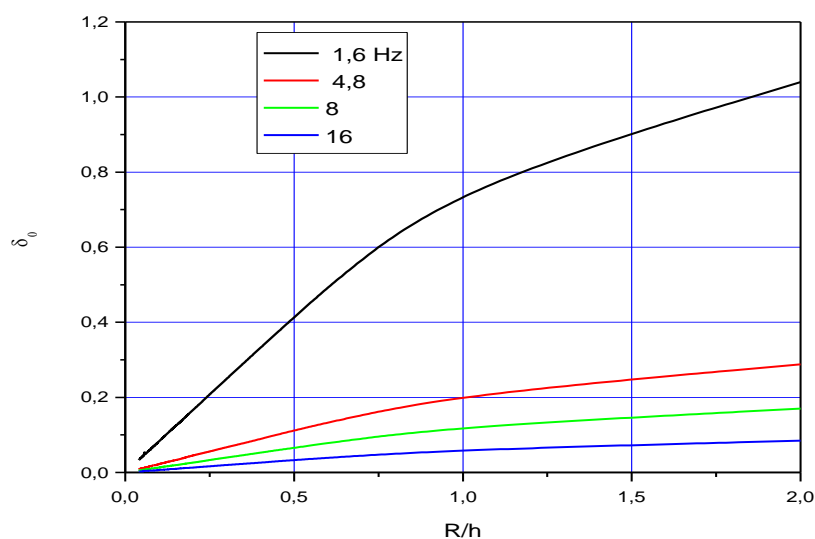


Figure 2.7 Pression d'oscillations $P_{20} = \rho a_m h R^2 \delta_0$: Coefficients δ_0

2.2.1.3 Méthode approchée de calcul d'après Housner [HOU 63]

Comme on vient de le voir dans les deux méthodes précédentes, les expressions exactes des efforts sont souvent très complexes, à moins de se limiter aux premiers termes des séries.

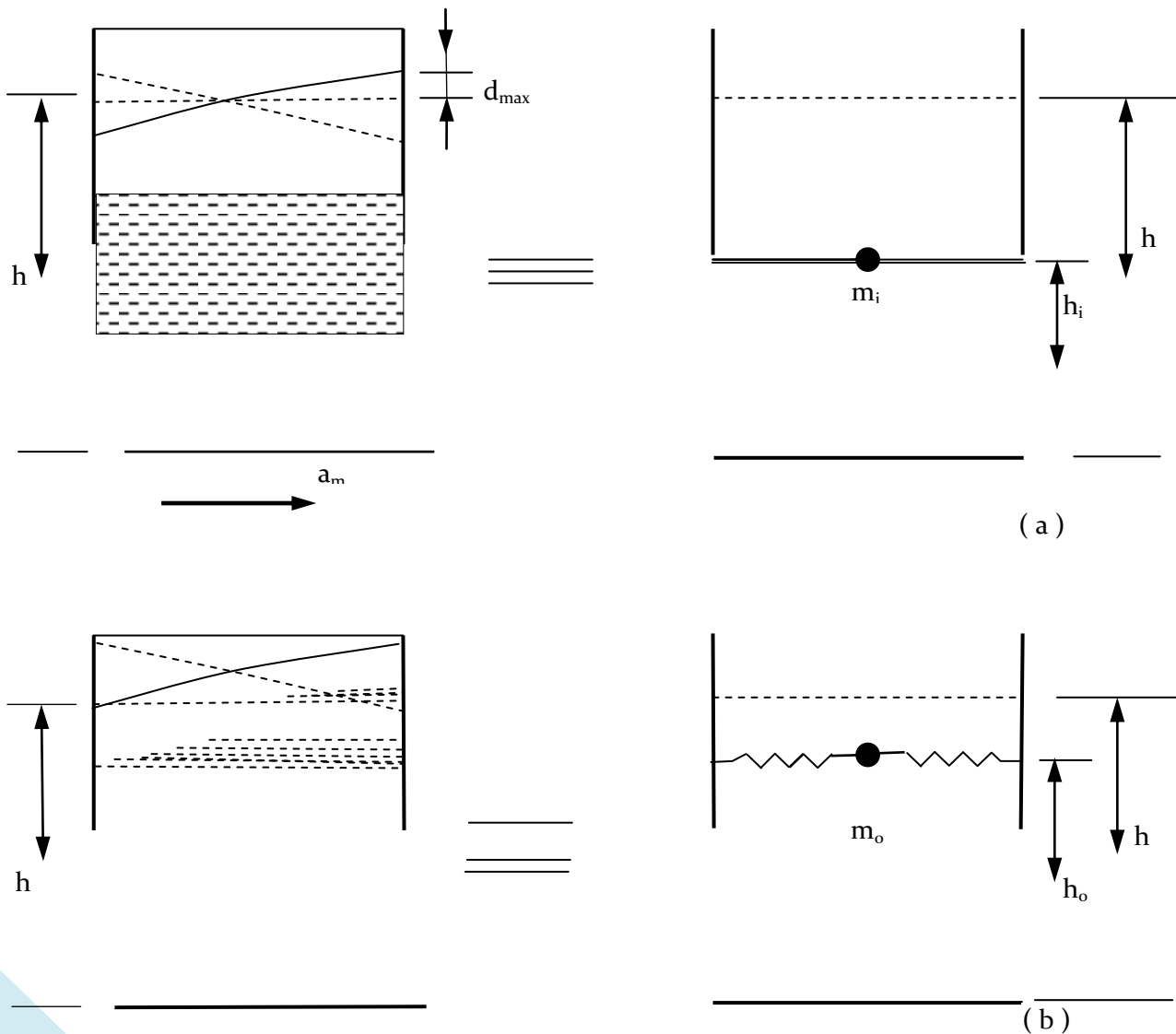
La méthode approchée qui suit aboutit à des expressions relativement simples qui seront comparées aux précédentes dans le paragraphe 3.3.

Dans cette modélisation, on décompose l'action du liquide en deux types :

- Une action passive provoquant des efforts d'impulsion ;
- Une action active provoquant des efforts d'oscillation (ballotement).

Les efforts d'impulsion proviennent de ce qu'une partie de la masse du fluide, dite masse passive ou impulsive, réagit par inertie, à la translation des parois du réservoir. Son système mécanique équivalent est obtenu en considérant une masse m_i liée rigidement au réservoir à une hauteur h_i telle qu'elle exerce sur les parois les mêmes efforts horizontaux que la masse d'eau équivalente.

La figure 2.8 définit le système équivalent des efforts d'impulsion quand on néglige les oscillations de l'eau.



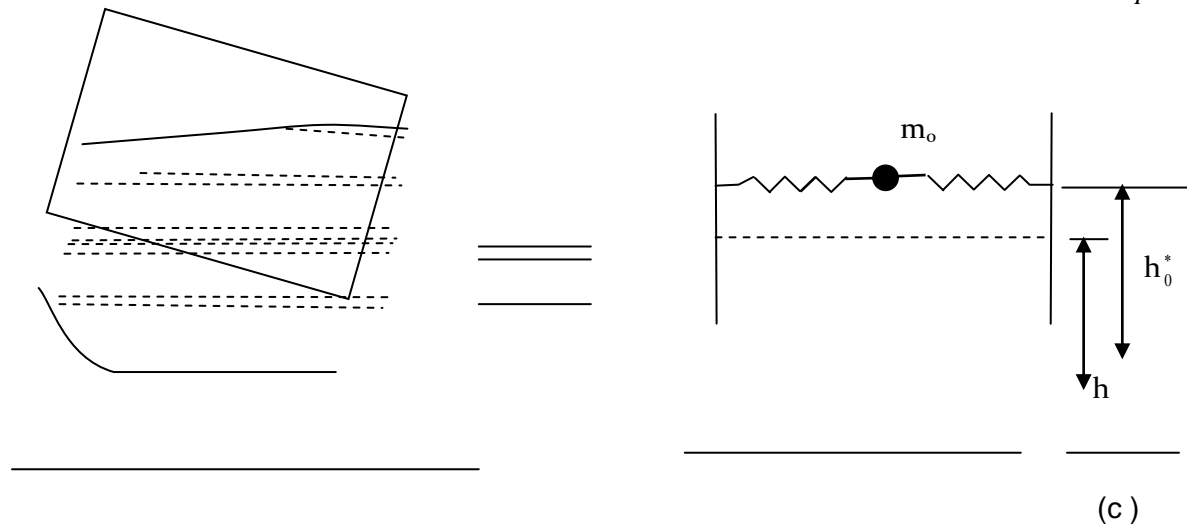


Figure 2.8 Réservoirs cylindriques, système physiques et systèmes mécaniques équivalents :

- Equivalent mécanique des pressions d'impulsion.
- Equivalent mécanique des pressions d'oscillation : action sur les parois.
- Equivalent mécanique des pressions d'oscillation : action sur les parois et sur la base.

Quand aux efforts d'oscillations (ballotement), ils proviennent de ce qu'une

autre partie de la masse du fluide, dite masse active ou convective, se met en mouvement d'oscillation sous l'action du séisme.

Son équivalent mécanique s'obtient en considérant n masse m_{on} retenues par des ressorts de raideurs K_n à des niveaux h_{on}^* dont les oscillations horizontales exercent les mêmes efforts vibratoires que la masse active du

Quant aux efforts d'oscillations, ils proviennent de ce qu'une autre partie de la masse du fluide, dite masse active, se met en mouvement d'oscillation sous l'action du séisme.

Son équivalent mécanique s'obtient en considérant n masse M_{on} retenues par des ressorts de raideurs K_n à des niveaux h_{on}^* dont les oscillations horizontales exercent les mêmes efforts vibratoires que la masse active du fluide [DAV 82].

Pour le calcul du moment de flexion, les seules actions prises en compte sont celles sur les parois ; dans ce cas, les masses m_{on} sont appliquées à un niveau h_{on} (fig 2.8b).

Pour le calcul du moment de renversement, on prend en compte l'action des surpressions sur le fond du réservoir : dans ce cas les masses m_{on} sont appliquées à un niveau h_{on}^* (fig 2.8c).

Ainsi le modèle que l'on retiendra pour l'ensemble des deux types d'actions sera celui de la figure 2.9. [HOU 63]

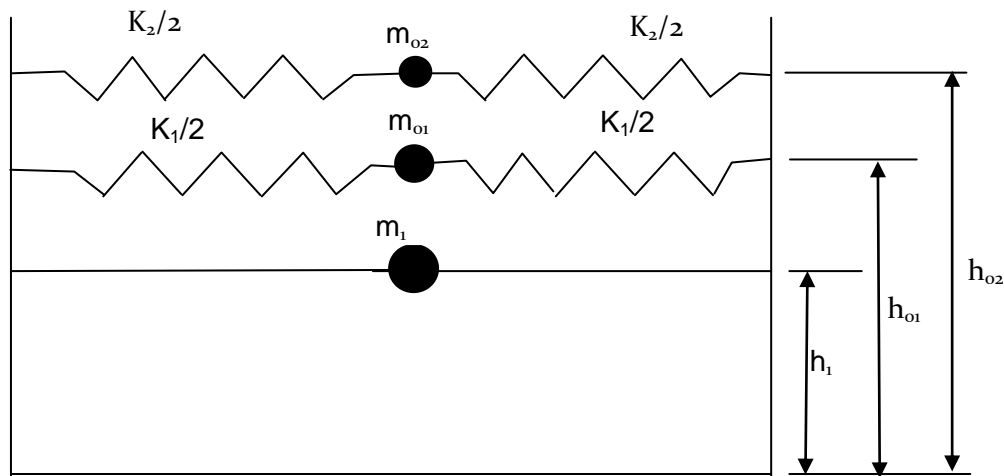


Figure 2.9 Modèle à une masse passive m_i (impulsion) et deux masses actives m_{01}, m_{02} (convection)

2.2.1.3.a. Actions d'impulsions

Considérons un réservoir cylindrique à base horizontale et parois verticales soumis à une accélération maximale a_m tel que définit par la figure 2.10

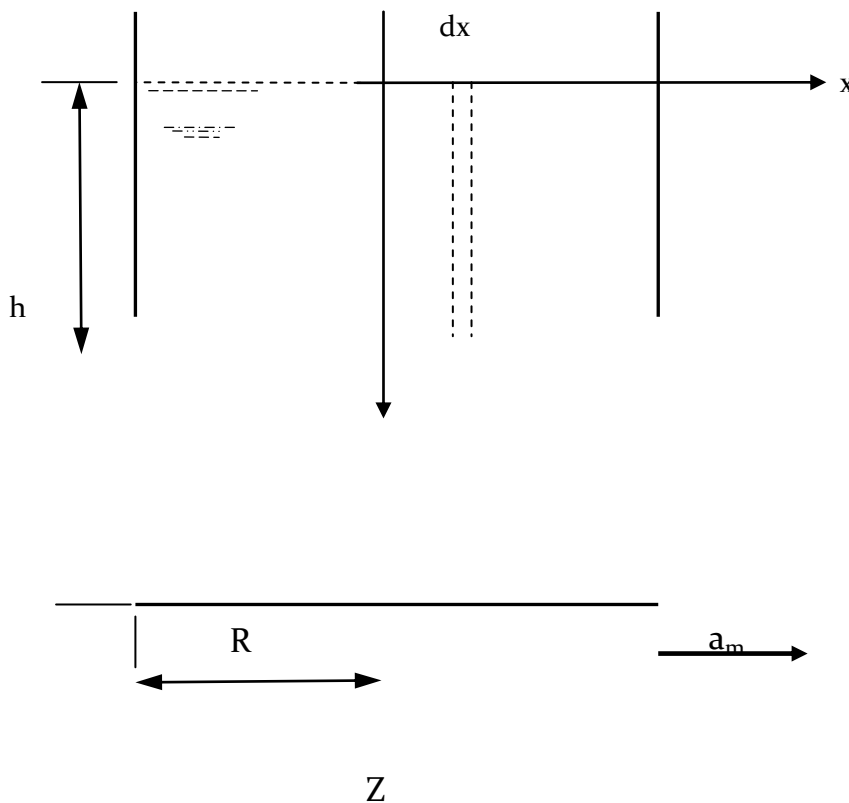


Figure 2.10 Réservoir cylindrique soumis à une accélération maximal a_m

On admettra que le mouvement qui s'ensuit a lieu uniquement dans le plan (x, z) et que la vitesse horizontale u est indépendante de z . Ceci revient à considérer que le fluide est retenu entre des membranes, fictives, verticales, sans masse et distantes de dx au temps $t=0$.

Si de plus, on admet que la vitesse v le long de y est négligeable, alors l'accélération des parois a pour conséquence première de «presser» le fluide entre deux membranes, ce qui entraîne l'échappement du fluide verticalement, à une vitesse

$$\omega = (h - z) \frac{du}{dx} \quad (2.41)$$

donnée par le principe de conservation de la masse.

Comme on néglige la compressibilité du fluide, l'accélération verticale $\alpha = d\omega/dt$ est donnée par :

$$\alpha = (h - z) \frac{d\omega}{dx} \quad (2.42)$$

Le principe fondamental de la dynamique nous permet d'écrire

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \alpha \quad (2.43)$$

De même que la force totale p_{3i} s'exerçant sur une membrane est

$$p_{3i} = \int_0^h p \, dz \quad (2.44)$$

Les équations (3.43) et (3.44) donnent la pression p

$$p = \rho \int_0^z (h - z) \frac{d\omega}{dx} dz$$

soit

$$p = -\rho h^2 \left[\frac{z}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{d\omega}{dx} \quad (2.45)$$

D'où

$$p_{3i} = -\rho h^2 \int_0^h \left[\frac{z}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \frac{d\omega}{dx} dz$$

Soit

$$p_{3i} = -\rho \frac{h^3}{3} \frac{du}{dx} \quad (2.46)$$

Détermination de l'accélération horizontale $u = \frac{du}{dt}$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la quantité de fluide se trouvant entre deux membranes consécutives donne (Figure 2.11) :

$$\frac{dp_{3i}}{dx} dx = -\rho h dx u$$

En remplaçant p_{3i} par son expression, et en appliquant les conditions aux limites adéquates, à savoir :

$$u(-R, t) = a_m$$

$$u(+R, t) = a_m$$

on arrive à

$$u(x, t) = a_m \frac{ch\sqrt{3} \frac{x}{h}}{sh\sqrt{3} \frac{R}{h}} \quad (2.47)$$

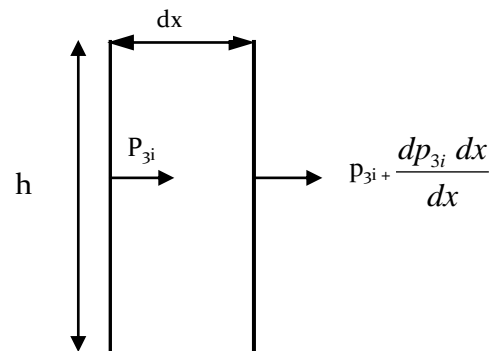


Figure 2.11 cas de petits déplacements

Ce qui donne en définitive les expressions suivantes :

- pressions

Pour $\theta=0$ (axe OX) la pression s'exerçant sur la paroi ($x=R$) est alors :

$$p_w(R, Z) = -\rho a_m h \sqrt{3} \left(\frac{Z}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{h} \right)^2 \right) th \sqrt{3} \frac{R}{h}$$

et sur la base

$$p_h(x, h) = -\rho a_m h \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{sh \sqrt{3} x / h}{ch \sqrt{3} x / h}$$

On obtient la résultante P_{3i} des forces s'exerçant sur la paroi :

$$P_{3i} = \int_0^h \int_0^{2\pi} p_w \cos \theta R d\theta dZ \quad (2.48)$$

$$P_{3i} = -\rho a_m \pi R^2 h \frac{th \sqrt{3R/h}}{\sqrt{3R/h}}$$

Détermination du point d'application de la résultante p_{3i}

$$\bar{z} = \frac{1}{P_{3i}} \int_0^h \int_0^{2\pi} p_w Z R d\theta dZ = \frac{5}{8} h \quad (2.49)$$

Rappelons enfin que les équations (3.48) à (3.49) ne sont strictement correctes que pour des réservoirs tels que : $h < 1.5 R$

dans le cas contraire, on considère que le liquide situé sur la hauteur $h'=1.5 R$ est séparé fictivement du reste par une membrane rigide en dessous de laquelle règne une pression constante égale à la pression en $z=h'$ (figure 2.12).

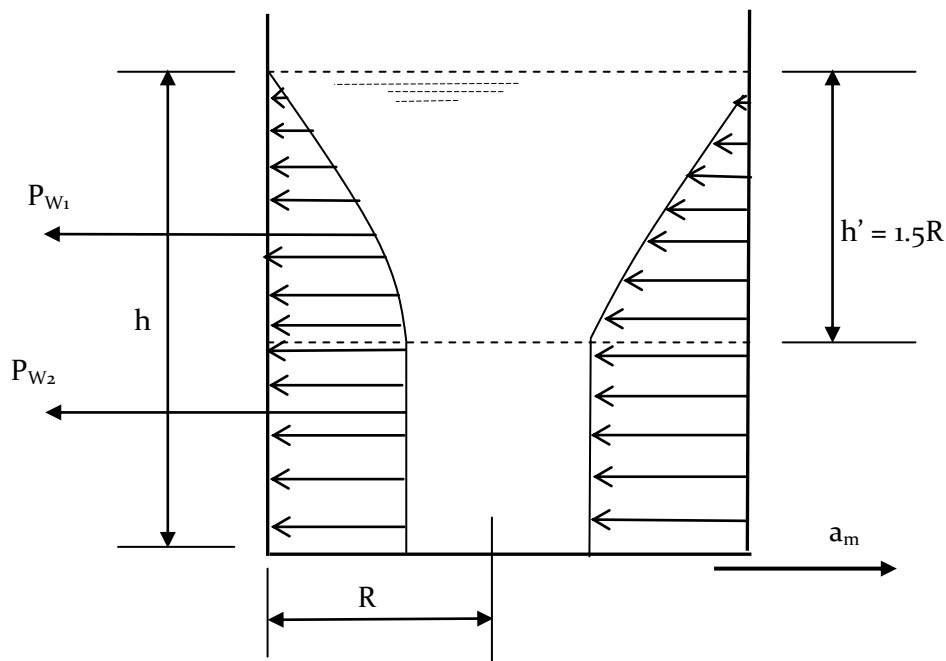


Figure 2.12: pressions lorsque $h > 1.5R$

Donc la résultante P_{w2} de la partie du fluide se trouvant en dessous de $h'=1.5R$ est égale à :

$$P_{w2} = -\rho a_m R^2 (h - h') \frac{3 th \sqrt{3R/h'}}{2 \sqrt{3R/h'}}$$

la résultante des pressions sera donc dans ce cas :

$$P_{3i} = P_{w1} + P_{w2}$$

l'équivalent mécanique est alors obtenu en considérant que pour exercer sur la paroi le même moment que celui de cette résultante P_{3i} il faut lier à une hauteur h rigidement une masse M , définie par [Hous1963] :

$$m_i = \left| \frac{P_{3i}}{a_m} \right| = \rho \pi R^2 h \frac{th\sqrt{3R/h}}{\sqrt{3R/h}}$$

en appelant m la masse totale du fluide

$$m = \rho \pi R^2 h$$

On a :

$$m_i = m \frac{th\sqrt{3R/h}}{\sqrt{3R/h}}$$

et en posant :

$$\varepsilon_i = \pi \frac{th\sqrt{3R/h}}{\sqrt{3R/h}} \quad (2.50)$$

on obtient :

$$P_{3i} = -\rho a_m h R^2 \varepsilon_i \quad (2.51)$$

soit encore :

$$P_{3i} = a_m m_i \quad (2.52)$$

Si de plus on tient compte du moment provenant de la pression sur la base p_b :

$$M_b = 2 \int_{-R}^{+R} \int_0^{2\pi} x p_b R \cos \theta d \theta dx$$

on obtient l'équivalent mécanique en portant m_i à la hauteur :

$$h_o^* = h_o + \left| \frac{M_b}{P_{3i}} \right| = \frac{3}{8} h \left[1 + \frac{4}{3} \left(\frac{\sqrt{3R/h}}{th\sqrt{3R/h}} - 1 \right) \right]$$

2.2.1.3.b Actions convectives ou d'oscillations

Une fraction du fluide dans le réservoir se met en vibration, ce qui a pour conséquence première de créer des actions variables sur le fond, ainsi que des vagues en surface.

Le fluide peut être modélisé comme étant contenu entre de fines membranes initialement horizontales, rigides et pouvant tourner librement autour d'un diamètre porté par OY, conformément à la figure 2.13.

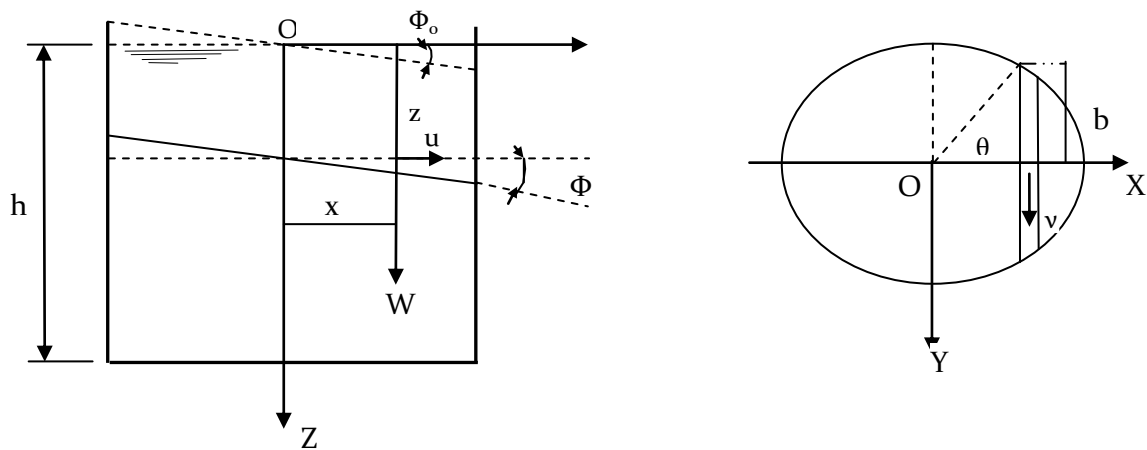


Figure 2.13 : Vibrations du liquide

Dans ce cas, on admet que les vitesses u et ω sont indépendantes de Y , puisque le liquide est incompressible, en écrivant que pendant le mouvement l'élément de volume $2 b dx dZ$ reste constant.

On arrive à :

$$\frac{\partial}{\partial X}(ub) = -b \frac{\partial \omega}{\partial Z}$$

Tant que ω est petit, on a $\omega = X \Phi'$ où $\Phi' = \frac{d\Phi}{dt}$

On en déduit $\frac{\partial v}{\partial y} = -\left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial \omega}{\partial Z}\right)$ (équation de continuité).

Par raison de symétrie, $u(R) = u(-R) = 0$, en remplaçant ω par sa valeur, on obtient directement :

$$u = -\frac{1}{b} \frac{\partial \Phi'}{\partial Z} \int_{-R}^x X' b(X') dX'$$

A partir de l'expression de $\frac{\partial u}{\partial X}$ introduite dans l'équation de continuité on a :

$$v = Y \frac{1}{b^2} \frac{db}{dX} \frac{\partial \Phi'}{\partial Z} \int_{-R}^x X' b(X') dX'$$

L'énergie cinétique totale peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \rho \iiint (u^2 + v^2 + \omega^2) dXdYdZ \\ &= \frac{1}{2} \rho \int_0^h \int_{-b}^{+b} \int_{-R}^{+R} \left\{ X^2 \Phi^2 + \frac{1}{b^2} \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial Z} \right)^2 \left(\int_{-R}^x X' b dX' \right)^2 \left[1 + \frac{Y^2}{b^2} \left(\frac{db}{dX} \right)^2 \right] \right\} dX dY dZ \end{aligned}$$

soit
$$T = \frac{1}{2} \rho \int_0^h \left\{ I \Phi^2 + K \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial Z} \right)^2 \right\} dZ$$

où :
$$I = \int X^2 dA = \int_{-R}^{+R} \int_{-b}^{+b} X^2 dXdY \quad (2.53)$$

et :
$$K = 2 \int_{-R}^{+R} \left\{ \frac{1}{b} \left(\int_{-R}^x b X' dX' \right)^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{db}{dX} \right)^2 \right] \right\} dX \quad (2.54)$$

par ailleurs, si on considère un élément de volume $dX dY X \Phi_0$ dont le déplacement moyen par rapport au niveau d'équilibre est $\frac{1}{2} X \Phi_0$ son énergie potentielle est donnée par :

$$dV = \frac{1}{2} \rho g X^2 \Phi_0 dX dY$$

donc l'énergie potentielle totale du fluide est :

$$V = \frac{1}{2} \rho g \Phi_0^2 \iint X^2 dXdY$$

soit

$$V = \frac{1}{2} \rho g \Phi_0^2 I$$

D'après le principe d'Hamilton, on doit avoir :

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt = 0$$

soit

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \rho \left\{ \int_0^h \left[I \Phi'^2 + \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial Z} \right) K \right] dZ - g \Phi_0^2 I \right\} dt = 0 \quad (2.55)$$

avec

$$\Phi_{z=h} = \Phi_h = 0 \quad \text{et} \quad \Phi'_h = \delta \Phi'_h = 0 \quad \forall i$$

et par une intégration par parties, on aboutit à :

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^h \rho \left(I \Phi' - K \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial Z^2} \right) \delta \Phi' dZ dt - \int_{t_1}^{t_2} \rho \left(g \Phi_0 I + \left(\frac{\partial \Phi''}{\partial Z} \right)_0 \right) \delta \Phi_0 dt = 0$$

Puisque cette équation doit être vérifiée $\forall t, \forall Z$, les deux intégrales doivent être identiquement nulles, ce qui donne l'angle d'oscillation Φ et la pulsion ω_0 du mode fondamental de vibration :

$$\Phi = \Phi_0 \frac{sh \sqrt{\frac{1}{K} (h - Z)}}{sh \sqrt{\frac{I}{K} h}} \sin \omega_0 t \quad (2.56)$$

$$\omega_0^2 = g \sqrt{\frac{I}{K} th} \sqrt{\frac{I}{K} h} \quad (2.57)$$

Ainsi, les pressions p dues aux oscillations du fluide sont :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial Y} = -\rho v' \\ \frac{\partial P}{\partial X} = -\rho u' \end{array} \right\} \Rightarrow p = -\rho \frac{\partial \Phi''}{\partial Z} \left\{ - \int_0^x \frac{Q}{b} dX + \frac{Y^2}{2b^2} \frac{db}{dX} Q \right\} \quad (2.58)$$

Après avoir posé

$$Q = \int_{-R}^x bX' dX'$$

Pour un réservoir cylindrique, on a :

$$I = \int X^2 dA = 4 \int_0^R \int_0^{\pi/2} r^2 \cos^2 \theta dr d\theta = \frac{\pi R^4}{4}$$

Par ailleurs

$$K = 2 \int_{-R}^{+R} \frac{1}{b} \left(\int_{-R}^x bX' dX' \right)^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{db}{dX} \right)^2 \right] dX = \frac{2\pi}{27} R^6$$

D'où

$$\sqrt{\frac{I}{K}} = \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{1}{R}$$

Les expressions (3.56) et (3.57) deviennent :

$$\Phi = \Phi_0 \frac{sh \sqrt{\frac{27}{8}} (h-Z)/R}{sh \sqrt{\frac{27}{8}} h/R} \sin \omega_0 t \quad (2.59)$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{R} \sqrt{\frac{27}{8}} th \sqrt{\frac{27}{8}} h/R \quad \text{soit} \quad (2.60)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1.84g}{R} th \frac{1.84h}{R}}$$

et la pression est donnée par :

$$P = -\rho \frac{R^3}{3} \left(X/R - \frac{1}{3} (X/R)^3 - \frac{1}{2} X/R (Y/R)^2 \right) \frac{\partial \Phi''}{\partial Z}$$

Expression dans laquelle on connaît $\frac{\partial \Phi''}{\partial Z}$ par (3.59).

De p , on tire l'expression de la pression P_w qui s'exerce sur les parois

$$P_w = -\rho \frac{R^3}{3} \left(1 - \frac{\cos^2 \theta}{3} - \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \cos \theta \frac{\partial \Phi''}{\partial Z}$$

En remplaçant $\frac{\partial \Phi''}{\partial Z}$ par sa valeur, on arrive à :

$$P_w = \rho \frac{R^3}{3} \sqrt{\frac{27}{8}} \left(1 - \frac{\cos^2 \theta}{3} - \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \cos \theta \frac{ch \sqrt{\frac{27}{8}} (H - Z) / R}{sh \sqrt{\frac{27}{8}} H / R} \Phi_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t$$

En intégrant P_w sur Z et θ , on obtient la résultante des forces s'exerçant sur la paroi :

$$P_{30} = \frac{10\pi}{48} \rho R^4 \Phi_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t \quad (2.61)$$

ou encore :

$$P_{30} = 1.2 m_0 g \Phi_0 \sin \omega_0 t \quad (2.62)$$

ω_0 est défini par la formule (3.60) en fonction des paramètres g , R et h ; le maximum de l'expression (3.62) est obtenu pour $\sin \omega_0 t = 1$, soit :

$$P_{30} = 1.2 m_0 g \Phi_0 \quad (2.63)$$

De même que précédemment, on peut trouver un équivalent mécanique produisant la même force sur les parois en considérant une masse m_0 liée par un ressort de constante de rappel k_i au réservoir, à une hauteur h_i .

Cette masse oscille selon l'équation :

$$X_i = A_1 \sin \omega_0 t \quad (2.64)$$

La force s'exerça

nt sur les parois est donc :

$$F = -m_0 \ddot{X}_i = M_0 A_1 \omega_0^2 \sin \omega_0 t$$

et son énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2} m_0 \dot{X}_i^2 = \frac{1}{2} m_0 A_1^2 \omega_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

En comparant ces équations aux équations donnant T et en remplaçant I et K par leurs valeurs, on trouve :

$$A_1 = \frac{0.653R\Phi_0}{\text{th}\sqrt{\frac{27}{8}}h/R} = \frac{S_a}{\omega_0^2} = \frac{S_a R}{g\sqrt{\frac{27}{8}}\text{th}\sqrt{\frac{27}{8}}h/R}$$

donc :

$$\Phi_0 = 0.83 \frac{S_a}{g} \quad (2.65)$$

La fréquence du mode fondamental de vibration du liquide est donnée par la relation suivante :

$$f_0 = 1.2 \frac{g}{R} \frac{R\Phi_0}{A_1} \quad (2.66)$$

Connaissant f_0 on peut lire la réponse en accélération correspondante S_a , sur un spectre.

Donc la détermination de P_{30} est fonction de la valeur de Φ_0 donc de la valeur S_a obtenue d'après un spectre de réponse

$$P_{30} = \rho s_a h R^2 \left(R / h \text{th} \sqrt{\frac{27}{8}} h / R \right) \sin \omega_0 t$$

Le moment du aux pressions sur les parois est :

$$\begin{aligned} M_w &= \int_0^{2\pi} \int_0^h p_w Z \cos \theta R d\theta dZ \\ &= \frac{10\pi}{48} \sqrt{\frac{27}{8}} \rho R^5 \Phi_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t \left(\sqrt{\frac{27}{8}} h / R - \frac{1}{\text{th}\sqrt{\frac{27}{8}} h / R} + \frac{1}{\text{sh}\sqrt{\frac{27}{8}} h / R} \right) \end{aligned}$$

On peut alors calculer la hauteur h_1 de la masse m_0 , pour produire le moment M_w

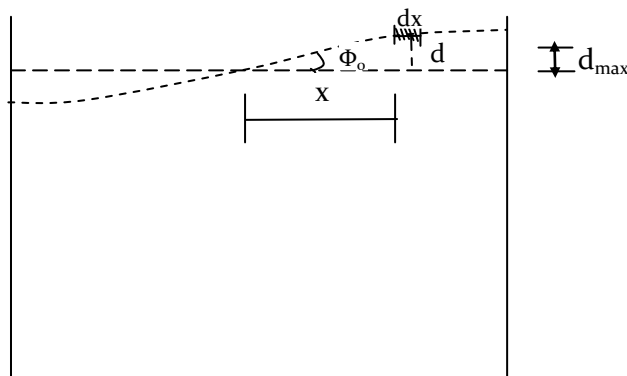
$$h_1 = \left| \frac{M_w}{P_{30}} \right| = h \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{27}{8}} \text{th}\sqrt{\frac{27}{8}} h / R} + \frac{1}{\text{sh}\sqrt{\frac{27}{8}} h / R \times \sqrt{\frac{27}{8}} h / R} \right]$$

Si maintenant, on tient compte des pressions exercées par le fluide sur la base, on vérifie facilement qu'on obtient une hauteur :

$$h_1^* = \frac{M_w + M_b}{P_{30}} = h \left[1 - \frac{ch \sqrt{\frac{27}{8}} h/R - 2}{\sqrt{\frac{27}{8}} h/R \operatorname{sh} \sqrt{\frac{27}{8}} h/R} \right]$$

Détermination de la hauteur maximale de la vague (figure 2.17) :

Figure 2.14.-Allure des vagues du mode fondamental.



L'élément de volume d'épaisseur dX représenté sur la figure 3.15 est soumis aux actions définies ci-contre.

En appliquant à cet élément la loi de Newton, on a directement :

$$\sum F = \rho d g dX - p_{z=0} dX = -m \gamma = -X \Phi_0'' \rho d dX$$

à la distance X on a une élévation :

$$d = \frac{P_{z=0}}{\rho(g + X \Phi_0'')}$$

En remplaçant Φ_0'' par $\Phi_0'' = -\Phi_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t$, on obtient la valeur de la vague ($X=R, \sin \omega t = 1$)

Avec
$$P_0 = 0.408 \rho \frac{R^2 \Phi_0 \omega_0^2}{th \sqrt{\frac{27}{8}} H/R}$$

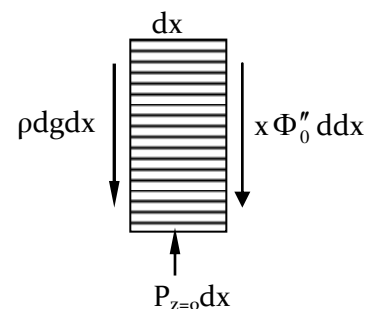


Figure 2.15 Élément de volume

Soit :

$$d_{\max} = \frac{0.408R}{\left(\frac{g}{\omega_0^2 \Phi_0 R} - 1\right) th \sqrt{\frac{27}{8}} h / R} \quad (2.67)$$

Une approximation rapide de d_{\max} est donnée pour des fréquences d'excitation très grandes par rapport à celle du fondamental, par la relation [Hous1963] :

$$d_{\max} \approx \Phi_0 R \quad (2.68)$$

2.2.2. Comparaison des trois méthodes de calcul

Cette comparaison est effectuée en déterminant les variations des résultantes des pressions (P_1 , P_2 , et P_3) en fonction du rapport R/h .

La gamme de fréquence de 1 Hz à 20 Hz, utilisée dans la méthode de calcul de Hunt et Priestley, est celle rencontrée dans les applications du génie sismique [CAP 79].

2.2.2.1 PRESSIONS D'IMPULSION :

- D'après Jacobsen :

$$P_{1i} = -\rho f''(t) h R^2 \gamma_i \quad (2.69a)$$

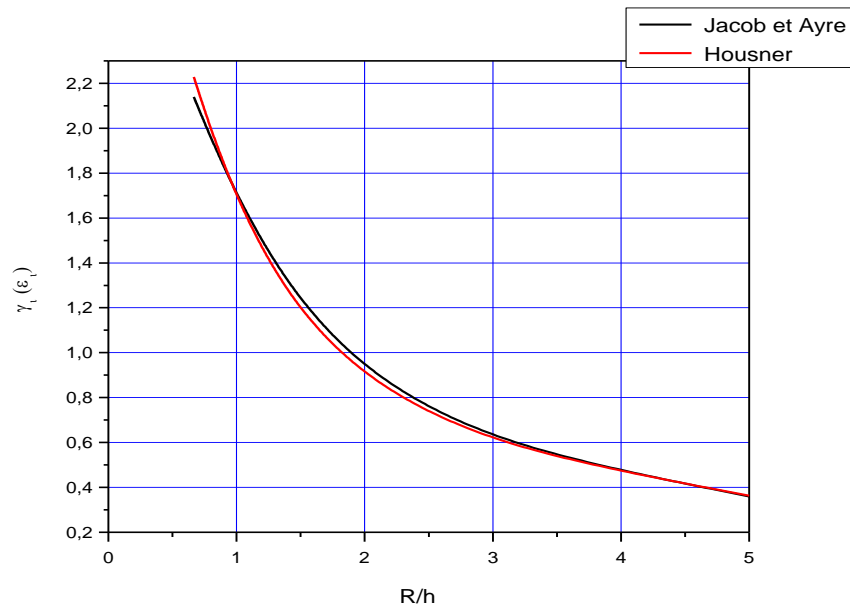
- D'après Hunt et Priestley :

$$P_{2i} = -\rho a_m h R^2 \delta_i \quad (2.69b)$$

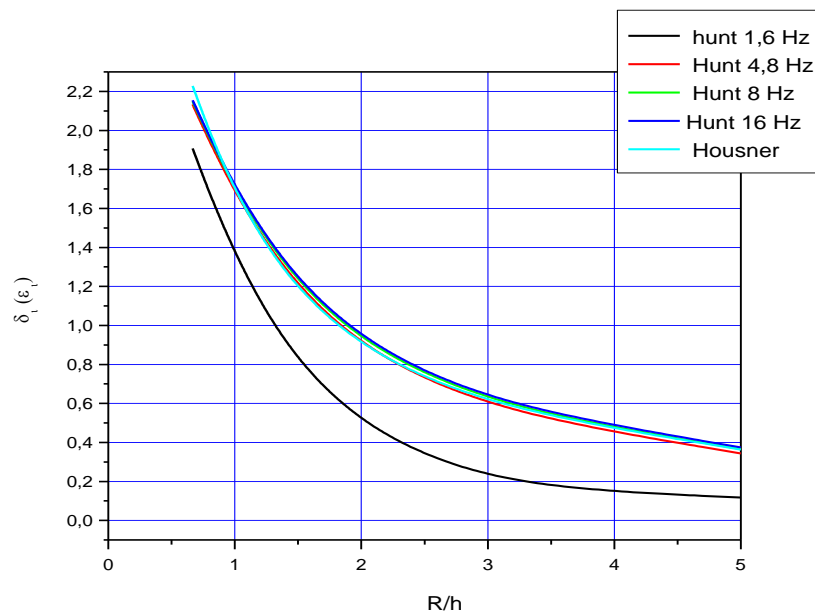
- D'après Houzner :

$$P_{3i} = -\rho a_m h R^2 \varepsilon_i \quad (2.69c)$$

La validité de la méthode de calcul de Houzner est confirmée par comparaison (Figures 2.16,2.17) aux autres méthodes de calcul.



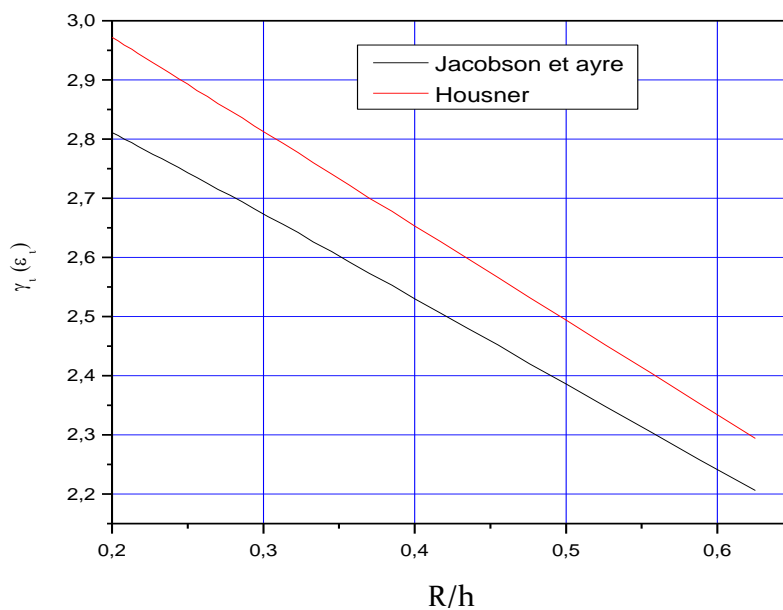
a)



b)

Figure 2.16: Comparaison des pressions d'impulsion pour $R/h > 1.5$

a) Jacobson and Ayre et Housner



c)

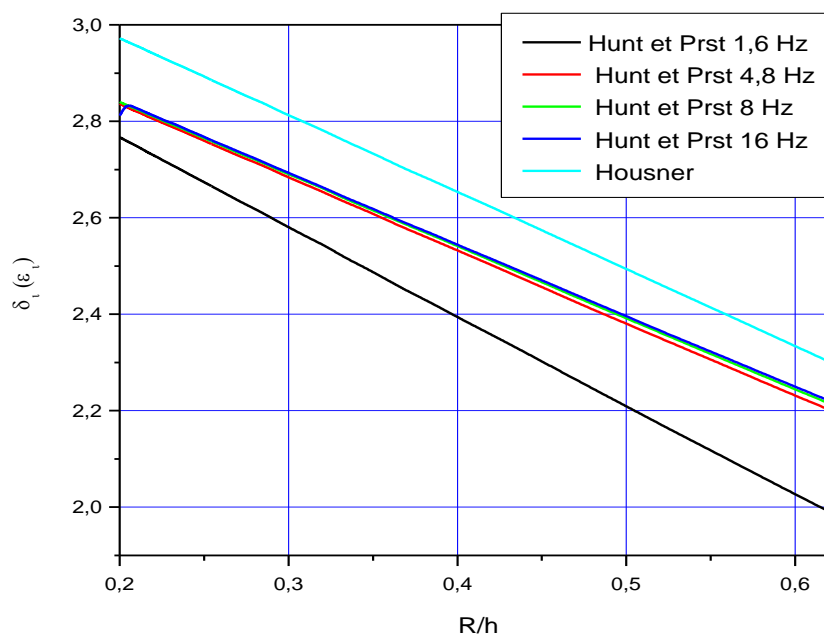


Figure 2.17: Comparaison des pressions d'impulsion pour $R/h < 1.5$

a) Jacobson and Ayre et Housner

En effet pour, $R/h > 0.667$, soit $h < 1.5 R$, la différence entre les coefficients γ_i et δ_i d'une part et le coefficient ε_i d'autre part, varient entre 1% et 4%, alors que cette même différence varie entre 3.5% et 7% pour les valeurs de $h > 1.5R$.

De même, on constate que l'influence de la fréquence d'excitation sur les coefficients δ_i donnés par Hunt et Priestley est d'autant plus importante que la hauteur d'eau est faible.

Par ailleurs, pour les taux de remplissage importants ($h/R \gg 1.5$), les oscillations des fluides étant négligeables, pour les hautes fréquences (16Hz) les coefficients δ_i et ε_i ne diffèrent pas de plus de 3.5% et pour les basses fréquences (1.6Hz), ces mêmes coefficients ne diffèrent pas de plus de 7%.

2.2.2.2. PRESSIONS D'OSCILLATION :

- D'après Hunt et Priestley :

$$P_{20} = \rho a_m h R^2 \delta_0 \quad (2.70a)$$

- D'après Houzner :

$$P_{30} = \rho S_a h R^2 \varepsilon_0 \quad (2.70b)$$

Avec

$$\varepsilon_0 = \frac{R}{h} t h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}$$

Les figures suivantes comparent les valeurs des coefficients δ_0 et ε_0 en fonction du taux de remplissage h/R

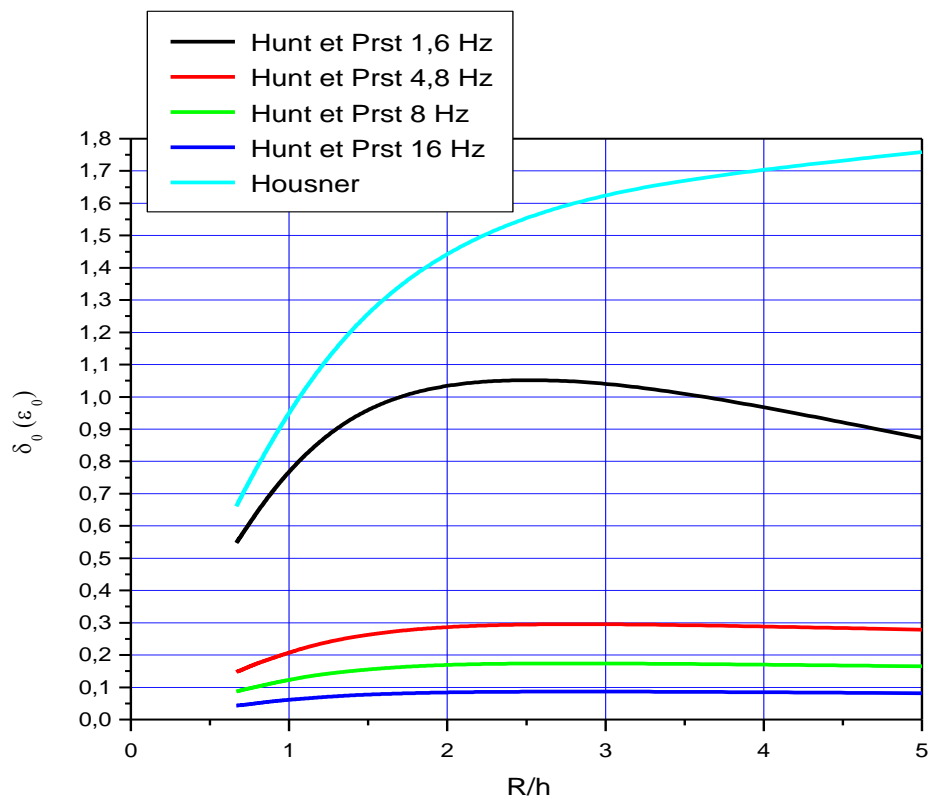


Figure 2.18 Pressions convectives Comparaison des méthodes de calculs pour $h/R < 1,5$

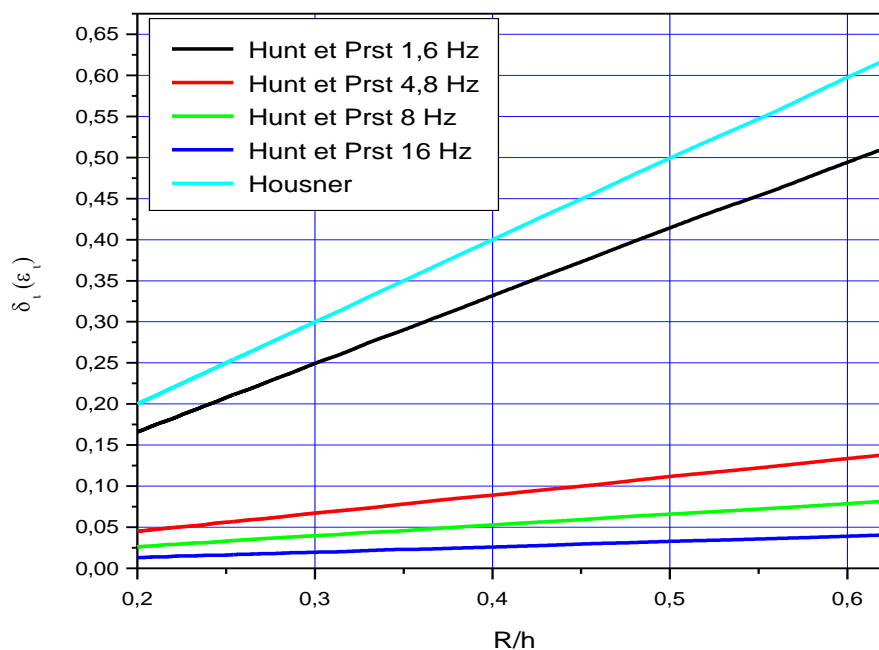


Figure 2.19: Pressions convectives Comparaison des méthodes de calculs pour $h/R > 1.5$

On constate que les pressions d'oscillation sont d'autant plus faibles que le taux de remplissage est grand.

D'après Hunt et Priestley, pour des réservoirs tels que $R \approx 2.5 h$, les oscillations sont maximales dans la gamme de fréquence de 1.6 Hz à 16 Hz, ce qui s'apparente à un phénomène de résonance.

De même que pour un taux de remplissage donné les oscillations de la surface libre augmentent avec la diminution des fréquences (1.6 Hz).

2..2.3 CONCLUSIONS

Les trois méthodes de calcul développées aux paragraphes précédents considèrent des hypothèses différentes selon la dépendance de la surpression dynamique par rapport au temps :

Pour Jacobsen [JAC 50], le champ de vitesse dans le réservoir est directement proportionnel à la vitesse du sol.

De plus, en négligeant l'influence du temps sur la pression, il ne considère que la surpression d'impulsion, avant que ne commencent les oscillations du liquide.

Ceci a pour première conséquence de pouvoir évaluer la surpression sans préjuger de la forme de l'accélération $f''(t)$.

La méthode de calcul de Hunt et Priestley [HUN 78] en tenant compte à la fois des phénomènes d'impulsion et d'oscillation, conduit à une relation entre le champ de vitesse fonction du temps et l'accélération du sol.

Ce calcul, qui a l'avantage d'être plus général, introduit néanmoins dans les résultats une inconnue supplémentaire : l'accélération du sol $a(t)$.

Ainsi, dans la comparaison faite avec les résultats donnés par les autres auteurs, il a fallu affecter d'une forme particulière l'accélération du réservoir.

Cette méthode fait apparaître bien entendu des pressions d'oscillations tenant compte de l'ensemble des modes de vibration du fluide.

Housner [HOU 63] sépare les deux phénomènes : impulsion et oscillation. D'après les résultats obtenus, il y a lieu de différencier deux classes de réservoirs :

- les réservoirs peu profonds dont le taux de remplissage est tel que : $h / R < 1.5$;
- les réservoirs profonds dont le taux de remplissage est tel que : $h / R > 1.5$;

Les deux méthodes de calcul de Hunt et Priestley et de Housner s'appliquent quel que soit le taux de remplissage h / R du réservoir. Ces méthodes donnent des résultats comparables dans le cas des réservoirs ayant un taux de remplissage $h / R < 1.5$; c'est pourquoi la méthode de Housner, plus simple d'application, est mieux recommandée en vue d'un calcul pratique. Par contre pour les réservoirs ayant un taux de remplissage $h / R > 1.5$, la méthode de Housner donne des résultats approchés à 10% près ; donc dans le cas des réservoirs pour lesquels une meilleure précision est requise, on recommande de préférence la méthode de Hunt et Priestley. La majorité des praticiens ne fait malheureusement pas cette distinction, ce qui pourrait conduire dans le cas des ouvrages d'importance stratégique à des coefficients de sécurité en dessous de ce que prévoit la réglementation.

CHAPITRE 3

MODELISATION NUMERIQUE

Présentation du modèle

3.1) Introduction

Même si l'utilisation des méthodes numériques dans l'analyse des réservoirs date depuis l'apparition des premiers ordinateurs, elle s'est limitée souvent aux réservoirs de la mécanique et de l'aéronautique ainsi qu'à ceux utilisés dans les enceintes nucléaires. Les réservoirs de stockage qui nous intéressent ont néanmoins bénéficié de cet effort de recherche. Dans ce chapitre, nous tenterons d'abord de classer les différentes méthodes numériques utilisées, avant de donner les détails de la formulation de la méthode 3D utilisée à travers les logiciels commerciaux Ansys[ANS 2004b] et Adina[ADI 2003].

On distingue, historiquement, l'émergence de quatre méthodes d'analyse principales :

- 1) La méthode de la masse ajoutée
- 2) Les méthodes semi-analytiques.
- 3) La méthode des éléments finis simplifiée (axisymétrique).
- 4) La méthode des éléments finis (modèle tri-dimensionnel).

La réponse dynamique du fluide a une très grande influence sur la réponse du réservoir. Une erreur résultant d'une approximation inappropriée du mouvement du liquide peut engendrer une grande erreur dans l'estimation de la réponse sismique du réservoir. Les pressions du fluide ainsi que les forces d'impact sont les causes du principal transfert d'énergie aux coques du réservoir. Le mouvement de la paroi est en outre la première source de l'énergie du fluide. Eu égard à la simultanéité de ce transfert d'énergie à travers la frontière du fluide, il est essentiel dans l'analyse par la méthode des éléments finis de tels problèmes d'utiliser des modèles permettant de traiter effectivement le couplage entre le fluide et la paroi du réservoir.

3.2 Méthode de la matrice masse ajoutée :

C'est la méthode numérique la plus utilisée dans l'analyse des réservoirs. Elle est exposée en détails dans tous les manuels spécialisés, voir par exemple les ouvrages de Zienkiewicz et Taylor [ZIE 91] et de Bathe [BAT 96]. Cette méthode présente l'avantage de ramener l'analyse à un problème de structure en ajoutant des termes appropriés de masse et

d'interaction. En considérant un fluide incompressible l'équation d'équilibre peut se mettre sous la forme :

$$(M + QH^{-1}Q^T)\ddot{u} + C\dot{u} + Ku + f = 0 \quad (3.1)$$

avec :

$$M_a = QH^{-1}Q^T \quad : \text{terme de la masse ajoutée}$$

$$\tilde{C} = \int_{\Gamma_4} N_p^T \frac{1}{c^2} N_p d\Omega$$

$$H = \int_{\Omega} \nabla N^T \nabla N d\Omega$$

$$Q = \int_{\Gamma_1} N_u^T \cdot n \cdot N_p d\Gamma$$

Où n est la normale à l'interface. N_u et N_p sont les fonctions d'interpolation pour le déplacement et la pression respectivement.

On utilise ensuite un programme d'analyse de structure pour continuer l'analyse dynamique. Cette méthode qui trouve sans doute son origine dans les modèles théoriques présentés dans le chapitre trois, donne dans la majorité des cas pratiques des résultats satisfaisants avec des coûts de calcul modérés. Cette méthode est utilisée dans les logiciels NASTRAN ABAQUS[ABA 2004a]. Ce dernier logiciel utilise également la méthode FSI mais combiné avec le logiciel FLUENT à travers l'interface MPCCI

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle ne prend pas (sous sa forme initiale), ou pas de façon satisfaisante (sous sa forme modifiée) les mouvements de vagues. Cette limitation rend déconseillée son utilisation dans certains cas pratiques:

- Exigeant une haute précision (réservoirs des enceintes nucléaires, des constructions aérospatiales)
- Ou s'intéressant particulièrement aux mouvements des vagues comme c'est le cas des analyses donnant lieu à des résultats exploitables sous forme de recommandations réglementaires.

3.3 Méthodes semi-analytiques :

Le principe de ces méthodes est de simplifier le modèle numérique en tirant profit de certaines particularités liées à la nature du problème (géométrie, chargement). L'objectif recherché est de diminuer la taille des matrices et/ou le nombre des algorithmes itératifs requis dans la modélisation numérique complète. Plusieurs méthodes ont été donc développées selon le développement analytique utilisé.

MinZhou et al [MIN 92] éliminent par exemple la coordonnée circonférentielle θ en considérant les variables (ici déplacements) comme des développements en séries de Fourier du type :

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)} \cos(n\theta)$$

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} v^{(n)} \sin(n\theta) \quad (3.2)$$

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} w^{(n)} \cos(n\theta)$$

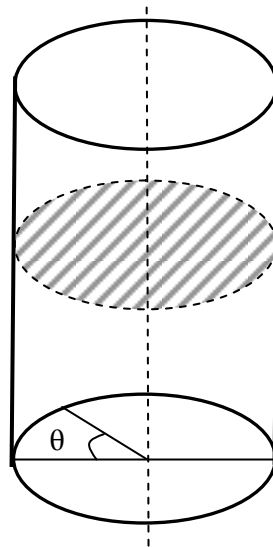


Figure3.1: élimination de la coordonnée circonférentielle

Hakimi et al [HAK 2003] traitent la coque du réservoir par éléments finis (en introduisant la simplification de MinZhou et en résolvant le fluide par une méthode simplifiée engendrant la matrice ajoutée.

- Avantages :

- 1) Simplification considérable du modèle numérique complet surtout en présence de certaines complications supplémentaires telles les raidisseurs, les baffles, etc.
- 2) Une meilleure mise en évidence des phénomènes physiques que l'automatisation des méthodes numériques risque souvent de masquer.

- Inconvénients :

- 1) Précision : La précision de ces méthodes est souvent insuffisante même pour les cas pratiques d'ingénieurs. Il faut souvent faire une lecture critique qualitative des résultats obtenus par les moyens bien connus des praticiens.
- 2) Dans certains cas ces méthodes sont totalement désuètes vu la diminution des prix de certains traitements numériques.
- 3)

On peut également classer dans cette catégorie les travaux utilisant des équivalents statiques du type chargements statiques équivalents. Boutros [BOU 97] a utilisé les équations linéarisées de Donnell conjointement avec une approche du type Galerkin pour construire une méthode analytique-numérique du type statique. Leur approche est cependant limitée aux réservoirs courts et encastrés.

Wunderlich et al [WUN 2000] utilisent une approche quasi-statique, dans laquelle la résolution est indépendante du temps en utilisant la méthode du spectre de réponse. Le problème dynamique est réduit à un problème statique en considérant la pression sous forme propre modale linéaire. Comme conséquence de la discrétisation spéciale du modèle interactif par des séries de Fourier dans la direction circonférentielle, les composantes de l'excitation sismique peuvent s'exprimer séparément. En appliquant une décomposition linéaire spectrale au système couplé fluide-structure, les formes propres du ballonnement et de l'impulsion peuvent être séparées. Dans cette méthode on néglige la contribution des modes de ballonnement par rapport à celle des modes impulsifs dans la détermination des conditions maximales de chargement. Contrairement à la méthode précédente, les modes propres d'ordre supérieurs peuvent être considérées dans le procédé quasistatique. Cette méthode est intéressante pour une utilisation pratique, mais il faut pour cela à notre humble avis plus de justification et une validation plus approfondie, ce qui n'est pas encore actuellement le cas.

3.4) Méthode numérique avec FSI

Dans cette méthode l'interaction fluide structure (FSI) est prise sous sa forme la plus complète, ce qui nécessite l'utilisation de programmes de résolution de structure et de fluide (CFD).

Interaction fluide-structure :

Le phénomène de l'interaction fluide-structure est d'une importance considérable dans plusieurs domaines pratiques. C'est le cas notamment dans la conception des structures automobiles et aéronautiques, dans la modélisation des structures offshore, des viaducs et bâtiments de grandes hauteurs. L'interaction fluide-structure joue un rôle primordial dans la réponse de certaines structures : châteaux d'eau, réservoir, barrages et dans plusieurs autres constructions industrielles.

Le thème interaction fluide-structure est un sujet général dans le sens qu'il rassemble tous les aspects associés simultanément à la mécanique des structures et à la mécanique des

fluides. Et si l'on sait la complexité du comportement des deux corps associés pris séparément, on imagine aisément que le comportement de leur interaction serait encore plus complexe. En effet, l'interaction ou le couplage entre un fluide et un solide peut être présenté comme la boucle de la figure 3.2 : le chargement surfacique de la structure est inconnu à priori mais dépend des pressions de l'interface dans le fluide, lesquelles pressions dépendent du mouvement de la surface de la structure.

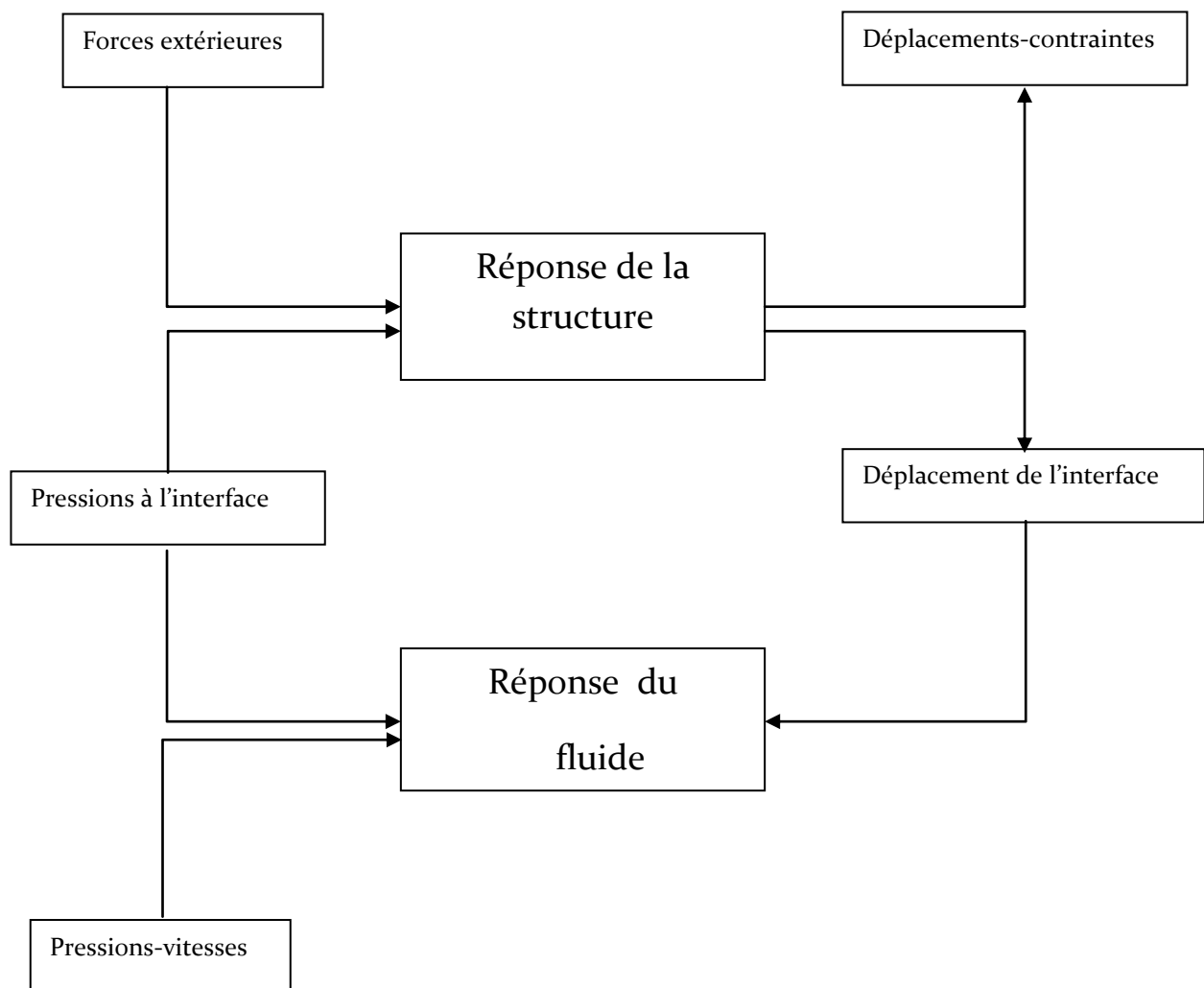


Figure 3.2 Boucle itérative de l'interaction fluide-structure

Les spécialistes de la MDF adoptent, selon le besoin, plusieurs modèles du fluide, mais dans l'analyse des réservoirs de Génie civil on se limite le plus souvent au cas d'un fluide incompressible et non visqueux. Cette hypothèse est en fait justifiée par le niveau d'incertitude admis sur les diverses données utilisées dans ces mêmes projets. Des algorithmes pour l'interaction fluide-structure avec des modèles plus élaborés du fluide ont été développés par des chercheurs pour des besoins spécifiques, voir par exemple les travaux de Liu et al pour les fluides visqueux [LIU 88], [LIU 91].

Dans cette classe de la méthode numérique avec FSI, plusieurs sous-méthodes existent :

3.4.1 Méthode simplifiée bidimensionnelle: dans cette méthode, on utilise la symétrie géométrique du problème [BAR 87]. Dans ce modèle, on utilise des éléments de fluide axisymétriques harmoniques. Cette méthode donne les mêmes résultats que la méthode 3D pour le mode fondamental du type $(\cos\theta)$. Pour les autres modes, les résultats ne sont pas concordants. D'après Barton et al, l'analyse dynamique pas à pas conduite par ce modèle donne de bons résultats pour les réservoirs encastrés avec moins d'efforts que le modèle 3D. Pour les réservoirs non encastrés, les auteurs donnent des conclusions prudentes.

3.4.2 Méthode combinée BEM/MEF : cette méthode dans laquelle le fluide est modélisé par des éléments de frontière alors que la structure est traitée par éléments finis est très utilisée dans les analyses des barrages de tous genres, et donne des gains appréciables en terme de temps et donc de coût de calcul vu l'étendu importante du domaine fluide. La même formulation peut être utilisée dans le calcul des réservoirs cylindriques [OMR 92], [HWA 89], [HWA 92]. L'utilisation de la BEM pour modéliser le fluide apporte un grand avantage par rapport à la méthode des éléments finis. En effet, elle ne nécessite que la discrétisation de la frontière du domaine, ce qui simplifie considérablement la modélisation et réduit la taille du système final à résoudre. Par contre, elle engendre en même temps deux inconvénients majeurs[OMR 92]. Le premier est lié à la singularité des formes intégrales, ce qui complique la mise en œuvre numérique. Le second inconvénient réside dans la non symétrie du système final, ce qui ne permet pas l'utilisation d'algorithmes de résolution performants.

3.4.3 Modèle complet 3D: C'est ce modèle qui sera utilisé dans notre traitement numérique. Les conditions d'interface seront d'abord présentées, avant de donner les formulations des éléments finis des deux modèles (structure et fluide) en indiquant les particularités des éléments des deux logiciels utilisés.

Les bases variationnelles du problème seront d'abord présentées. On donnera ensuite les discrétisations des différents domaines. Pour les domaines solide et fluide nous limiterons notre exposé aux principes généraux ainsi qu'à quelques aspects pratiques relatifs à l'utilisation des différents logiciels utilisés(ANSYS, ADINA, ABAQUS). Une plus large présentation sera par contre réservée à la modélisation de l'interaction fluide-structure ainsi qu'à celle du ballonnement non linéaire.

Conditions aux limites : les différents types d'interfaces sont indiquées sur la figure 3.3

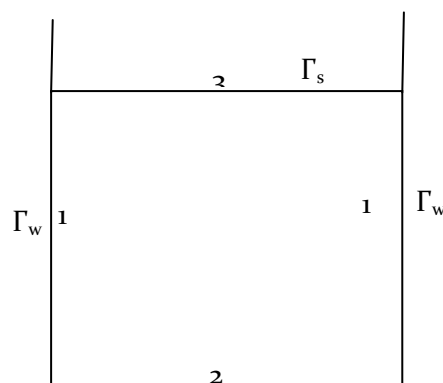


Figure3.3: types d'interfaces

Interface avec le solide :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho v_z \quad (3.3)$$

- Sur (1) : $v_z = \dot{u}$
 $\{u\}$ étant le déplacement de la structure

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \dot{u} \quad (3.4)$$

- Sur (2) où seul le déplacement horizontal existe $\Rightarrow v_z = 0$
(3.5)

- Sur la surface libre (3) : $p = 0$ (3.6)

Cette dernière condition ne permet aucune possibilité de développement des vagues de surface (ballonnement), celles là peuvent être approchées en supposant la surface actuelle est à une élévation η de la surface moyenne, soit $p = \rho g \eta$ [ZIE 91]]

En notant que $v_z = \frac{\partial \eta}{\partial t}$ et en considérant $\rho = c^t$

L'équation de la dynamique des fluides [WHI 98] :

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} \approx \rho \dot{v} = -\nabla p \quad (3.7)$$

donne :

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.8)$$

éliminons η en utilisant (6) :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1}{g} \dot{p} \quad (3.9)$$

c'est l'équation de la surface de vague linéarisée.

3.4.3.1 Discrétisation

3.4.3.1.a La structure

En utilisant le principe général d'Hamilton, on peut exprimer la fonctionnelle énergie de la structure par :

$$\Pi_s = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{2} \int_{\Omega_s} \varepsilon^T E \varepsilon d\Omega_s - \frac{1}{2} \int_{\Omega_s} \rho_s \dot{u}^T \dot{u} d\Omega_s - \int_{\Gamma_w} u^T f^I d\Gamma_w - \int_{\Omega_s} u^T f^E d\Omega_s \right] dt \quad (3.10)$$

E : matrice contrainte-déformation

ε : tenseur de déformation

Ω_s : volume de la structure (domaine structurel)

Γ_w : la surface immergée de la structure

f^I : vecteur pression du liquide

f^E : vecteur forces volumiques

ρ_s : densité massique de la structure

En annulant les variations de la fonctionnelle précédente, on obtient le principe des déplacements virtuels :

$$\delta \Pi_s = \int_{\Omega_s} \delta \varepsilon^T E \varepsilon d\Omega_s - \int_{\Omega_s} \rho_s \delta u^T \dot{u} d\Omega_s - \int_{\Gamma_w} \delta u^T f^I d\Gamma_w - \int_{\Omega_s} \delta u^T f^E d\Omega_s = 0 \quad (3.11)$$

3.4.3.1.b Le liquide :

Dans ce paragraphe, la démarche utilisée est celle utilisée par El-Zeiny [ELZ 95] , consistant à définir un indicateur variationnel en prenant la différence entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique pour un élément infinitésimale $d\Omega_f$, et en intégrant ensuite sur le volume du liquide Ω_f , soit :

$$\Pi_f = \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{\Omega_f} \left\{ \rho_f g y - \frac{1}{2} \rho_f V \cdot V \right\} d\Omega_f \right] dt \quad (3.12a)$$

ρ_f : densité massique du liquide

y : coordonnée cartésienne mesurée sur une direction opposée à l'accélération de la pesanteur g

V : vecteur vitesse

Il reste encore à prendre en compte les conditions de continuité de glissement à la paroi (cinématique).

La condition cinématique assure que la vitesse normale du liquide à l'interface est égale au taux normal du déplacement de cette interface. Ces deux conditions sont ajoutées à la fonctionnelle précédente au moyen des multiplicateurs de Lagrange comme suit :

$$\Pi_f = \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{\Omega_f} \left\{ \rho_f g y - \frac{1}{2} \rho_f \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} - \lambda_1 \rho_f \nabla \mathbf{V} \right\} d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \lambda_2 \{ v_n - \dot{\mathbf{x}}_n \} d\Gamma_f \right] dt \quad (3.12b)$$

où λ_i se réfère au $i^{\text{ème}}$ multiplicateur de Lagrange, $\dot{\mathbf{x}}_n$ est la dérivée temporelle du déplacement normal à la frontière et v_n est la vitesse normale à la frontière du liquide. En prenant les variations par rapport à V , on obtient les équations suivantes d'Euler-Lagrange :

$$\delta V: \quad -\rho_f \cdot V + \rho_f \cdot \nabla \lambda_1 = 0 \quad \text{dans } \Omega_f \quad (3.13)$$

$$\delta v_n: \quad \lambda_2 - \rho_f \lambda_1 = 0 \quad \text{dans } \Omega_f \quad (3.14)$$

d'où :

$$V = \nabla \lambda_1 \quad (3.15)$$

$$\lambda_2 = \rho_f \lambda_1 \quad (3.16)$$

Il est clair dans l'équation (5.15) que λ_1 n'est physiquement que le potentiel vitesse. L'équation (5.12b) peut alors s'écrire :

$$\Pi_f = \int_{t_1}^{t_2} \rho_f \left[\int_{\Omega_f} \left\{ g y - \frac{1}{2} \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \phi \right\} d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \phi \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial n} - \dot{\mathbf{x}}_n \right\} d\Gamma_f \right] dt \quad (3.17)$$

En intégrant par parties, l'équation (5.17) peut s'écrire :

$$\Pi_f = \int_{t_1}^{t_2} \rho_f \left[\int_{\Omega_f} \left\{ g y + \frac{1}{2} \nabla^2 \phi + \phi \right\} d\Omega_f \right] dt \quad (3.18)$$

ou de façon plus concise :

$$\Pi_f = \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{\Omega_f} P d\Omega_f \right] dt \quad (3.19)$$

où P est la pression totale pouvant s'exprimer par :

$$P = P_0 - \gamma_f \left[\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\nabla \phi \cdot \nabla \phi}{2g} + y \right] \quad (3.20)$$

où P_0 est la pression hydrostatique du point.

3.4.3.1.c Système couplé (structure-liquide)

Afin d'appliquer le principe variationnel au problème couplé, les fonctionnelles de la structure et du liquide, données par les équations (5.10) et (5.18) seront couplées à leur interface par :

$$w_s = \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (3.21)$$

$$f^I = P \cdot n \quad (3.22)$$

où $n = (n_x, n_y, n_z)$ est le vecteur normal unitaire sortant du liquide vers la structure.

3.4.3.2 Discrétisation par éléments finis :

3.4.3.2.a Élément fini de coque :

La structure est modélisée avec l'élément fini de coque. Les trois logiciels offrent un bibliothèque d'éléments de coques. La grande majorité de ces éléments repose sur la formulation de l'élément de solide dégénéré, avec des techniques différentes pour éviter les verrouillages tant en cisaillement qu'en membrane. Ces différentes techniques ont été déjà présentées en détails et utilisées dans des travaux antérieurs du laboratoire vibrations et stabilité [AMI 99], Bouremana[], Dahou[], Nabou[], Tab[]]. Le développement de ces éléments ainsi que les origines et les remèdes des verrouillages précédents peuvent être trouvées dans les ouvrages de référence [ZIE 91], Bathe[BAT 96], Cook[COO 89]. Le développement de ces éléments ne sera pas repris ici, et seules seront rappelées les étapes essentielles de leur formulation.

Représentation de la géométrie et de la cinématique :

En général la coque et une structure simplement ou doublement courbée, pour décrire de telles formes, il est plus approprié d'utiliser un système curviligne (ξ, ζ) avec le troisième axe (ζ) dirigé suivant l'épaisseur. Le système curviligne ainsi définie est utilisé comme un système naturel l'élément, ce qui signifie que le surface courbe de la coque et remplacer par un cube standard.

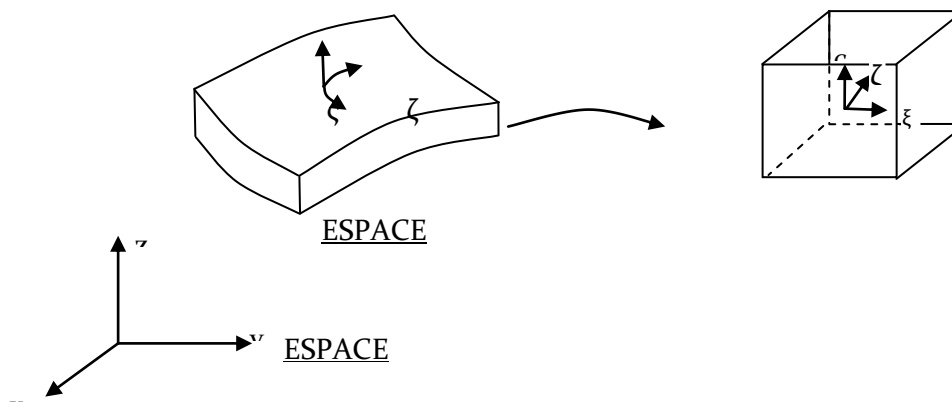


Figure3.4: Les systèmes d'axes utilisés

Un élément de solide (3D) est dégénéré pour obtenir un élément de coque (2D mais 5 ou 6ddl) suivant le procédé déjà décrit.

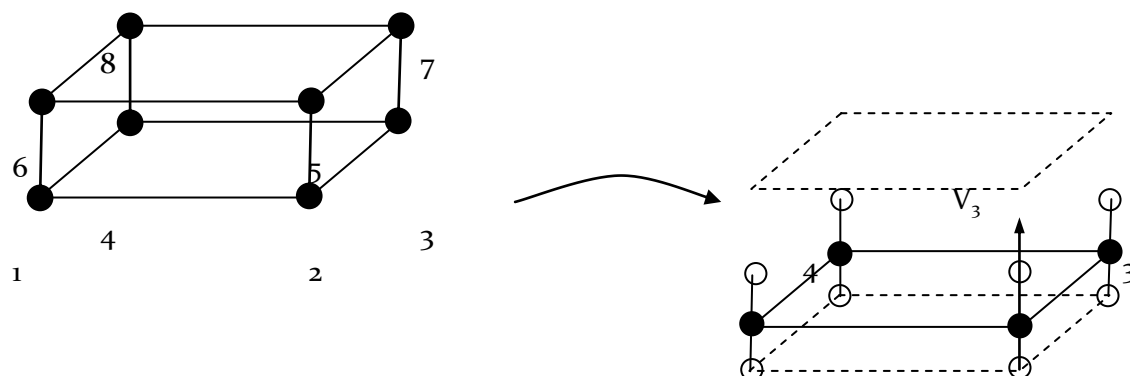


Figure 3.5: Dégénération d'un solide 8 nœuds en un élément de coque à 4 nœuds

Les vecteurs V_3^a sont appelés « vecteurs nodaux » et permettant de définir les points générique par rapport nœud (a) situé à la surface de référence (surface moyenne). Ces vecteurs sont unitaires partant du nœuds inf(a) vers le nœud sup(a), d'où :

$$V_3^a = \left(\{X_i^a\}_{Sup} - \{X_i^a\}_{Inf} \right) / e_a \quad (3.23)$$

Où e_a et l'épaisseur au nœud (a).

En conséquence, tout nœud au-dessus ou au-dessous du nœud de référence peut être exprimé en fonction des coordonnées de ce point de référence et d'une distance le long du vecteur nodal. C'est une propriété fondamentale de ce type d'éléments de coque.

Pour l'interpolation, on remplace les fonctions 3D (Solide) par des fonctions d'interpolation 2D (pour Q4 : $N_a = \frac{1}{4}(1 \pm \xi)(1 \pm \zeta)$) et d'une fonction suivant l'épaisseur : $N_a^t = \frac{1}{2}(1 \pm \varsigma)$)

$$\text{soit } X_i = \sum_{a=1}^n \frac{1}{2}(1 + \varsigma) N_a^{2D} \{X_i^a\}_{Sup} + \sum_{a=1}^n \frac{1}{2}(1 - \varsigma) N_a^{2D} \{X_i^a\}_{Inf} \quad (3.24a)$$

où $n = 4$ pour Q4 \Rightarrow en réarrangeant et en utilisant (3.23)

$$X_i = \sum_1^n N_a \left[\frac{1}{2} \{X_i^a\}_{Sup} + \frac{1}{2} \{X_i^a\}_{Inf} \right] + \sum_{a=1}^n \frac{\varsigma}{2} N_a \left[\{X_i^a\}_{Sup} - \{X_i^a\}_{Inf} \right]$$

$$X_i = \sum_1^n N_i X_i^a + \sum_2^{\zeta} N_a e_a V_3^a \quad (3.24b)$$

En utilisant (5.24), la position d'un point quelconque de la coque est interpolée en utilisant les coordonnées et les vecteurs nodaux V_3^a des nœuds de la surface moyenne. Une procédure similaire à représentation précédente de la géométrie peut également être utilisée pour interpoler la cinématique.

Le déplacement d'un point de la coque peut être déterminé comme étant la différence entre ses coordonnées après et avant déformation :

$$\begin{aligned}
 U_i &= {}_t X_i - {}_0 X_i \\
 &= \sum N_a^{2D} ({}_t X_i^a - {}_0 X_i^a) + \sum_2^{\zeta} N_a^{2D} e_a ({}_t V_3^a - {}_0 V_3^a) \\
 U_i &= \sum \underbrace{N_{a23i}^{2D}}_{\substack{\text{déplacement du nœud} \\ \text{de la surface moyenne}}} U_i^a + \sum_{\mathbb{F}^1}^{\zeta} \underbrace{N_{a4424443}^{2D} e_a}_{\substack{\text{déplacement relatif}}} ({}_t V_3^a - {}_0 V_3^a) \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

Où les indices (0) et (t) désignent l'état initial et l'état déformé respectivement. Par soucis de simplification de l'écriture, les fonctions N_a^{2D} seront notées simplement N_a .

Cette formulation utilise dans le repère local 5 degrés de liberté, mais 6 degrés dans le repère global. L'élément quadratique de coque SHELL93 d'ANSYS [ANS 2004a] utilise cette dernière formulation. Les trois éléments les plus populaires d'ABAQUS [ABA 2004a] (S4RS, S8RS et S9RS) utilisent indifféremment les deux formulations. Les éléments les plus utilisés de ADINA [ADI 2003] offrent également les deux possibilités (MITC4, MITC9 et MITC16) [BAT 85],[BAT 86].

Nous présentons ci-après la formulation à 5ddl par nœuds, celle à 6ddl s'en déduit facilement par une simple transformation géométrique entre les deux repères. Les problèmes posés par ces transformations ainsi que leurs solutions sont exposés dans [DJE 91]. Tous les éléments cités sont trop robustes et permettent toutes les types d'analyses (linéaire, grands déplacements, grandes déformations, etc)

DEFINITION DU SYSTEME NODAL

En chaque nœud, on définit un système de coordonnées cartésien, dénommé système de coordonnées nodal. Ce système est construit avec un 3^{ème} axe égal à ${}_0 V_3^a$. les deux autres sont définis à travers les vecteurs unitaires du système global i, j et k en imposant leurs normalité :

$${}_0V_1^a = \frac{j \wedge {}_0V_3^a}{|j \wedge {}_0V_3^a|}$$

et

(3.26)

$${}_0V_2^a = {}_0V_3^a \wedge {}_0V_1^a$$

Il est à noter que si $\pm {}_0V_3^a$ est identique à j la définition précédente n'est plus utilisable. On prend dans ce cas ${}_0V_1^a$ égal à k . une fois ce système nodal défini, il sera utilisé pour décrire les rotations du vecteur ${}_0V_3^a$ lors de la déformation. Ces rotations peuvent être déterminées en examinant le schéma suivant :

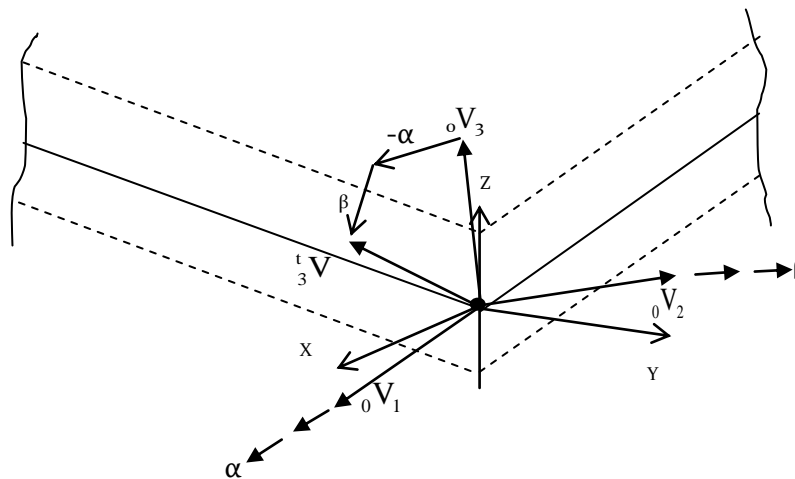


Figure3.6: Composantes du déplacement résultant de la rotation de ${}_0V_3^a$ au nœud (a)

Les rotations sont définies dans le repère global (x,y,z) et peuvent être décrites par les déplacements causés par les rotations α et β . Lorsque le vecteur ${}_0V_3^a$ tourne d'un angle (α) par rapport à ${}_0V_1^a$ la tête de vecteur se déplace suivant un arc de la valeur $|{}_0V_1^a| \sin(\alpha)$ dans la direction de ${}_0V_2^a$. Si nous considérons l'hypothèse des petites rotations : $\sin(\alpha) \approx \alpha$, le déplacement est alors $-\alpha$ car $|{}_0V_3^a| = 1$.

En utilisant la même hypothèse pour β on trouve lorsque le vecteur ${}_0V_3^a$ tourne de β autour ${}_0V_2^a$ sa tête se déplace de β suivant ${}_0V_1^a$.

Le précédent procédé suppose que ${}_0V_3^a$ est droit, ce qui correspond à l'une des hypothèses de Mindlin.

Les déplacements relatifs causés par la rotation de V_3^a de α et β sont exprimés dans le repère nodal, pour les exprimer dans le repère global, nous formons le vecteur déplacement relatif : $\tilde{U} = (\beta, -\alpha, 0)$ auquel nous appliquons les lois de transformation tensorielles.

D'où on trouve l'expression du déplacement relatif dans le système global

$$U_i = \tilde{U}_j \tilde{e}_j e_i = -\alpha_{a_0} V_{2i}^a + \beta_{a_0} V_{1i}^a$$

Car : $\tilde{e}_j = V_j$ et e_i sont les vecteurs globaux i, j et k . il faut remarquer que V_{1i}^a et V_{2i}^a sont les 1^{ères} composantes de ces vecteurs d'où

$$U_i = \sum_{a=1}^n N_a \cdot U_i^a + \sum_{a=1}^n \frac{\zeta}{2} e_a N_a (-\alpha_a V_{2i}^a + \beta_a V_{1i}^a) \quad (3.27)$$

Chaque nœud a donc 5ddl (u, v, w, α , β)

Systeme local (ou élémentaire) :

Se système est utilisé pour définir le contraintes et les déformations locales pour chaque élément. Ce n'est que dans ce système que les propriétés matérielles ont un sens non ambigu. Le système matériel est analogue mais définit les directions pour construire la matrice [C].

Formulation des matrices élémentaires :

Matrice d'interpolation :

$$N = \left[\begin{array}{c|ccc|ccc} N_a & 0 & 0 & -\frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{21}^a & \frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{11}^a & & & \\ \dots & N_a & 0 & -\frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{22}^a & \frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{12}^a & & & \\ 0 & 0 & N_a & -\frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{23}^a & \frac{\zeta}{2} N_a e_a V_{13}^a & & & \end{array} \right] \quad (3.28)$$

Matrice déformation-déplacement :

$$\{\mathcal{E}\} = \{\mathcal{E}_{11} \ \mathcal{E}_{22} \ \mathcal{E}_{33} \ 2\mathcal{E}_{12} \ 2\mathcal{E}_{23} \ 2\mathcal{E}_{33}\}^T = \{\mathcal{E}_1 \ \mathcal{E}_2 \ \mathcal{E}_3 \ \mathcal{E}_4 \ \mathcal{E}_5 \ \mathcal{E}_6\}^T$$

$$\{\mathcal{E}\} = [L]\{U\} = [L][N]\{U^a\} = [B]\{U^a\} \Rightarrow [B] = [L][N]$$

On sait que : $\delta \varepsilon = \delta \varepsilon + \delta \eta$

Avec le tenseur de déformation de Green-Lagrange : $e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_j} + \frac{\partial U}{\partial \xi_i} \right)$

On a d'autre part la règle de la dérivation en chaîne: $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k} \cdot \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j}$

Soit en utilisant l'interpolation des déplacements :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial U_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial U_i}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial U_i}{\partial \varsigma} \end{Bmatrix} = \sum_{a=1}^1 \begin{bmatrix} N_{a,\xi} & -\frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\xi} v_{2i}^a & \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\xi} v_{1i}^a \\ N_{a,\zeta} & -\frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\zeta} v_{2i}^a & \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\zeta} v_{1i}^a \\ 0 & -\frac{1}{2} e_a N_a v_{2i}^a & \frac{1}{2} e_a N_a v_{1i}^a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i^a \\ \alpha_a \\ \beta_a \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

MATRICE JACOBIENNE :

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i}{\partial r} &= \sum_{a=1}^n \left(N_{a,r} \cdot x_i^a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,r} \cdot v_{3i}^a \right) \\ \frac{\partial x_i}{\partial S} &= \sum \left(N_{a,S} \cdot x_i^a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,S} \cdot v_{3i}^a \right) \\ \frac{\partial x_i}{\partial t} &= \sum \frac{1}{2} e_a N_a v_{3i}^a \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} & z_{,\xi} \\ x_{,\zeta} & y_{,\zeta} & z_{,\zeta} \\ x_{,\varsigma} & y_{,\varsigma} & z_{,\varsigma} \end{bmatrix} \\ &= \left[\begin{array}{ccc|ccc} N_{a,\xi} x_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\xi} V_{31}^a & N_{a,\xi} y_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\xi} V_{32}^a & N_{a,\xi} z_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\xi} V_{33}^a & & & \\ \dots & N_{a,\zeta} x_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\zeta} V_{31}^a & N_{a,\zeta} y_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\zeta} V_{32}^a & N_{a,\zeta} z_a + \frac{\zeta}{2} e_a N_{a,\zeta} V_{33}^a & \dots & \\ & \frac{1}{2} e_a N_a V_{31}^a & \frac{1}{2} e_a N_a V_{32}^a & \frac{1}{2} e_a N_a V_{33}^a & & \end{array} \right] \quad (3.31) \end{aligned}$$

Soit après inversion de J et multiplication par le gradient

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial U_i}{\partial x} \\ \frac{\partial U_i}{\partial y} \\ \frac{\partial U_i}{\partial z} \end{pmatrix} = \sum_{a=1}^n \begin{bmatrix} N_{a,x} & \gamma_{11}X_1^a & \gamma_{21}X_1^a \\ N_{a,y} & \gamma_{11}X_2^a & \gamma_{21}X_2^a \\ N_{a,z} & \gamma_{11}X_3^a & \gamma_{21}X_3^a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i^a \\ \alpha_a \\ \beta_a \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

avec

$$\begin{aligned} N_{a,xi} &= J_{i1}^{-1}N_{a,\xi} + J_{i2}^{-1}N_{a,\zeta} \\ \gamma_1 &= -\frac{1}{2}t_a V_2^a \\ \gamma_2 &= \frac{1}{2}t_a V_1^a \\ x_i^a &= \zeta(J_{i1}^{-1}N_{a,\xi} + J_{i2}^{-1}N_{a,\zeta}) + J_{i3}^{-1}N_a \end{aligned} \quad (3.33)$$

D'où (pour la partie linéaire $e = B_0U_0$)

$$B_0 = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{ccccc} N_{a,x} & 0 & 0 & \gamma_{11}X_1^a & \gamma_{21}X_1^a \\ 0 & N_{a,y} & 0 & \gamma_{12}X_2^a & \gamma_{22}X_2^a \\ 0 & 0 & N_{a,z} & \gamma_{13}X_3^a & \gamma_{23}X_3^a \\ \dots & N_{a,y} & N_{a,x} & \gamma_{11}X_2^a + \gamma_{12}X_1^a & \gamma_{21}X_2^a + \gamma_{22}X_1^a \\ 0 & N_{a,z} & N_{a,y} & \gamma_{12}X_3^a + \gamma_{13}X_2^a & \gamma_{22}X_3^a + \gamma_{23}X_2^a \\ N_{a,z} & 0 & N_{a,x} & \gamma_{13}X_1^a + \gamma_{11}X_3^a & \gamma_{23}X_1^a + \gamma_{21}X_3^a \end{array} \right] \dots \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Partie non linéaire

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \rightarrow \eta = \frac{1}{2} A\theta$$

La partie non linéaire est déterminée par la variation δ_η de la partie non linéaire du vecteur déformation

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \quad (3.35)$$

On met souvent η sous la forme:

$$\eta = \frac{1}{2} A\theta \quad (3.36)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} \theta_x^T & 0 & 0 \\ 0 & \theta_y^T & 0 \\ 0 & 0 & \theta_z^T \\ \theta_y^T & \theta_x^T & 0 \\ 0 & \theta_z^T & \theta_y^T \\ \theta_z^T & 0 & \theta_x^T \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Où : $\theta_x^T = [u_{,x} \quad v_{,x} \quad w_{,x}]$; $\theta_y^T = [u_{,y} \quad v_{,y} \quad w_{,y}]$ et $\theta_z^T = [u_{,z} \quad v_{,z} \quad w_{,z}]$

Le vecteur θ est donné par $\theta^T = [u_x \quad v_y \quad w_z]$

La variation de η (5.36) est alors

$$\delta_\eta = \frac{1}{2} \delta A \theta + \frac{1}{2} A \delta \theta \quad (3.38)$$

Or [ZIE 91] $\delta A \theta = A \delta \theta$, soit alors

$$\delta_\eta = A \delta \theta$$

On exprime ensuite θ comme le produit d'une matrice G et du vecteur des déplacements nodaux : $\theta = G \cdot u$

$$G = \begin{bmatrix} \dots & \begin{bmatrix} N_{a,x} & 0 & 0 & \gamma_{11} X_1^a & \gamma_{21} X_1^a \\ 0 & N_{a,x} & 0 & \gamma_{12} X_1^a & \gamma_{22} X_1^a \\ 0 & 0 & N_{a,x} & \gamma_{13} X_1^a & \gamma_{23} X_1^a \\ N_{a,y} & 0 & 0 & \gamma_{11} X_2^a & \gamma_{21} X_2^a \\ M & & & & \\ 0 & 0 & N_{a,z} & \gamma_{13} X_3^a & \gamma_{23} X_3^a \end{bmatrix} & \dots \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

en remplaçant θ dans η on obtient $\delta_\eta = A G \delta u_a$, d'où on peut définir la matrice non linéaire

$$B_{NL} = A \cdot G$$

$$B_{NL} = \begin{bmatrix} \dots & \begin{bmatrix} N_{a,x} u_{,x} & N_{a,x} v_{,x} & N_{a,x} w_{,x} & \Phi_{11}^a X_1^a & \Phi_{21}^a X_1^a \\ N_{a,y} u_{,y} & N_{a,y} v_{,y} & N_{a,y} w_{,y} & \Phi_{12}^a X_2^a & \Phi_{22}^a X_2^a \\ N_{a,z} u_{,z} & N_{a,z} v_{,z} & N_{a,z} w_{,z} & \Phi_{13}^a X_3^a & \Phi_{23}^a X_3^a \\ N_{a,y} u_{,x} + N_{a,x} u_{,y} & N_{a,y} v_{,x} + N_{a,x} v_{,y} & N_{a,y} w_{,x} + N_{a,x} w_{,y} & \Phi_{12}^a X_1^a + \Phi_{11}^a X_2^a & \Phi_{22}^a X_1^a + \Phi_{21}^a X_2^a \\ N_{a,z} u_{,y} + N_{a,y} u_{,z} & N_{a,z} v_{,y} + N_{a,y} v_{,z} & N_{a,z} w_{,y} + N_{a,y} w_{,z} & \Phi_{13}^a X_2^a + \Phi_{12}^a X_3^a & \Phi_{23}^a X_2^a + \Phi_{22}^a X_3^a \\ N_{a,z} u_{,x} + N_{a,x} u_{,z} & N_{a,z} v_{,x} + N_{a,x} v_{,z} & N_{a,z} w_{,x} + N_{a,x} w_{,z} & \Phi_{13}^a X_1^a + \Phi_{11}^a X_3^a & \Phi_{23}^a X_1^a + \Phi_{21}^a X_3^a \end{bmatrix} & \dots \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\text{Où } \Phi_{i,j}^a = \sum_{e=1}^3 \gamma_{i,e}^a u_{m,j}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{NL} \quad (3.41)$$

Matrice de rigidité tangentielle :

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_\sigma + \bar{\mathbf{K}} \quad (3.42)$$

$$= \int_V \frac{\partial \mathbf{B}^T}{\partial u_a} \mathbf{C} \mathbf{B} u_a dv + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dv \quad (3.43)$$

La matrice $\bar{\mathbf{K}}$ se détermine directement en remplaçant \mathbf{B} par $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{NL}$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{K}} &= \int_V (\mathbf{B}_0^T + \mathbf{B}_{NL}^T) \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{NL}) dv \\ &= \int_V \mathbf{B}_0^T \mathbf{C} \mathbf{B}_0 dv + \int_V (\mathbf{B}_0^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{NL} + \mathbf{B}_{NL} \mathbf{C} \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{NL}^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{NL}) dv \end{aligned} \quad (3.44)$$

\mathbf{K}_0 : matrice de rigidité des petites déformations

\mathbf{K}_L : matrice de rigidité des grands déplacements au de déformation initiale

$$\mathbf{K}_\sigma = \int_V \frac{\partial \mathbf{B}^T}{\partial u_a} \mathbf{S} dv \quad , \text{ matrice de rigidité géométrique} \quad (3.45)$$

Or $\frac{\partial \mathbf{B}^T}{\partial u_a} = \frac{\partial \mathbf{B}_{NL}^T}{\partial u_a} = \mathbf{G}^T \frac{\partial \mathbf{A}^T}{\partial u_a}$ soit alors

$$\mathbf{K}_\sigma = \int_V \mathbf{G}^T \frac{\partial \mathbf{A}^T}{\partial u_a} \mathbf{S} dv \quad (3.46)$$

Les propriétés de la matrice \mathbf{A} [ZIE 91] nous permettent d'écrire :

$$\frac{\partial \mathbf{A}^T}{\partial u_a} \mathbf{S} = \mathbf{H} \frac{\partial \theta}{\partial u_a} = \mathbf{H} \mathbf{G} \quad (3.47)$$

avec :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \mathbf{I} & \mathbf{S}_4 \mathbf{I} & \mathbf{S}_6 \mathbf{I} \\ & \mathbf{S}_2 \mathbf{I} & \mathbf{S}_5 \mathbf{I} \\ \text{Sym} & & \mathbf{S}_3 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Les composants des vecteurs contraintes de (5.47) sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \{S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5 \quad S_6\} \\ &= \{S_{11} \quad S_{22} \quad S_{33} \quad S_{12} \quad S_{23} \quad S_{13}\} \end{aligned}$$

La matrice I est la matrice d'identité (3x3)

D'où

$$\Rightarrow K_\sigma = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{H} \mathbf{G} dv \quad (3.49)$$

Soit finalement

$$K_T = \int_V \mathbf{B}_0^T \mathbf{C} \mathbf{B}_0 dv + \int_V (\mathbf{B}_0^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{NL} + \mathbf{B}_{NL} \mathbf{C} \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{NL}^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{NL}) dv + \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{H} \mathbf{G} dv \quad (3.50)$$

La matrice C est la matrice traduisant les relations constitutives de l'élément pour plus d'information voir [COO 89] . Elle est donnée par :

$$\begin{bmatrix} DE_x & D\nu_{xy}E_x & 0 & 0 & 0 \\ D\nu_{xy}E & DE_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G_{yz}}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{xz}}{f} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Avec : $D = \frac{E_y}{E_y - (\nu_{xy})^2 E_x}$, et $f = \max \left\{ 1.2, 1.0 + 2 \frac{A}{25e^2} \right\}$ où A est l'aire dans le plan $\xi\zeta$.

E_x = module de Young dans la direction de x.

ν_{xy} = coefficient de Poisson dans le plan x-y

G_{xy} = module du cisaillement dans le plan x-y

Le coefficient f est utilisé par le logiciel Ansys pour éviter le blocage du cisaillement.

Ansys et Adina utilisent la technique des champs mixtes pour éliminer les problèmes du blocage. Cette technique développée initialement par Bathe et Dvorkin [BAT 85] est reconnue actuellement comme l'une des techniques les plus performantes. Abaqus utilise la technique de l'intégration réduite et sélective due initialement à Zienkiwicz et al [ZIE 71] conjointement avec une technique de stabilisation pour éviter les modes dits du sablier.

Pour l'analyse dynamique, les trois logiciels prévoient plusieurs types de chargement, dont celui qui nous intéresse plus particulièrement, à savoir le déplacement de la base. Ils utilisent également au choix des méthodes implicites, explicites ou une combinaison des deux. Nous avons noté une certaine supériorité du point de vue rendement du logiciel Abaqus/Explicit lorsqu'un schéma explicite est prévu. Les résultats sont souvent obtenus dans un laps de temps plus court. Pour le développement de ces méthodes, voir par exemple les mémoires de Bouremana[bou], et Tab[TAB]ou les ouvrages de Hughes[HUG 2002] et Bathe[BAT 96] entre autres.

3.4.3.2.b Élément fini de fluide

Le développement de l'élément fini modélisant le comportement d'un fluide dans un réservoir flexible est conduit en deux étapes :

- 1) On développe d'abord un élément iso-paramétrique classique de fluide
- 2) L'élément est ensuite enrichi par les conditions aux interfaces FSI précédentes pour modéliser correctement les frontières du fluide

- Formulation isoparamétrique classique d'un élément de fluide :

Il s'agit de déterminer un potentiel de vitesse d'un liquide incompressible, ce qui peut être traduit par :

Etant donné : $U_n(x) : \Gamma_f \rightarrow IR$

Chercher $\phi(x) : \Omega_f \rightarrow IR$ tel que :

- (continuité) $\rho_f \nabla^2 \phi(x) = 0, \forall x \in \Omega_f$ (3.52)

- (Cinématique) $\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n, \forall x \in \Gamma_f$ (3.53)

Où v_n est la vitesse normale imposée le long des frontières du liquide. Il s'agit d'une forte pouvant s'exprimer sous la forme variationnelle suivante :

$$\rho_f \int_{\Omega_f} \nabla(\delta\phi) \nabla \phi d\Omega_f = \rho_f \int_{\Gamma_f} \delta\phi v_n d\Gamma_f \quad (3.54)$$

En suivant les étapes classiques de la méthode des éléments finis, on aboutit à :

$$K_f = \rho_f \int_{\Omega_f} \beta_f^T \beta_f d\Omega_f \quad (3.55)$$

$$F_{int} = \rho_f \int_{\Omega_f} \beta_f^T V_f d\Omega_f \quad (3.56)$$

$$F_{ext} = \rho_f \int_{\Gamma_f} N v_n d\Gamma_f V_n \quad (3.57)$$

$$= \rho_f \int \begin{bmatrix} N_1 N_1 & N_1 N_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ N_2 N_1 & N_2 N_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} d\Gamma_f \left\{ \begin{array}{c} v_{n1} \\ v_{n2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right\} \quad (3.58)$$

$$= M_f^j V_n \quad (3.59)$$

$$[B_f] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$[V] = \nabla \phi = B_f \phi \quad (3.61)$$

où : K_f est la matrice de rigidité du liquide, F_{int} et F_{ext} représentent les vecteurs d'un courant interne et externe respectivement, V_f est le vecteur vitesse du liquide, ϕ est le vecteur nodal du potentiel vitesse, j est le nombre du côté soumis à v_n de l'élément, M_f^j est la matrice masse de l'écoulement liquide pour le côté numéro j et N_i est la 1^{er} fonction de forme isoparamétrique

F_{ext} est physiquement, le vecteur nodal de 'décharge' [ELZ 95] entrant ou sortant de l'élément et résultat de la vitesse normale du liquide à travers ses frontières. Cette condition au limite naturelle assure la compatibilité de la vitesse normale aux frontières du liquide 'condition cinématique'. La vitesse tangentielle ne contribue pas à ce vecteur, et n'a en conséquence, aucun effet sur l'équation de continuité.

F_{int} est le vecteur interne de 'décharge' du gradient du courant de la fonction ϕ (potentiel vitesse).

L'équation de continuité est satisfaite lorsque les deux vecteurs précédents sont en équilibre. La décharge résiduelle est alors donnée par :

$$R_f = F_{ext} - F_{int} \quad (3.62)$$

Elle est principalement due au moment de la surface libre et au remaillage conséquent du liquide. Il en résulte un schéma itératif du type Newton-Raphson (ou N-R modifié) de la forme :

$$[K_f] \{\delta\phi\}_i = \{R_f\}_i \quad (3.63)$$

$\{\delta\phi\}_i$: est la correction à apporter au vecteur potentiel vitesse après la $i^{\text{ème}}$ itération

Eléments de fluide dans les logiciels utilisés :

Logiciel	ANSYS	ADINA	ABAQUS
Eléments(s)	FUID30 (3D) FLUID29 (2D)	-3D Brique (FSI) - Potential-based element	-(acoustic) ASI8 - F3D4
Description(1^{er} élément)	Elément à 8 nœuds	Elément à 27 nœuds	Elément à 8 nœuds
Points forts	-Simple d'utilisation - bon résultats en FSI - bon algorithme de remaillage	-Bon comportement. -Prise en compte des grands déplacements -algorithme FSI robuste	- Remaillage excellent. - Grands déplacements - algorithmes robustes en dynamique
Points faibles	- sensible aux distorsions - Pas de masse cohérente	- remaillage médiocre -Problème dans le cas de mouvements de base	- Elément à capacité limitée - parois rigides uniquement (sans FLUENT)

Exemples et discussions

3.5 Exemple d'un réservoir sans couverture

Cet exemple sera traité par le logiciel Ansys. Il est utile de rappeler que ce logiciel dispose de trois approches pour traiter les fluides :

1. Pour simuler les fluides avec l'élément FLUID80 qui n'est rien d'autre que l'élément de structure SOLID45 auquel on a imposé une rigidité nulle en cisaillement.
2. Pour utiliser l'élément acoustique FLUID30, dans ce cas le modèle est un modèle à masse ajoutée uniquement (les ondes de surfaces ne peuvent être modélisées).
3. Pour résoudre les problèmes couples de l'interaction fluide-structure (dans ce cas utiliser l'élément structurel approprié pour le réservoir et l'élément FLUID142 pour les calculs de dynamique des fluides CFD). Ceci permet d'avoir des résultats précis des réactions de la paroi à la pression convective du fluide (comme résultats des ballottements), mais la vitesse de la résolution de ce cas est la plus lente

La composante horizontale du séisme d'El-Centro (Mai 1940) (Fig. 6.1) est utilisée dans cet exemple

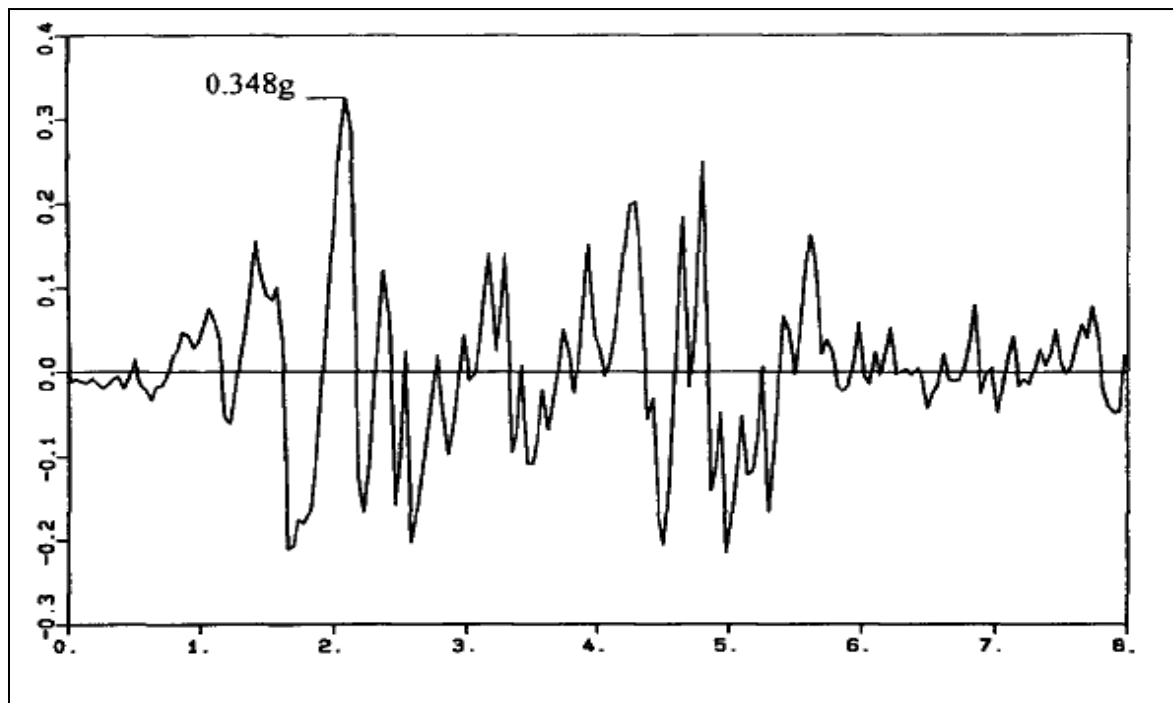


Figure. 3.7. accélérogramme

L'exemple ci-dessous a été traité en utilisant cette troisième approche.

3.6 Données

Réservoir en acier d'une capacité totale de 10 000 m³ pour le stockage de l'essence.

Données:

Diamètre du réservoir	R = 28,5 m
Hauteur de la paroi	H = 18,0 m
Hauteur du liquide	h = 16,0 m
Densité de la matière stockée (essence)	0,75 t/m ³

Deux types d'acier sont considérés : le premier type pour les trois premiers anneaux à partir de la base, et le deuxième type pour les six anneaux suivants de la paroi. L'épaisseur de la coque varie uniformément suivant quatre niveaux, comptés à partir du bas (feuilles : 2,0 m x 8,0 m):

Niveau I : 0-2m	14 mm	$\sigma_y=315$ MPa ; $\sigma_u=460$ MPa
Niveau II : 2-4m	13 mm	$\sigma_y=315$ MPa ; $\sigma_u=460$ MPa;
Niveau III : 4-6m	12 mm	$\sigma_y=315$ MPa ; $\sigma_u=460$ MPa
Niveau VI-IX : 6-18m	10 mm	$\sigma_y=240$ MPa ; $\sigma_u=460$ MPa

Le matériau de la paroi et de la base est considéré comme élastoplastique avec un écrouissage isotrope et le critère de rupture retenu est en déformations :

$E = 207$ GPa ; $E_t = 0.1$ GPa ; $\sigma_y = 315$ MPa et 240 MPa selon les données précédentes (le niveau de la paroi)

3.7 Modélisation

Le modèle éléments finis 3D utilisé est présenté sur la Fig.3. il est construit à base de l'élément fluide FLUID80 (3D et 8 noeuds) pour le fluide et l'élément de coque SHELL63 (3D 4 noeuds) pour modéliser la paroi et la plaque de la base.

Maillage :

- Pour le fluide, on a utilisé un maillage régulier en hauteur de 4480 éléments en considérant la symétrie miroir.
 - Pour la paroi, le maillage considéré est régulier de 720 éléments (avec symétrie).
 - Pour la base, le maillage est de 140 éléments (avec symétrie).
- La méthode implicite de Newmark est utilisée pour l'analyse dynamique.

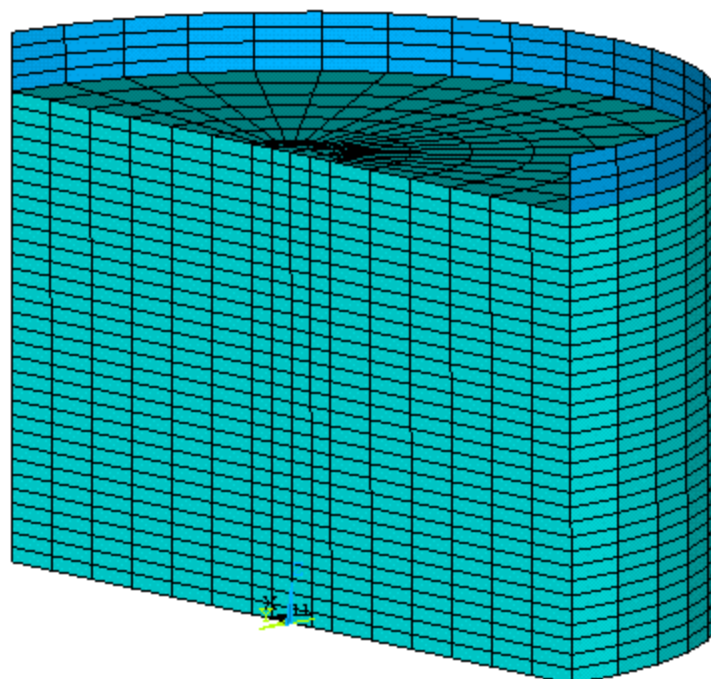


Figure. 3.8. Le modèle éléments finis pour le réservoir et sa contenance

Des déplacements de la base sont imposés en fonction du temps (Fig. 3.6.) avec un pas de temps de 0.02 sec, et une durée totale de 10 sec.

3.8. Résultats du modèle:

3.8.a. Comparaison des fréquences naturelles:

Les fréquences naturelles du fluide sont données par la formule déjà vu au chapitre 3

et 4:
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_n g}{R} \text{th} \frac{k_n h}{R}}$$

Avec g : accélération de la pesanteur; R : rayon du réservoir; h : hauteur du fluide –

Les valeurs des coefficient k_n son : $K_1 = 1.84$; $k_2 = 5.33$; $k_3 = 8.53$

:

Fréquence N°	Résultats théoriques	Modèle EF
f_1	0.17636	0.172601
f_2	0.30502	0.305151

Tableau de : Comparaison des premières fréquences propres

Les résultats ainsi que la forme des modes sont montrés sur les Figures 3.6 et 3.7

3.8.b. Analyse des déplacements

Les déplacements horizontaux de la base et du point le plus élevé de la paroi ainsi que le déplacement vertical de la surface libre au voisinage de la paroi sont montrés sur les figures 3.9, 3.10 et 3.11 respectivement.

Les oscillations à hautes fréquences dans a), b) correspondent à des fréquences autour de 4,5Hz, ce qui semble être en bonne concordance avec la fréquence de résonance obtenue par une analyse harmonique de ce modèle.

La vague la plus haute se situe au voisinage de la paroi et atteint la hauteur de 0.49 m

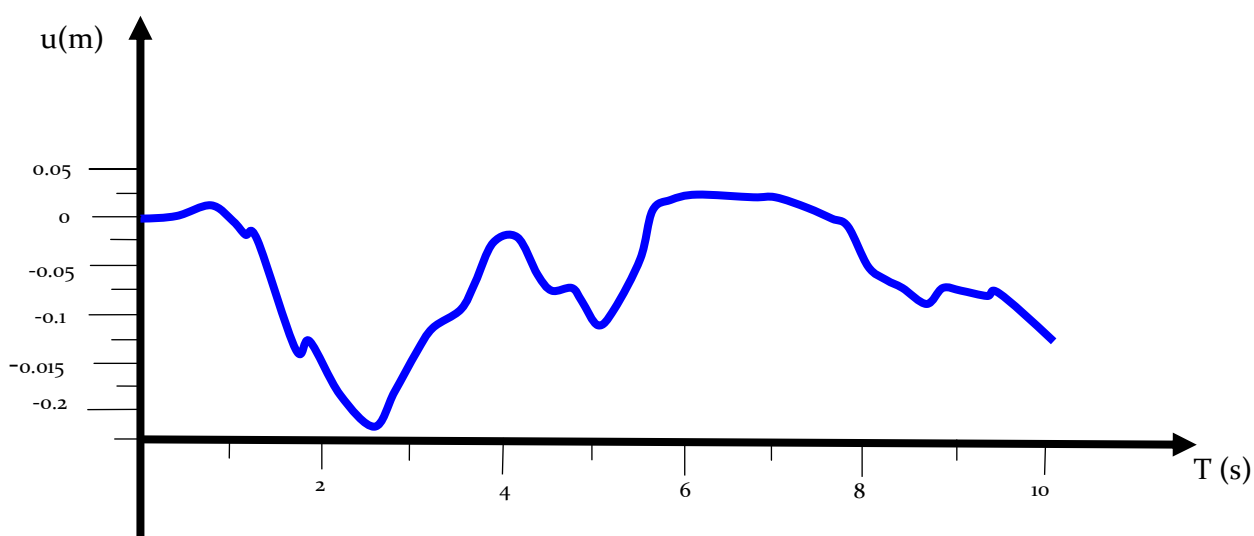


Figure 3.9 : Déplacement horizontal de la base

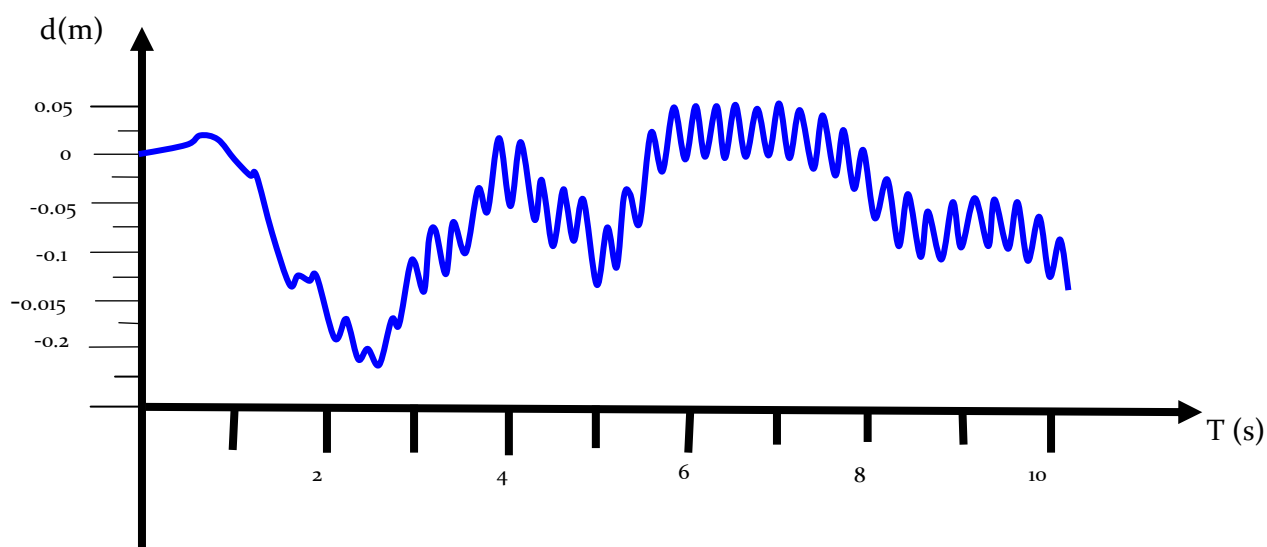


Figure 3.10 : Déplacement du point le plus haut du réservoir

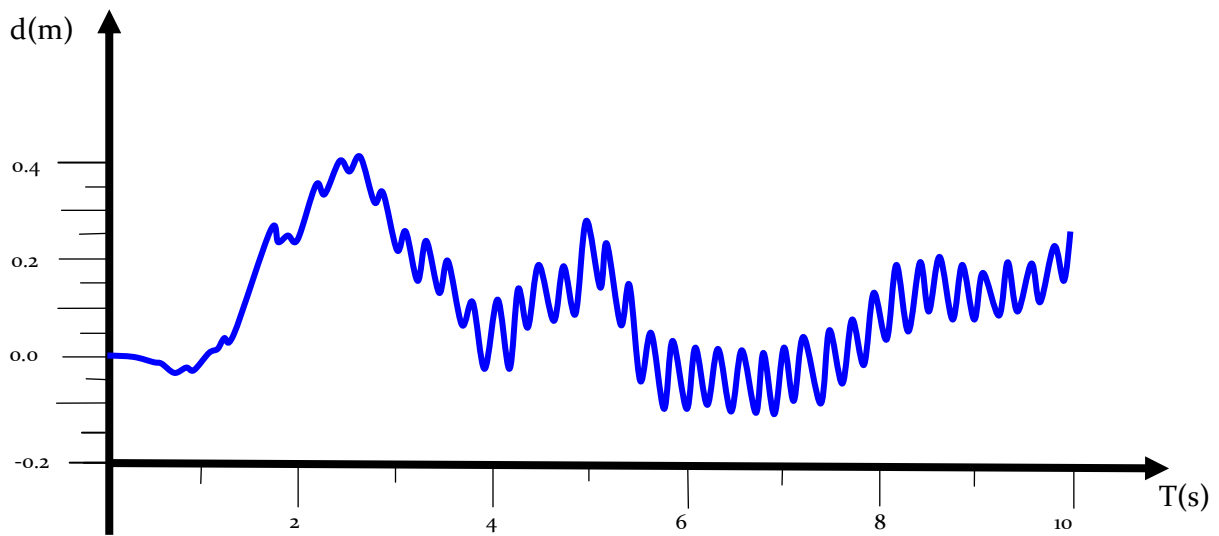


Fig 3.11 : Déplacement vertical d'un point de la surface libre adjacent à la paroi

```
DISPLACEMENT
STEP=1
SUB =1
FREQ=.173501
DMX =.001198
```

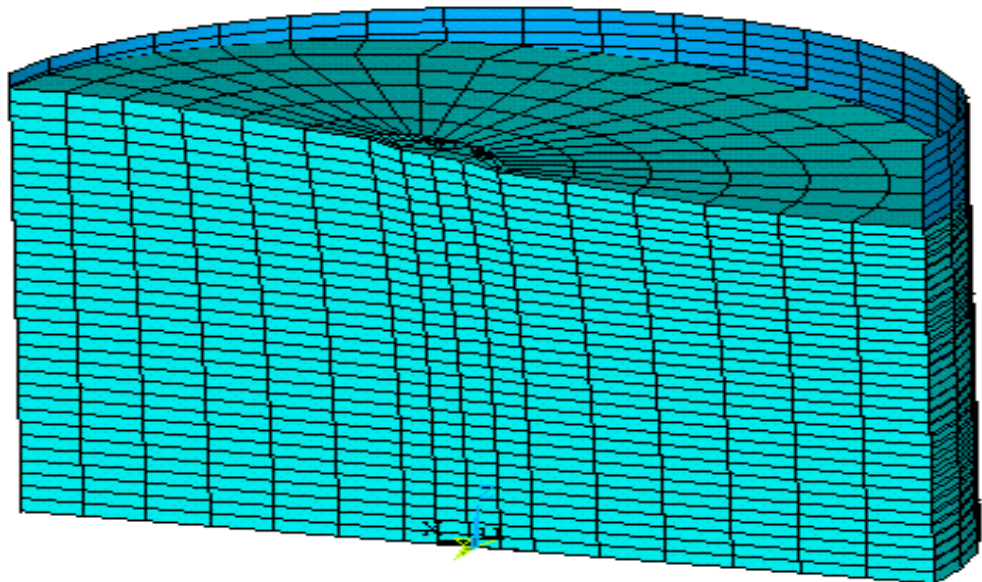


Figure 3.12 : mode propre du réservoir-fluide correspondant à la fréquence 0.1373

```
DISPLACEMENT
STEP=1
SUB =6
FREQ=.305151
DMX =.003678
```

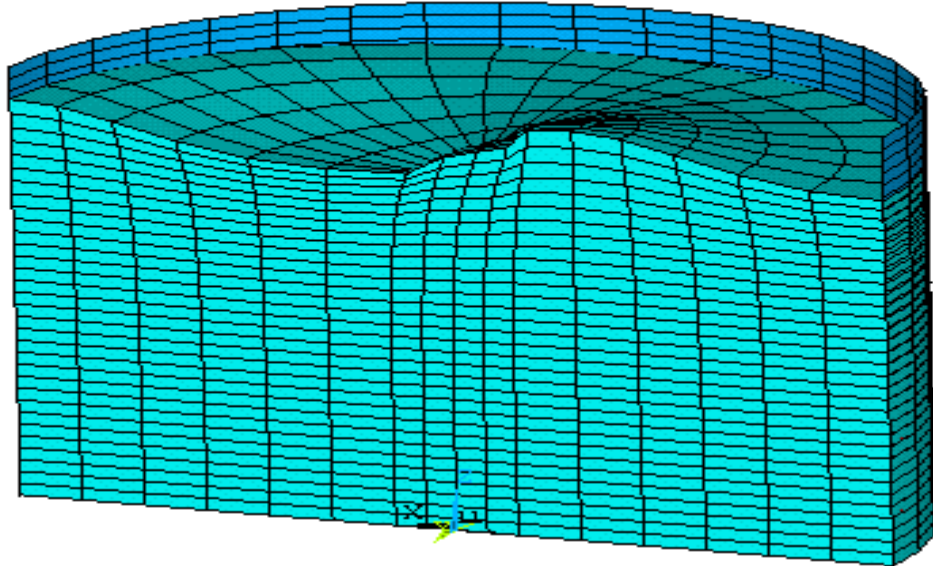


Figure. 3.13 : mode propre du réservoir-fluide correspondant à la fréquence 0.305

3.8.c. Analyse des contraintes

La valeur de 377 MPa de la contrainte équivalente de Von Mises est obtenue dans la direction de la génératrice de la coque, perpendiculairement à la direction de l'accélération. La figure 6.8 montre les iso-ligne des contraintes équivalentes du type Von Mises.

```
1 NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =198
TIME=3.96
SEQU (AVG)
DMX =.025852
SMN =569356
SMX =.377E+09
```

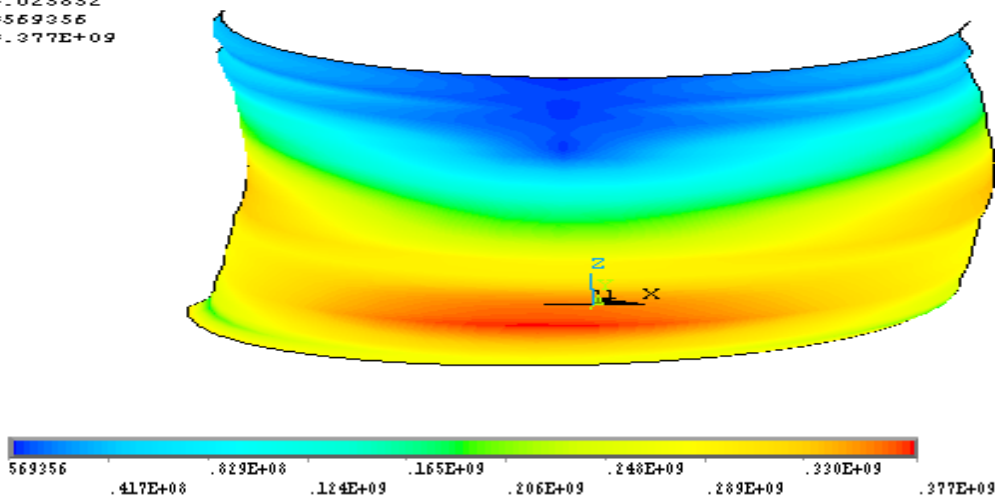


Figure 3.14 : Contraintes équivalents de Von Mises sur la paroi

3.8.d Distribution des pressions hydrodynamiques

L'épure de la distribution de la pression hydrodynamique au moment de l'obtention de la contrainte maximale, le long de la génératrice de la coque est donnée dans la figure 3.15 :

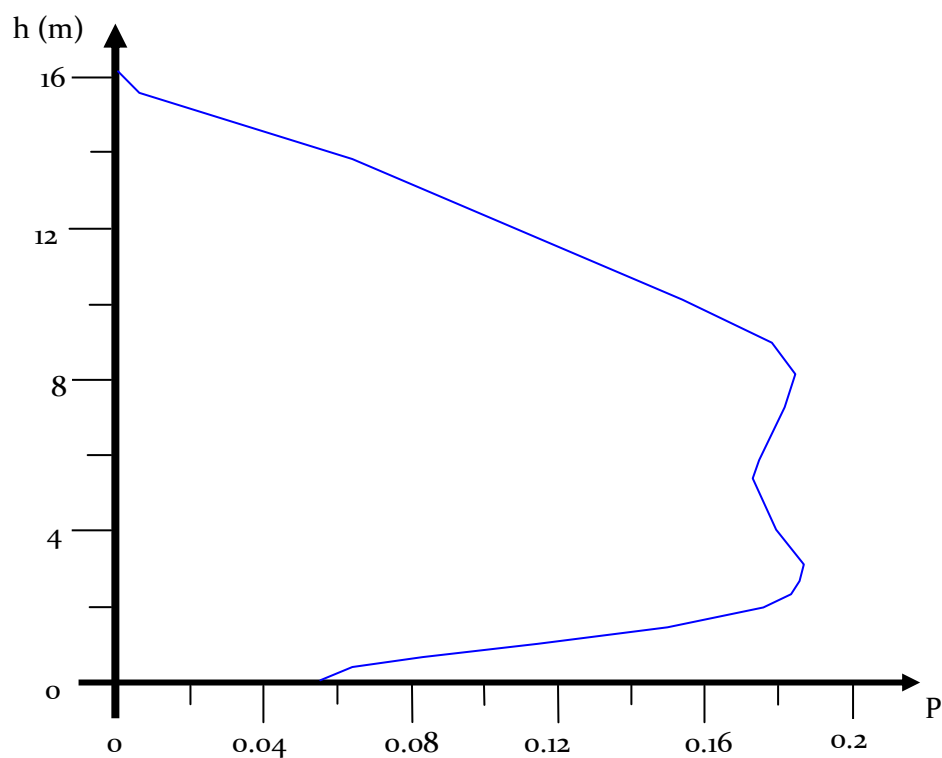


Figure 3.15: Epure de la pression hydrodynamique le long de la génératrice de la paroi

3.8.e Validité de l'hypothèse de Housner

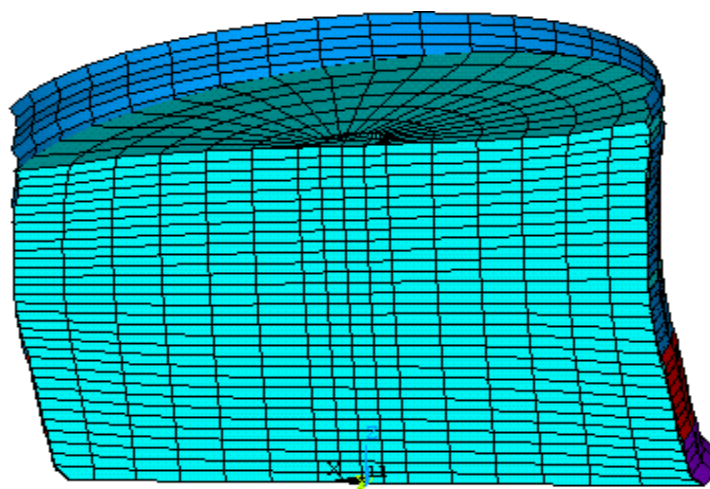


Figure 3.16 Déformée du réservoir avec le fluide

La géométrie déformée du réservoir avec le fluide est donnée sur la figure 3.16.

Les déplacements de la paroi sont de l'ordre de 10% des déplacements de la surface libre du fluide et ne peuvent par voie de conséquence être négligés.

Il est donc vivement recommandé pour cette classe de problème de mener une analyse complètement couplée du système fluide-structure.

Ces résultats illustrent les inconvénients des schémas théoriques largement utilisés et mettent en défaut une partie de leurs hypothèses. Ils démontrent en outre qu'une simulation adéquate du ballotement peut être réalisée au moyen d'un modèle éléments finis avec une grande vitesse et sans complexité particulière dans l'utilisation.

3.9 Effet des composantes du séisme :

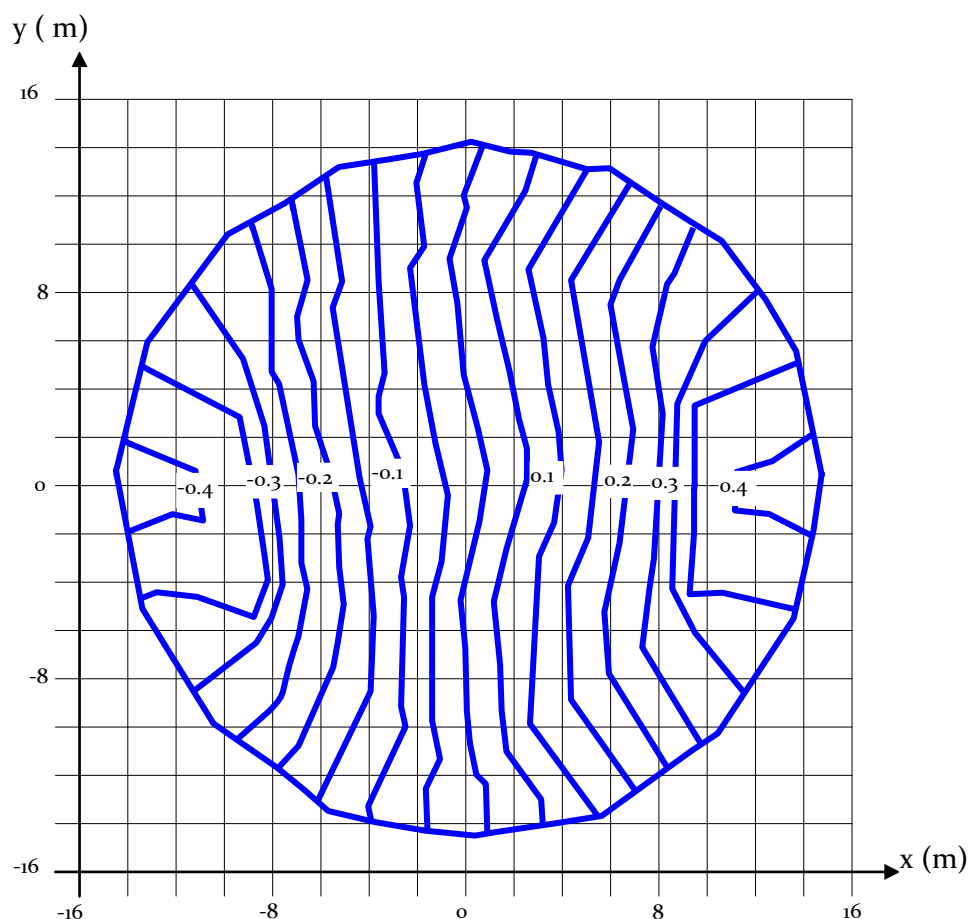


Figure 3.17 : contour des déplacements maxima de la surface libre sous une excitation sismique unidimensionnelle

La Figure 3.17 donne les courbes de niveaux des déplacements de la surface libre lorsqu'une seule composante du séisme est considérée. En plus de la symétrie autour du centre, nous remarquons le caractère progressif des hauteurs des vagues ainsi que la concordance avec les résultats prévus par les différents codes.

Les codes ne considèrent au mieux que l'effet de deux composantes du séisme : une composante horizontale et la composante verticale comme il a été déjà expliqué dans le chapitre 3.

Lorsqu'on considère les trois composantes du séisme, le résultat du modèle 3D est donné sur la figure 3.18 où il est clairement montré le caractère asymétrique du mouvement et la valeur maximale de la hauteur des vagues n'est plus à $r = R$. Cette hauteur reste globalement dans l'intervalle des hauteurs prévues par les codes (entre 0.58 et 1.14 m) mais elle dépasse la prévision de l'EC8. La validité des méthodes de superposition proposées par chaque code doit être vérifiée. Mais nous pouvons conclure de ce résultat l'importance de considérer le caractère tridimensionnel de l'excitation sismique.

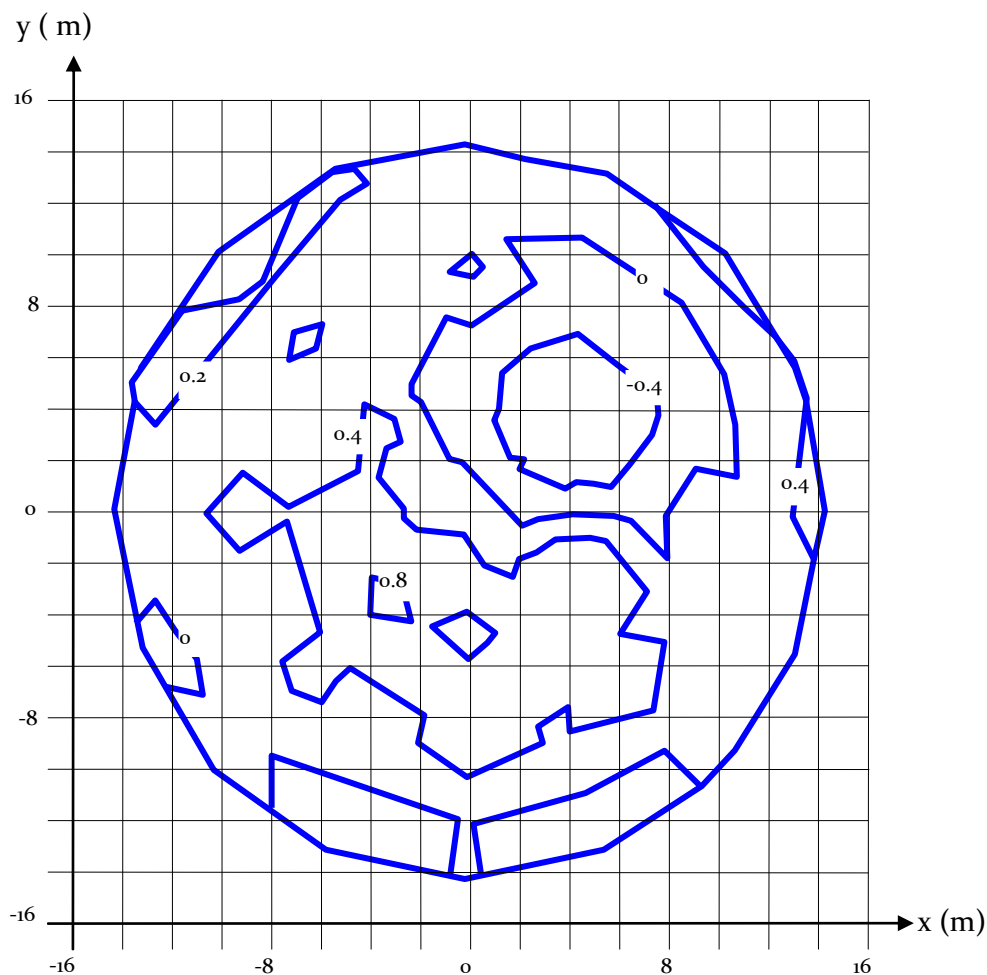


Figure 3.18: contour des déplacements maxima de la surface libre sous une excitation sismique tridimensionnelle

Conclusions et recommandations

1 Remarques et conclusions :

1.1 Ballotement :

- 1- Les résultats obtenus par les formules des différents codes donnant la valeur de la hauteur maximale de la surface libre varient substantiellement avec le type du sol. Cependant, aucun code ne prend en considération dans ces formules les conditions aux limites à la base du réservoir.
- 2- l'hypothèse de la paroi rigide a été justifiée par le modèle éléments finis 3D. Plusieurs travaux expérimentaux concourent à cette même conclusion.
- 3- Le déplacement maximal de la surface moyenne obtenu par le modèle numérique ne sort pas de l'intervalle des valeurs prescrits par les codes. Il est cependant supérieur à la valeur donnée par l'EC8, ce qui interpelle lors de l'élaboration de la réglementation Algérienne parasismique au risque d'un simple « copier-coller » à partir de la réglementation Européenne comme ça été malheureusement déjà le cas (BA, CM,..).
- 4- La méthode de l'obtention du déplacement maximal de la surface moyenne dans le cas d'un séisme multi-directionnel en superposant simplement les déplacements maximaux dans chaque direction n'est pas valable. La méthode proposée par l'EC8 reste à notre humble avis la meilleure malgré son conservatisme. La prise en compte de la composante verticale dans le calcul de ce déplacement par le modèle numérique a perturbé la symétrie et les valeurs du profil des déplacements.
- 5- Le code EC8 préconise la prise en compte d'un amortissement de 0,5% pour l'eau et autres liquides sauf « mentions contraires spéciales ». plusieurs chercheurs préfèrent la valeur 0% pour l'amortissement car elle va plus dans le sens de la sécurité.
- 6- Tous les codes adoptent l'hypothèse des petits déplacements dans l'évaluation des déplacements du ballotement. Toutes les observations ainsi que les résultats du modèle EF 3D attestent que le ballotement se passe plutôt en présence de grands déplacements. Le modèle EF peut dans ce cas fournir les informations nécessaires pour la correction des formules proposées sur la base de l'hypothèse simplificatrice précédente.

1.2 Flambement de la paroi :

Le flambement de la paroi est un endommagement très répandu des réservoirs sous l'action sismique. Les différents codes donnent des expressions assez semblables pour l'évaluation des contraintes compressives à la base de la paroi. Ce phénomène qui touche spécialement les réservoirs non encastrés et qui n'a pas été traité dans le chapitre 6 semble être encore méconnu. En effet, les prévisions des codes n'ont pas toujours été dans le sens de la sécurité. D'autre part plusieurs effets (de la couverture, des raidisseurs éventuels,..) n'ont pas été suffisamment traités.

Le flambement élastique est très bien considéré par les codes EC8 et NZSEE qui prennent en compte les effets des imperfections, des pressions internes et du caractère non uniforme des contraintes axiales. Les autres codes ne considèrent pas ce dernier caractère.

Le flambement élastoplastique n'est pas considéré par tous les règlements. Les deux règlements précédents le considèrent en se basant sur le travail de ROTTER.

Le modèle numérique 3D a donné cependant un flambement local, situé à proximité de la couverture supérieure (exemple2). Ce résultat a été confirmé par un cas pratique. Aucun code ne prévoit ce résultat. La cause à notre avis est toujours l'hypothèse simplificatrice des petits déplacements.

1.3 Modèles mécaniques

Les modèles mécaniques sont très appréciés par les ingénieurs. Cet attrait est expliqué par la simplification des calculs qu'ils apportent. Il faut toutefois noter que les modèles classiques les plus utilisés en Algérie (Housner) soit directement soit à travers la réglementation US non mise à jours (API650) considèrent la parois rigide dans l'évaluation des effets impulsifs. La limite imposée par Housner lui-même à son modèle (à savoir H/R) est souvent méconnue. Les nouveaux modèles ainsi que les règlements récents (et les mises à jour des règlements anciens) ont corrigé cette hypothèse.

1.4 Pression hydrodynamique :

Vu ce qui a été soulevé par la remarque précédente, l'approche adoptée par l'EC8 qui propose la prise en compte de trois composantes semble être à notre avis la meilleure.

1.5. Composantes du séisme à considérer :

La majorité des codes disponibles ne prennent au mieux que deux composantes : une composante verticale et une composante horizontale. Il a été montré que lors de la prise en compte de deux composantes horizontales, la pression horizontale maximale ainsi que la contrainte qui lui est associée n'apparaissent pas dans l'une des directions horizontales du mouvement. Il est donc nécessaire de trouver une certaine forme de superposition pour approcher ces résultats. Plus récemment, des niveaux assez hauts de la composante verticale ont été enregistrés dans les séismes de Kobe et Northridge, ce qui rend impératif le réexamen des ratio des composantes verticale et horizontale.

2 Recommandations pour des travaux futurs :

Ce modeste travail rentre dans le cadre d'un projet national ambitieux. Il doit être, par voie de conséquence, complété par plusieurs travaux futurs ou en cours. On peut citer entre autres :

- L'enrichissement du modèle numérique par la partie contact afin de prendre en compte le phénomène du décollement.
- L'enrichissement du modèle numérique par un module d'interaction sol-structure
- L'extension de ce travail avec la même méthodologie pour l'analyse des réservoirs en béton armé afin d'en tirer toutes les implications réglementaires
- L'inclusion des résultats obtenus dans le futur code RPA pour les réservoirs.
- L'étude avec plus de détails des phénomènes annexes tels que : la présence des baffles, les effets des différentes imperfections, l'effet des précontraintes, etc.

Bibliographie

- [ABA 2004a] "Abaqus Theory manual" Abaqus, inc, 2004
[ABA 2004b] "Abaqus CAE user's Manual" Abaqus inc, 2004
[ACI 350.3] American Concrete Institut: "Seismic Design of Liquid Containing Concrete Structures" .
[ADI 2003] "Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis: Theory and Modelling Guide" Vol 1, 2, Adina R&D inc, June 2004
[ANS 2004a] " Ansys Structural Analysis Guide" Ansys Release 9.0, Ansys inc, November 2004.
[ANS 2004b] " Ansys Modeling and Meshing Guide" Ansys Release 9.0, Ansys inc, November 2004.
[ANS 2004c] " Ansys Programmer's Manual" Ansys Release 9.0, Ansys inc, November 2004.
[API 650] American Petroleum Institute "Welded Steel Tanks for Oil Storage", 2001
[ASCE 84] ASCE: " Guidelines for the Seismic design for Oil and gas Systems" Technical Council on lifeline Earthquake Engineering ASCE New York,1984
[ASCE] ASCE:" Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems" Committee on Gas and Liquid Pipeline ASCE. New York, 1984
[AWWA D-103] American Water Work Association:"Factory-Cooled Bolted Steel Tank for Water Storage"Colorado, 1997.
[AWWA D-113] American Water Work Association:"Wire and Stand Wound Circular, Prestresse Concrete Water Tank ", 1995.
[AWWA D-115] American Water Work Association:"Circular Prestressed Concrete Water Tank With Circumferential Tendons" ,1995.
[BAT 85] Bathe, K.J. and Dvorkin, E., "A Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and a Mixed Interpolation," *Int. J. Num. Meth. In Eng.*, Vol. 21, pp. 367-383, 1985
[BAT 86] Bathe, K.J. and Dvorkin, E., "A Formulation of General Shell Elements — The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components," *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. 22 pp. 697-722, 1986
[BAT 96] Bathe K.J: "Finite Element Procedures" Pretice-Hall, 1996
[BHA 97] Bhatia.H : « Seismic Design and Retrofit of Cylindrical Liquid Storage Tanks » Ph.D Thesis. University of California, Irvine (1997)
[BOU 97] Boutros.T:"Buckling of Broad, Anchored, Cylindrical Liquid-Storage Tanks Subjected to Horizontal Ground Motion" M.A.Sc University of Ottawa, 1997
[CAP 79] Capra.A, Davidovici.V : « Calcul Dynamique des Structures en Zones Sismiques ». Eyrolles, 1979
[CLO 77] Clough.D .P : »Experimental Evaluation of Seismic Design Methods for Broad Cylindrical Tanks" Berkeley EERC Report-77/10
[DAV 82] Davidovici.V, Haddadi.A:"Calcul Pratique des Réservoirs en Zones Sismiques" Annales de l'Institut Techniques du Bâtiment et des Travaux Publics N°409, 1982

